

3 A Técnica de Elton, Gruber e Padberg para a Otimização de Carteiras

O modelo aqui descrito para a otimização de carteiras de investimentos foi inicialmente apresentado por Elton, Gruber e Padberg (1978). Trata-se de um método muito prático e de simples implementação para a determinação da composição que dará à carteira o maior retorno com o mínimo de risco, mas não permitindo posições a descoberto.

Inicialmente deve-se fazer o *ranking* decrescente das ações de acordo com o seu excesso de retorno dividido por unidade de risco sistemático (ou seja, pelo seu Índice de Treynor). O excesso de retorno vem a ser a diferença entre o retorno esperado de um ativo (\bar{R}_i) e a taxa oferecida por um título sem risco (r_f). O índice I_i é dado pela equação:

$$I_i = \frac{\bar{R}_i - r_f}{\beta_i} \quad (3.1)$$

Em seguida, calcula-se o valor de C_i para cada ativo. Define-se C_i como:

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(\bar{R}_j - r_f) \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}} \quad (3.2)$$

onde σ_m^2 é a variância do índice de mercado e σ_{ej}^2 é o risco não sistemático.

Então, compara-se o I_i de cada ativo com seu respectivo C_i . Deve-se encontrar o valor de C_i tal que todos os ativos anteriores a este tenham I_i maior que C_i e todos os ativos sucessivos a ele tenham I_i menor que C_i . A este valor

de C_i denomina-se C^* . Os ativos com $I_i < C^*$ não serão incluídos na carteira ótima.

Como os ativos são colocados num *ranking* de acordo com o seu excesso de retorno por beta (do maior para o menor), a posição de cada ativo nesta seqüência representa o quanto cada ativo é desejado na carteira. Em outras palavras, se um ativo com um dado índice de Treynor é incluído na carteira, todos os ativos com IT superior a ele também o serão. C^* pode ser definido como uma taxa de corte que seleciona apenas os ativos com IT mais altos.

A proporção ótima em que a i -ésima ação com $I_i > C^*$ terá é:

$$y_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - r_f}{\beta_i} - C^* \right) = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} (I_i - C^*) \quad (3.3)$$

Basta então calcular o percentual z_i de cada ativo na carteira:

$$z_i = \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i} \quad (3.4)$$

Este método é válido desde que os betas dos ativos sejam todos não negativos e não permite vendas a descoberto.