

Marcos Aurélio Citeli da Silva

**Simulação do Escoamento de
Água e Óleo em Meios
Porosos**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Programa de Pós-graduação em
Informática**

Rio de Janeiro
Setembro de 2002



Marcos Aurélio Citeli da Silva

**Simulação do Escoamento de Água e Óleo
em Meios Porosos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Marcus Vinícius Soledade Poggi de
Aragão
Co-Orientador: Prof. Marcus Vinícius Sarkis Martins

Rio de Janeiro
Setembro de 2002



Marcos Aurélio Citeli da Silva

Simulação do Escoamento de Água e Óleo em Meios Porosos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Marcus Vinícius Soledade Poggi de Aragão

Orientador
Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Marcus Vinícius Sarkis Martins

Co-Orientador
Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Eduardo Laber

PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de Setembro de 2002

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marcos Aurélio Citeli da Silva

Graduou-se em Informática na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Ficha Catalográfica

Citeli, Marcos

Simulação do Escoamento de Água e Óleo em Meios Porosos/ Marcos Aurélio Citeli da Silva; orientador: Marcus Vinícius Soledade Poggi de Aragão; co-orientador: Marcus Vinícius Sarkis Martins. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2002.

v., 67 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Dissertação. 2. Extração de Petróleo. 3. Métodos Matemáticos. 4. Métodos Indiretos. 5. Análise Numérica. 6. Modelagem Computacional. I. Poggi, Marcus. II. Sarkis, Marcus. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

A Deus, por tudo.

A minha querida família, especialmente meus pais (*in memoriam*).

Ao professor Marcus Poggi, mais do que um orientador, um grande amigo.

Ao professor Marcus Sarkis, que pela sua imensa paciência e atenção ensinou-me a pesquisar.

Ao professor Dan Marchesin, que muito me incentivou neste período acadêmico.

Ao meu querido amigo Pedrinho (*in memoriam*), pai intelectual de minha infância.

Ao grande tio Sérgio, pelo incentivo quando eu ainda era criança.

Ao Departamento de Informática da PUC-Rio.

Aos meus amigos do IME, da PUC-Rio e do IMPA, pois são para mim minha segunda família.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Citeli, Marcos; Poggi, Marcus; Sarkis, Marcus. **Simulação do Escoamento de Água e Óleo em Meios Porosos**. Rio de Janeiro, 2002. 67p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Muitos problemas provenientes do mundo real podem ser modelados por sistemas de equações diferenciais parciais (EDP's). No entanto, as equações resultantes da discretização produzem matrizes grandes e freqüentemente mal condicionadas. Este trabalho implementa o método de elementos finitos mistos para resolver numericamente um sistema de EDP's oriundo de um modelo de escoamento de fluidos em meios porosos e melhora sua performance usando preconditionadores e processamento paralelo.

Palavras-chave

Gradiente Conjugado; Precondicionador; Método de Schwartz; Escalabilidade; MPI; Elementos Finitos Mistos.

Abstract

Citeli, Marcos; Poggi, Marcus; Sarkis, Marcus. **Water and Oil Flow Simulation in Porous Media**. Rio de Janeiro, 2002. 67p. MSc. Dissertation — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Many problems arising from real world can be represented by systems of partial differential equations (PDE's). However, the resulting discrete equations produce large and frequently bad conditioned matrices. This work implements the mixed finite element method to numerically solve a system of PDE's coming from a multiphase flow in porous media model and improve its performance by preconditioners and parallel processing.

Keywords

Conjugate Gradient; Preconditioners; Schwartz Method; Scalability; MPI; Mixed Finite Element Method.

Conteúdo

1	Histórico e Motivação	10
1.1	Introdução	10
1.2	Extração de Petróleo	11
1.3	Modelagem	12
1.4	Equações Hiperbólicas/Parabólicas para Escoamentos Bifásicos em Meios Porosos	12
2	Modelagem Matemática	14
2.1	Formulação Matemática para Escoamento Bifásico em Meios Porosos	14
2.2	Método de Elementos Finitos Mistos	15
3	Modelagem Computacional	22
3.1	Estrutura Matricial do Método de Elementos Finitos Mistos	22
4	Solução Numérica	27
4.1	Resolvendo o Sistema Linear	27
4.2	Gradiente Conjugado e Precondicionadores	28
4.3	O Método Multinível Aditivo de Schwarz	31
5	Implementação	35
5.1	Extensão das Variáveis Relativas à Velocidade	37
5.2	Transformação das Variáveis Relativas à Pressão	39
5.3	Construção de C_G	39
5.4	Estrutura de Dados	42
6	Processamento em Paralelo	44
6.1	Modelos	44
6.2	Rotinas da Biblioteca de Passagem de Mensagens entre os Processadores	46
7	Resultados	48
7.1	Análise de Escalabilidade	49
7.2	Análise do Tempo	53
7.3	Análise do Processamento Paralelo	57
7.4	Ordem de Precisão	61
8	Conclusão	64
9	Trabalhos Futuros	65
	Referências Bibliográficas	66

Lista de Figuras

2.1	Malha Retangular para Discretização.	17
2.2	Elemento κ .	18
2.3	Malha Retangular mostrando velocidade e pressão discretas.	19
4.1	Malha Grossa/Fina.	32
5.1	Domínio Simplificado.	35
5.2	Transformação $U \Leftrightarrow u$.	37
5.3	Elemento Grosso.	39
5.4	Funções Grossas.	40
6.1	Fronteira entre processadores.	45
7.1	Domínio quadrado de testes.	48
7.2	Iterações problema 1.	50
7.3	Iterações problema 2.	51
7.4	Iterações problema 3.	52
7.5	Tempo problema 1.	54
7.6	Tempo problema 2.	55
7.7	Tempo problema3.	56
7.8	Paralelo malha 512×512 .	58
7.9	Paralelo malha 1024×1024 .	59
7.10	Paralelo malha 2048×2048 .	60
7.11	Precisão pressão.	61
7.12	Precisão velocidade em x.	62
7.13	Precisão velocidade em y.	62
7.14	Precisão derivada da velocidade em x.	63
7.15	Precisão derivada da velocidade em y.	63

Lista de Tabelas

7.1	Iterações para <i>Prob1</i> .	50
7.2	Iterações para <i>Prob2</i> .	51
7.3	Iterações para <i>Prob3</i> .	52
7.4	Tempo para <i>Prob1</i> .	54
7.5	Tempo para <i>Prob2</i> .	55
7.6	Tempo para <i>Prob3</i> .	56
7.7	Processamento Paralelo.	57
7.8	Ordem de Precisão.	61