

**Alexandre Altoé Pigatti**

**Modelos e Algoritmos para o  
Problema de Alocação  
Generalizada (PAG) e  
Aplicações**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA  
Programa de Pós-graduação em  
Informática**

Rio de Janeiro  
Julho de 2003

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Alexandre Altoé Pigatti**

**Modelos e Algoritmos para o Problema  
de Alocação Generalizada (PAG) e  
Aplicações**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
graduação em Informática do Departamento de Infor-  
mática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de  
Aragão  
Co-Orientador: Prof. Eduardo Uchoa

Rio de Janeiro  
Julho de 2003



**Alexandre Altoé Pigatti**

**Modelos e Algoritmos para o Problema  
de Alocação Generalizada (PAG) e  
Aplicações**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Eduardo Uchoa**

Co-Orientador

Departamento de Engenharia de Produção — UFF

**Prof. Oscar Porto**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Eduardo Sany Laber**

Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Alexandre Altoé Pigatti**

Graduou-se em Ciência da Computação na UFV - Universidade Federal de Viçosa. Durante sua graduação, foi pesquisador do CNPq em dois trabalhos de iniciação científica no departamento de Informática da UFV. Durante o Mestrado foi bolsista da CAPES mantendo um excelente desempenho acadêmico, desenvolvendo um trabalho teórico na resolução do GAP e aplicado em logística rodoviária. Atualmente trabalha desenvolvendo outras soluções em logística utilizando técnicas de otimização.

#### Ficha Catalográfica

Pigatti, Alexandre Altoé

Modelos e Algoritmos para o Problema de Alocação Generalizada (PAG) e Aplicações/ Alexandre Altoé Pigatti; orientador: Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão; co-orientador: Eduardo Uchoa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2003.

[ ], 74f.: il. ; 30cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. Programação Inteira. 3. Geração de Colunas. 4. Geração de Colunas Estabilizada. 5. Metaheurística. I. Poggi de Aragão, Marcus. II. Uchoa, Eduardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

Ao meu tio e padrinho Marcos Ronaldo Valdetaro por sempre ter sido para mim inspiração para os estudos e um exemplo a ser seguido.

## Agradecimentos

Aos meus pais que nunca pouparam esforços para que eu pudesse estudar.

Ao meu orientador Marcus Poggi que sempre foi atencioso e acessível, sempre pronto a resolver os problemas relacionados ao trabalho e também aqueles relacionados à vida cotidiana. Ao meu co-orientador Eduardo Uchoa que é uma pessoa fantástica, sem ele este trabalho não teria sido feito.

À Keila Pezin por seu carinho, atenção e sobretudo por sua compreensão.

Ao Davi Romero que foi um grande amigo sempre presente nesses 2 anos de mestrado.

Aos amigos da Empresa GAPSO: Pedro Couto, Ricardo Fukasawa, Humberto Longo, e em especial ao Frederico Guth que me ajudou muito na redação do texto. Agradeço também aos meus amigos de convívio da PUC, em especial ao Claudio (BaHiano) que dividiu moradia comigo durante o mestrado.

Ao professor e amigo Alcione de Paiva Oliveira que me incentivou a fazer o mestrado.

À Universidade Federal de Viçosa e a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro por terem me dado a base necessária para o desenvolvimento do meu trabalho.

À CAPES e aos brasileiros que pagam impostos, pela bolsa recebida durante os dois anos de Mestrado.

## Resumo

Pigatti, Alexandre Altoé; Poggi de Aragão, Marcus; Uchoa, Eduardo. **Modelos e Algoritmos para o Problema de Alocação Generalizada (PAG) e Aplicações**. Rio de Janeiro, 2003. 74p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação estuda modelos e algoritmos para o Problema de Alocação Generalizada (PAG). A motivação para este estudo foi uma nova aplicação do PAG: o Problema de Carregamento de Caminhões (PCC). A pesquisa desenvolvida concentra-se no estudo e na proposta de algoritmos aproximados (metaheurísticas) e exatos para a resolução do PAG. Os algoritmos aproximados propostos baseiam-se em um conceito recentemente criado por Fischetti e Lodi (2003), que utiliza programação matemática inteira para a exploração eficiente de vizinhanças mais abrangentes. Os resultados obtidos foram comparáveis aos melhores conhecidos, com a vantagem de exigir um esforço pequeno de implementação e um menor tempo de processamento. O algoritmo exato proposto é um algoritmo de branch-and-cut-and-price, que tem como ponto de partida o algoritmo de branch-and-price de Savelsbergh (1997). Técnicas de estabilização da geração de colunas similares às propostas por Du Merle, Villeneuve, Desrosiers e Hansen (1999), foram estudadas no âmbito desta dissertação, que experimenta com diferentes implementações deste mecanismo. O algoritmo de branch-and-cut-and-price estabilizado demonstrou sua eficiência ao resolver à otimalidade instâncias que se encontravam em aberto na literatura. Finalmente, experiências com PCC permitiram que os códigos desenvolvidos pudessem ser avaliados em problemas reais.

## Palavras-chave

Programação Inteira, Geração de Colunas, Geração de Colunas Estabilizada, Metaheurística

## Abstract

Pigatti, Alexandre Altoé; Poggi de Aragão, Marcus; Uchoa, Eduardo.  
. Rio de Janeiro, 2003. 74p. MSc. Dissertation — Departamento de  
Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation tackles the Generalized Assignment Problem (PAG), models and algorithms are studied and proposed. This work was motivated by a real world application: the Truck Loading Problem (PCC). Research was done on approximated (metaheuristics) and exact algorithm for solving the PAG. The approximated algorithms proposed were based on a recent idea from Fischetti and Lodi (2003). It uses integer programming to explore wider neighborhoods. The results were compared to the best known, while demanding much less implementation effort and using less cpu time. The exact algorithm proposed is a branch-and-cut-and-price developed from the branch-and-price algorithm of Savelsbergh (1997). We used stabilized column generation techniques similar to the one by Du Merle, Villeneuve, Desrosiers and Hansen (1999), and devised experiments with different implementations of this mechanism. The resulting algorithm proved its efficiency by solving to optimality open instances from the literature. Finally, experiments with the PCC turned possible the evaluation of the codes developed on real problems.

## Keywords

Integer Programming, Column Generation, Stabilized Column Generation, Metaheuristic



# Conteúdo

1	Introdução	12
1.1	Motivação	13
1.2	Organização do Texto	14
2	Descrição do Problema	15
2.1	O Problema de Alocação Generalizado (PAG)	15
2.2	O Problema de Carregamento de Caminhões (PCC)	20
2.3	O PCC como Extensão do PAG	23
3	Formulações	24
3.1	Formulações do PAG	24
3.2	Formulação da Aplicação PCC	26
4	Resolução exata do PAG	29
4.1	Geração de colunas em programação inteira	30
4.2	Relaxação Linear para o PAG	31
4.3	Estabilização da Geração de Colunas	35
4.4	<i>Branch-and-Price</i> para o PAG	41
4.5	Resultados Computacionais	44
5	Algoritmos Heurísticos	46
5.1	Revisão da Literatura do Problema (Métodos Existentes)	46
5.2	Uma Metaheurística de " <i>Local Branching</i> " para o PAG	56
6	Aplicação: Carregador - OptCarga	66
7	Conclusão	70
8	Referências Bibliográficas	71

## Lista de Figuras

2.1	Resolução Instância PAG.	16
4.1	Espaço dual do problema ( $D_p$ )	36
4.2	Algoritmo do Passo da Caixa	37
4.3	Espaço dual para $D_e$	38
4.4	Espaço dual para rodada com $\epsilon = 0.1$	39
4.5	Espaço dual para rodada com $\epsilon = 0.01$	40
4.6	Espaço dual para rodada com $\epsilon = 0.001$	40
4.7	Espaço dual para rodada com $\epsilon = 0$	40
5.1	Esquema básico do Local Branching.	59
5.2	Trabalhando com um limite de tempo: caso 1.	61
5.3	Trabalhando com um limite de tempo: caso 2.	62
6.1	Tela principal do OptCarga antes da otimização ser realizada.	67
6.2	Total de Peso por destinos.	68
6.3	Totais de valor de mercadorias por tipo de família .	68
6.4	Tela principal do OptCarga após otimização ser realizada.	69
6.5	Totais de valor de mercadoria para um caminhão.	69

## Lista de Tabelas

2.1	36 cargas no armazém. Peso em Kg, Valor e Frete em R\$.	21
2.2	3 caminhões disponíveis para serem carregados. Capacidade em Kg, Custo em R\$.	21
2.3	Tipos de produto. Limite em R\$.	22
2.4	Carregamento para o Caminhão A1.	22
2.5	Carregamento para o Caminhão A2.	22
2.6	Carregamento para o Caminhão A3.	22
2.7	Cargas que sobraram no armazém.	22
4.1	Resultados do <i>Branch-and-Price</i> Estabilizado para o PAG.	45
4.2	Limites inferiores melhorados	45
5.1	Resultados do <i>Local Branching</i> para o PAG.	65

## Lista de Algoritmos

1	Algoritmo de Geração de Colunas . . . . .	34
2	Algoritmo da Estabilização da Geração de Colunas . . . . .	39
3	Algoritmo de Ramificação e Geração de Colunas <i>Branch-and-Bound</i> . . . . .	43
4	Algoritmo de <i>Local Branching</i> . . . . .	63