5
Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo (LSM)

O método LSM revela-se uma alternativa promissora frente às tradicionais técnicas de diferenças finitas e árvores binomiais, tendo muitas vantagens como uma estrutura para avaliação, gerenciamento de risco e exercício ótimo de opções americanas. Alguns exemplos de aplicações do método LSM são:

- Avaliação de opções que dependem de múltiplos fatores;
- Avaliação de derivativos com características de opções americanas e dependentes do caminho;
- Avaliação de opções onde as variáveis de estado seguem um processo estocástico qualquer (jump diffusion, por exemplo), ou um processo não-Markoviano.

Recentemente, Gamba propôs uma abordagem alternativa para avaliar opções compostas e projetos envolvendo opções reais múltiplas baseada no método LSM. Esta abordagem será apresentada no tópico final deste capítulo.

A intuição que está por trás do método é a da programação dinâmica: a cada instante anterior à data de vencimento de uma opção americana, o proprietário desta opção compara o *payoff* do exercício antecipado com o seu valor de continuação, para assim tomar uma decisão ótima. A estratégia de exercício ótimo de uma opção americana é determinada fundamentalmente pela expectativa condicionada do seu valor de continuação. A grande contribuição dos autores foi identificar que a expectativa condicionada pode ser estimada a partir de informações crosseccionais na simulação usando o método dos mínimos quadrados. Esta técnica é definida pelos autores como método dos mínimos quadrados de Monte Carlo (LSM).

Para entender melhor a técnica, será apresentado um exemplo numérico retirado do artigo de Longstaff & Schwartz. Em seguida, descreveremos o método de maneira mais formal.

5.1. Exemplo Numérico

A chave para o exercício ótimo de uma opção americana é identificar a expectativa condicionada do seu valor de continuação. Foram usadas as informações das trajetórias simuladas para identificar a função de expectativas condicionadas. Isso é feito através da regressão dos FCs de continuação numa lista de funções básicas dos valores das variáveis de estado relevantes. O resultado desta regressão é uma estimativa não-tendenciosa e eficiente da função de expectativas condicionadas e leva a uma estimativa precisa da regra de exercício ótimo da opção.

Considere uma opção de venda (put) americana de uma ação que não paga dividendos. O preço de exercício da put é 1,10, podendo ser exercida nos instantes 1, 2 e 3, sendo o tempo 3 a data de vencimento da opção. A taxa de desconto livre de risco é de 6 % por período. Por simplicidade, o algoritmo será demonstrado usando-se apenas oito trajetórias de preços para a ação. Estas trajetórias foram geradas supondo neutralidade ao risco, e são apresentadas na matriz abaixo:

	T E M P O			
Path	0	1	2	3
1	1.00	1.09	1.08	1.34
2	1.00	1.16	1.26	1.54
3	1.00	1.22	1.07	1.03
4	1.00	0.93	0.97	0.92
5	1.00	1.11	1.56	1.52
6	1.00	0.76	0.77	0.90
7	1.00	0.92	0.84	1.01
8	1.00	0.88	1.22	1.34

Tabela 1: Trajetórias de preços da ação.

O objetivo é definir a regra de exercício que maximiza o valor da opção em cada ponto ao longo de cada trajetória de preços. Caso a opção não seja exercida antes da sua data de vencimento, o fluxo de caixa realizado no instante 3 será dado por MAXIMO (FC_3 – K, 0), como mostra a matriz abaixo:

	TEMPO		
Path	1	2	3
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	0.07
4	-	-	0.18
5	-	-	-
6	-	-	0.20
7	-	-	0.09
8	-	-	-

Tabela 2: Matriz de fluxos de caixa em t = 3.

Se a PUT americana estiver *in-the-money* no instante 2, o investidor deve decidir entre exercer imediatamente a opção ou mantê-la "viva" até a data de vencimento (instante 3). Dentre as oito simulações de trajetórias de preços, somente cinco deixam a opção *in-the-money* no instante 2. Chamaremos de X os preços da ação no instante 2, e de Y o valor descontado (até t = 2) do fluxo de caixa recebido no instante 3. Serão usadas somente as trajetórias de preços que estão *in-the-money*, pois elas permitem uma melhor estimativa da função de expectativas condicionadas na região onde o exercício da opção é relevante, além de melhorar significativamente a eficiência do algoritmo[1]. Os valores de X e Y são apresentados na matriz a seguir:

Regressão em t = 2		
Path	Y	X
1	$0,00 \times e^{-0,06}$ = -	1.08
2	-	*out of the money*
3	$0,07 \times e^{-0,06}$ = 0.0659	1.07
4	$0,18 \times e^{-0,06}$ = 0.1695	0.97
5	-	*out of the money*
6	$0,20 \times e^{-0,06}$ = 0.1884	0.77
7	$0,09 \times e^{-0,06}$ = 0.0848	0.84
8	-	*out of the money*

Tabela 3: Dados para a regressão em t = 2.

[1] Longstaff e Schwartz realizaram testes numéricos que indicaram que, usando todas as simulações para obter resultados com a mesma precisão dos resultados obtidos com apenas simulações *in-the-money*, era necessário um número maior de funções básicas, o que elevava bastante o custo computacional do processo.

Para estimar o valor esperado de continuação da opção, condicionado ao preço da ação em t = 2, é feita uma regressão de Y com relação a X e X^2. A função de expectativas condicionadas obtida pela regressão é:

$$E[Y \mid X] = -1{,}070 + 2{,}983\,X - 1{,}813\,X^2$$

Com a função de expectativas condicionadas, nós obtemos o valor de continuação para cada trajetória de preços substituindo X na função, e o comparamos com o valor do exercício antecipado da PUT em t = 2. O valor de exercício é igual a (1,10 – X) para as trajetórias *in-the-money*. A tabela a seguir apresenta estes valores. Vale ressaltar que a comparação é feita apenas nas trajetórias de preços que se apresentam *in-the-money* em t = 2, quando faz sentido determinar se é ótimo exercer a opção ou esperar até o instante seguinte.

Decisões de exercício ótimo em t = 2		
Path	Exercício	Continuação
1	0.02	0.0367
2	*out of the money*	
3	0.03	0.0459
4	0.13	0.1175
5	*out of the money*	
6	0.33	0.1520
7	0.26	0.1564
8	*out of the money*	

Tabela 4: Valores de exercício e de continuação para a decisão para t = 2.

Comparando os valores apresentados na tabela acima, verificamos que é ótimo exercer imediatamente a opção em t = 2 apenas nas trajetórias 4, 6 e 7. A tabela abaixo mostra os fluxos de caixa recebidos pelo titular da opção, caso a mesma não seja exercida antes de t = 2.

	TEMPO		
Path	1	2	3
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	0.07
4	-	0.13	-
5	-	-	-
6	-	0.33	-
7	-	0.26	-
8	-	-	-

Tabela 5: Matriz de fluxos de caixa em t = 2.

Observe que, quando a opção é exercida em t = 2, o fluxo de caixa final em t = 3 é igual a zero, pois a opção não pode ser exercida mais de uma vez. Agora, iremos examinar se a opção deve ser exercida em t = 1. Observando a matriz que contém as trajetórias de preços, verificamos que há cinco caminhos em que a opção está *in-the-money* em t = 1. Para estas trajetórias, definiremos novamente Y como o valor descontado dos fluxos de caixa futuros da opção, caso ela não seja exercida imediatamente em t = 1. Os valores usados para Y correspondem aos fluxos de caixa reais e não aos valores estimados em t = 2.

Dado que a opção só pode ser exercida uma vez, os fluxos de caixa futuros ocorrem em t = 2 ou em t = 3, nunca em ambos os instantes. Os FCs recebidos em t = 2 serão descontados um período de tempo, e os FCs recebidos em t = 3 serão descontados dois períodos. Da mesma forma que no instante 2, X agora representa os preços da ação em t = 1 nos quais a opção está *in-the-money*, e Y representa os FCs futuros. A matriz abaixo mostra os valores de X e Y para t = 1:

Regressão em t = 1		
Path	Y	X
1	$0,00 \times e^{-0,06}$ = -	1.09
2	-	*out of the money*
3	-	*out of the money*
4	$0,13 \times e^{-0,06}$ = 0.1224	0.93
5	-	*out of the money*
6	$0,33 \times e^{-0,06}$ = 0.3108	0.76
7	$0,26 \times e^{-0,06}$ = 0.2449	0.92
8	$0,00 \times e^{-0,06}$ = -	0.88

Tabela 6: Dados para a regressão em t = 1.

Novamente, fazemos a regressão de Y com relação a X e X^2. A função de expectativas condicionadas obtida é:

$$E\,[Y \mid X] = 2{,}038 - 3{,}335\,X + 1{,}356\,X^2$$

Com a função de expectativas condicionadas, obtemos o valor de continuação para cada trajetória de preços substituindo X na função, e o comparamos com o valor do exercício antecipado da PUT em t = 1. A tabela a seguir apresenta estes valores.

Decisões de exercício ótimo em t = 1		
Path	Exercício	Continuação
1	0.0100	0.0135
2	*out of the money*	
3	*out of the money*	
4	0.1700	0.1087
5	*out of the money*	
6	0.3400	0.2861
7	0.1800	0.1170
8	0.2200	0.1528

Tabela 7: Valores de exercício e de continuação para a decisão para t = 1.

Comparando os valores apresentados na tabela acima, verificamos que é ótimo exercer imediatamente a opção em t = 1 nas trajetórias 4, 6, 7 e 8. Tendo identificado a estratégia de exercício para os instantes 1, 2 e 3, a regra de exercício pode ser representada pela seguinte matriz, onde 1 indica a data de exercício ótimo da opção dentro de cada trajetória de preços.

	T E M P O		
Path	1	2	3
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	1
4	1	-	-
5	-	-	-
6	1	-	-
7	1	-	-
8	1	-	-

Tabela 8: Matriz de exercício ótimo da opção em cada trajetória de preços.

Observe que, em determinadas trajetórias de preços, não aparece o número 1 indicando a data de exercício ótimo da opção. Isso significa que a opção não deve ser exercida dentro destas trajetórias. Os fluxos de caixa resultantes do exercício ótimo da opção encontram-se na tabela a seguir.

	TEMPO		
Path	1	2	3
1	-	-	-
2	-	-	-
3	-	-	0.07
4	0.17	-	-
5	-	-	-
6	0.34	-	-
7	0.18	-	-
8	0.22	-	-

Tabela 9: Matriz de fluxos de caixa resultantes do exercício ótimo da opção.

Com a matriz de fluxos de caixa da opção, pode-se calcular o valor da PUT através da média dos FCs descontados até o instante 0, como indica a fórmula abaixo:

$$V(put) = \frac{\sum_{k=1}^{n} e^{-t_k^* r}\left(FC_{t_k^*,k}\right)}{n}$$, onde:

- n = número de trajetórias de preços simuladas;
- t_k^* = instante, na trajetória *k*, em que é ótimo exercer a opção;
- r = taxa de juros livre de risco;
- $FC_{t_k^*,k}$ = fluxo de caixa gerado pelo exercício ótimo da opção no instante *t*, dentro da trajetória *k*.

Aplicando este procedimento ao nosso exemplo, verificamos que o valor da opção americana é **0,1144**. Este exemplo, embora simples, ilustra bem como os mínimos quadrados podem usar informações de simulações de preços para estimar a função de expectativas condicionadas, que é usada para identificar a decisão de exercício ótimo da opção em cada simulação. Como mostrado neste exemplo, a abordagem LSM é facilmente implementada, pois envolve apenas processos de regressão simples.

5.2. Estrutura do Método

O objetivo do algoritmo LSM é fornecer uma aproximação para a regra de exercício ótimo que maximiza o valor de uma opção americana. Seja C (w, s; t, T) os fluxos de caixa gerados pela opção, condicionada à restrição da opção não ser exercida antes do instante t, onde *w* corresponde a uma simulação de trajetória de preços. O dono da opção seguirá uma estratégia de exercício ótimo para cada instante s, onde $t < s \leq T$. Esta função corresponde às matrizes de fluxos de caixa, usadas no exemplo numérico (Tabelas 2, 5 e 9).

Na data de vencimento da opção (T), o investidor exercerá a opção se ela estiver *in-the-money*. Em qualquer instante t_n anterior à data T, porém, o investidor deve escolher entre exercer imediatamente a opção ou esperar até o instante t_{n+1} para novamente tomar uma decisão. Em cada trajetória de fluxos de caixa, a opção será maximizada se for exercida quando o valor de exercício antecipado for superior ou igual ao valor de continuação, exatamente como no exemplo numérico.

Em t_n, o valor de exercício antecipado é conhecido pelo investidor, mas o valor de continuação não é. A teoria de avaliação de ativos sem arbitragem, porém, indica que o valor de continuação da opção é dado pelo valor esperado dos fluxos de caixa futuros descontados até t_n com base numa medida Q de probabilidade neutra ao risco. Assim, o valor de continuação em t_n, definido como F (w; t_n), será dado pela seguinte fórmula:

$$F(w,t_n) = E_Q\left[\sum_{j=n+1}^{N} \exp\left(-\int_{t_n}^{t_j} r(w,s)\,ds\right) C(w,t_j;t_n,T) \middle| I(t_n)\right]$$

Onde r (w, t) é a taxa de desconto livre de risco, I (t_n) corresponde ao conjunto de informações disponíveis em t_n para a tomada de decisão, e N é o número de intervalos de tempo entre o instante inicial e T ($N = T/\Delta t$ e $t_N = T$).

Para aplicar o método na avaliação de opções, inicialmente são simuladas diversas trajetórias de preços ou de fluxos de caixa, de acordo com a definição do comportamento destas variáveis. Em seguida, o LSM usa o método dos mínimos quadrados para obter uma aproximação da função de expectativas condicionadas. Em t_{N-1}, assumimos que F (w, t_{N-1}) é desconhecido, mas pode ser representado como uma combinação linear de um grupo de funções básicas L_j (X), onde X é uma variável de estado. Assim, o valor de continuação pode ser escrito da seguinte forma:

$$F(w,t_{N-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L_j(X)$$

Onde os coeficientes a_j são constantes. As funções básicas podem ser polinômios de Jacobi, de Chebyshev, funções exponenciais, potências, entre outros. Quando há duas ou mais variáveis de estado (preço do petróleo e custo de exploração, por exemplo), as funções básicas devem incluir todas estas variáveis, inclusive envolvendo mais de uma variável simultaneamente.

Para aplicar o LSM, obtém-se uma aproximação de F (w, t_{N-1}) usando um conjunto M de funções básicas. Esta aproximação, denominada F_M (w, t_{N-1}), é estimada através da regressão dos valores descontados de C (w, s; t_{N-1}, T) nas funções básicas, para as simulações onde a opção está *in-the-money* no instante t_{N-1}. Os autores demonstram no artigo que, a medida que aumentamos o número de simulações, a estimativa $\hat{F}_M(w,t)$ converge para $F_M(w,t)$.

Uma vez estimada a função de expectativas condicionadas para t_{N-1}, pode-se determinar se o exercício antecipado neste instante é ótimo através da comparação entre o valor de exercício antecipado e $\hat{F}_M(w,t_{N-1})$. Esta comparação é feita separadamente em cada uma das simulações que estão *in-the-money* em t_{N-1}. Feito isso, repete-se o procedimento para o instante t_{N-2} e assim por diante, até chegarmos ao instante inicial, quando as decisões de exercício ótimo em todas as simulações terão sido determinadas.

O valor da opção será igual à média dos fluxos de caixa provenientes do exercício ótimo em cada simulação, descontados até o instante inicial. A fórmula a seguir indica este procedimento:

$$V_{OPÇÃO} = \frac{1}{K}\sum_{w=1}^{K} FC(w,t_w^*)\exp(-t_w^* r)$$, onde:

- r = taxa de desconto livre de risco;
- K = número de trajetórias de preços simuladas;
- t_w^* = data de exercício ótimo da opção na simulação *w*;
- $FC(w,t_w^*)$ = fluxo de caixa gerado pelo exercício da opção no instante t_w^* na simulação *w*.

O algoritmo LSM mostra-se uma ferramenta simples e elegante de aproximar a regra de exercício ótimo de uma opção do tipo americana. A estrutura do método LSM pode ser resumida nas seguintes etapas, como indica a figura a seguir.

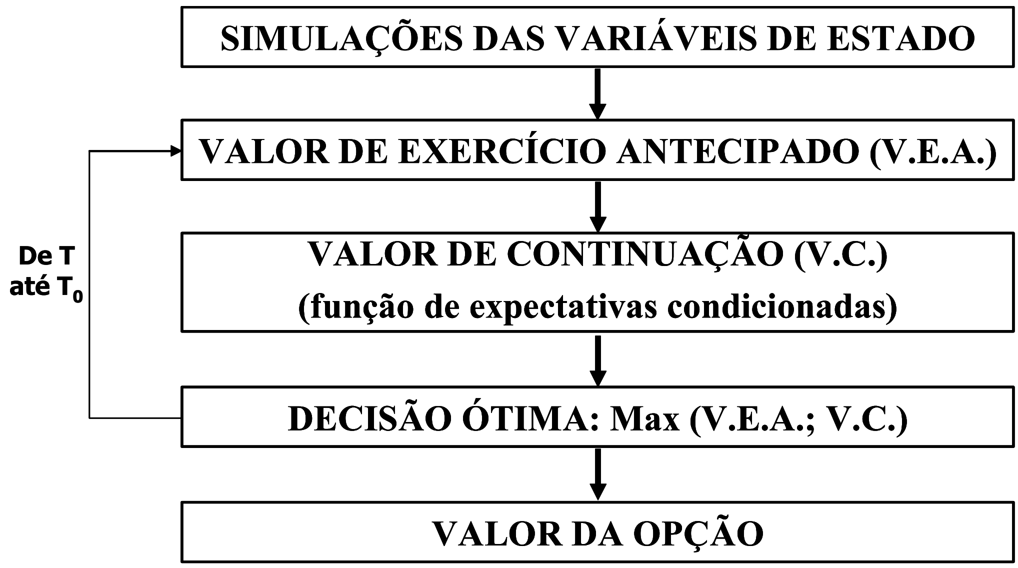

Figura 1: Estrutura do método LSM.

5.3. Abordagem de Gamba para a Avaliação de Opções Reais

Gamba propôs uma forma diferente de transformar um problema de opções reais complexas numa série de opções simples, respeitando a estrutura hierárquica das opções, baseado no método dos mínimos quadrados. A idéia básica da abordagem proposta é simples: **um problema de orçamentação de capital consiste numa lista de opções simples interligadas entre si, de forma que se respeitem as interdependências e a hierarquia entre as opções reais presentes no projeto**. Com base nesta interligação, podemos classificar as opções como independentes, mutuamente exclusivas e opções compostas.

5.3.1. Opções Independentes[2]

Neste caso, o exercício de uma opção não interfere no exercício de outra opção, ou seja, seu valor não é influenciado pelas demais opções. Assim, o valor desta carteira de opções será igual à soma dos valores de todas as opções.

Vamos considerar que existem H opções, cada uma com prazo de vencimento T_h, *payoffs* Π_h (t, X_t) e valor F_h (t, X_t), onde X[3] é a variável de estado. A possibilidade de exercer independentemente todas as opções é, por si próprio, uma opção, cujo valor é dado por:

$$G(t, X_t) = \sum_{h=1}^{H} F_h(t, X_h)$$

Num determinado projeto, a incerteza técnica é diferente da incerteza de uma variável de estado X (preço do petróleo, por exemplo), pois como aquela geralmente é específica do projeto em questão, não há um prêmio de risco. Assim, a incerteza técnica e X são estocasticamente independentes.

Geralmente, admite-se que a probabilidade de um evento técnico afetar o projeto é conhecida. Se o evento tem N possíveis resultados, a probabilidade de ocorrência de cada resultado (p_n) obedece às seguintes propriedades:

---

[2] As opções são estrategicamente independentes, mas podem ser estocasticamente dependentes, o que ocorre com maior freqüência.

[3] Quando houver mais de uma variável de estado, X corresponde a um vetor.

- $p_n > 0$;
- $\sum_{n=1}^{N} p_n = 1$

Assumindo-se que a incerteza técnica se dissipa em T' < T_h, o valor da opção será:

$$G(t, X_t) = e^{-r(T'-t)} \sum_{n=1}^{N} \sum_{h=1}^{H} p_n E_t^* [F_h (T', X_{T'})]$$

onde $E_t^*[.]$ é a expectativa condicionada às informações disponíveis em t, com base numa probabilidade de neutralidade ao risco. As opções do tipo americana podem ser exercidas a qualquer instante entre T' e T_h, e as opções do tipo européia são exercidas nos respectivos instantes T_h.

5.3.2. Opções Compostas

Em alguns problemas, o exercício de uma opção pode gerar outra opção. Isso ocorre quando os investimentos são realizados em seqüência, onde a realização de uma etapa (opção) do cronograma de investimentos, além do *payoff* resultante, dá o direito de exercer as demais opções. Neste caso, o valor da opção anterior depende do valor das opções seguintes.

Seja H o número de opções compostas que constituem um determinado projeto, Π_h (t, X_t) o *payoff* e T_h a data de vencimento de cada uma delas. O valor F_h (t, X_t) de cada opção será:

- 0 se t > T_h (ou seja, quando a opção não pode mais ser exercida);
- $\max\limits_{s\varepsilon(t,T_h)} \left\{ e^{-r(s-t)} E_t^* [\Pi_h (s, X_s) + F_{h+1}(s, X_s)] \right\}$ se t $\leq T_h$ e a opção for tipo americana;
- $e^{-r(T_h - t)} E_t^* \left[\Pi_h \left(T_h, X_{T_h} \right) + F_{h+1} \left(T_h, X_{T_h} \right) \right]$ se t $\leq T_h$ e a opção for do tipo européia.

F_{h+1} pode ser o valor de uma opção, o valor de várias opções independentes com a mesma data de vencimento, o valor esperado de opções que estarão disponíveis até que alguma incerteza técnica seja eliminada, ou a melhor de uma série de opções mutuamente exclusivas, caso que definiremos a seguir.

5.3.3. Opções Mutuamente Exclusivas

Seja H o número de opções reais mutuamente exclusivas, ou seja, um conjunto H de opções onde somente uma delas pode ser exercida. Seja Π_h e T_h o *payoff* e a data de vencimento de cada uma das opções, respectivamente, e F_h (t, X_t) o seu valor no instante t. O investidor deverá escolher, até o instante T_{MAX}[4], a melhor opção disponível, bem como o instante ótimo para o seu exercício[5]. Como a decisão é irreversível (ao exercer uma das opções, todas as outras deixarão de existir), é interessante para o investidor adiar ao máximo a escolha da opção que será exercida, mantendo assim todas as opções "vivas".

Seja G (t, X_t) o valor da oportunidade de escolha da melhor entre H opções disponíveis. Seu valor será dado por:

$$G(t,X_t) = \max_{(s,h)}\left\{e^{-r(s-t)}E_t^*\left[F_h(s,X_s)\right]\right\}$$

onde s é qualquer instante de tempo entre t e T_{MAX}. Se todas as opções forem européias, a escolha da melhor opção automaticamente resultará na escolha da data de exercício.

Apesar da escolha da melhor opção ser realizada no instante inicial t, o seu exercício só ocorrerá no instante ótimo de exercício desta opção. Isso possibilita que, antes desta data, outra opção se torne mais valiosa e seja mais interessante exercê-la no lugar da opção originalmente escolhida.

5.3.4. Aplicação do método LSM para avaliação de opções reais

A meta do algoritmo LSM é encontrar a data de exercício ótimo de uma opção americana para determinar o seu valor. Para obter uma aproximação para o seu valor, inicialmente dividimos o horizonte de tempo em N intervalos Δt = T/N, onde T é a data de vencimento da opção. Em seguida, são simuladas K trajetórias ao longo do tempo para as variáveis de estado X. A notação X_t (w)

---

[4] T_{MAX} corresponde ao valor máximo entre T_1, T_2, ..., T_H.

[5] Admite-se que pelo menos uma das H opções é do tipo americana.

representa o vetor de valores das variáveis de estado no tempo t e na trajetória w. F (t, X_t (w)) representa o valor da opção no instante t dentro da trajetória w.

A data de exercício ótimo é obtida através de programação dinâmica: num instante t qualquer (entre a data inicial e T), se a opção ainda não tiver sido exercida, a decisão ótima é tomada comparando-se o *payoff* imediato Π (t, X_t (w)) com o valor de continuação, representado por Φ(t, X_t(w)). Esse procedimento é realizado para cada uma das trajetórias simuladas.

O valor de continuação da opção em t corresponde ao valor da opção no instante seguinte, descontado até o instante t. Esta igualdade é representada pela seguinte fórmula:

$$\Phi(t, X_t) = e^{-r\Delta t} E_t^* \left[F(t + \Delta t, X_{t+\Delta t}) \middle| I_t \right]$$

onde I_t corresponde ao conjunto das informações disponíveis no instante t e que são relevantes para a tomada de decisão.

O valor da opção é determinado então através da equação de Bellman:

$$F(t, X_t) = Max\{\Pi(t, X_t), \Phi(t, X_t)\} \qquad t = 0, \Delta t, 2\Delta t, ..., N\Delta t$$

Assim, **a regra ótima de decisão é exercer a opção quando seu valor de continuação for menor ou igual ao *payoff* imediato**. Quando o exercício ótimo da opção for definido para todas as trajetórias simuladas, o valor da opção americana é estimado a partir da média dos valores das trajetórias, ou seja:

$$F(0, X_0) = \frac{1}{K} \sum_{w=1}^{K} e^{-rt^*(w)} \Pi\left(t^*(w), X_{t^*(w)}(w)\right)$$

onde t^* (w) é a data de exercício ótimo da opção na trajetória w. O problema resume-se agora a encontrar o valor de continuação para depois aplicar a regra de decisão. Este aspecto é que torna o método LSM diferente de outras abordagens propostas para avaliar opções americanas através de simulações. A idéia central do LSM é que, se a opção está "viva" num instante t qualquer, então seu valor de continuação (Φ) é a expectativa, condicionada às informações disponíveis naquela data, do *payoff* ótimo futuro da opção.

Como Φ é um elemento de um espaço vetorial linear, podemos representá-lo como uma combinação linear:

$$\Phi(t, X_t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(t) L_j(t, X_t)$$

onde L_j é o elemento *j* na base ortonormal. Usando somente J < ∞ elementos na base, e estimando $\Phi^j(t)$ através de regressão linear dos mínimos quadrados, obtemos a seguinte aproximação para o valor de continuação:

$$\hat{\Phi}^J(t, X_t) = \sum_{j=1}^{J} \hat{\phi}_j(t) L_j(t, X_t)$$

Este resultado é então usado recursivamente na regra ótima de decisão. Uma estimativa mais precisa do valor da opção americana é obtida através do aumento do número N de intervalos de tempo, do número K de simulações e do número J de funções básicas.

O método LSM pode ser aplicado também para a avaliação de projetos envolvendo opções múltiplas, sejam elas independentes, compostas ou mutuamente exclusivas.

Esta abordagem foi adotada pelo autor para a avaliação dos projetos de E&P de petróleo presentes no trabalho. No capítulo a seguir, será feita uma análise de sensibilidade do método LSM.