

## 6

### O Método de Ajuste

Como vimos no Capítulo 2, o decaimento  $D^+ \rightarrow K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$  pode acontecer através de vários modos de decaimento de dois e três corpos. O nosso objetivo é encontrar quais destes canais contribuem efetivamente. O método de ajuste usado é o de Máxima Verossimilhança, que utiliza uma função densidade de probabilidade (pdf) para considerar as amplitudes de cada canal de decaimento. Como vimos no capítulo 2, estas são construídas utilizando o Formalismo de Análise de Amplitudes dentro do Modelo Isobárico, sendo somadas coerentemente e ponderadas pelos respectivos coeficientes complexos ( $c_k = a_k e^{i\delta_k}$ ), a serem determinados pelo ajuste.

Na prática, este tipo de análise é bastante complexo. A função densidade de probabilidade deve levar em conta a variação da eficiência dos detetores no espaço de fase, efeitos de resolução, composição de *background* e deve ser apropriadamente normalizada. Além disso, o espaço de fase é pentadimensional, fato este que dificulta a visualização dos dados. Finalmente, a questão fundamental a considerar nesta análise é o conjunto de canais que devem ser incluídos no ajuste. Devemos ser cuidadosos em não adicionar um número excessivo de possibilidades com o risco de induzir possíveis falsos efeitos de interferências que mascarem a interpretação dos resultados. A seguir discutiremos cada um desses pontos com maior detalhe.

#### 6.1

##### p.d.f. do Sinal

De acordo com o que vimos no Capítulo 2, a distribuição de eventos no espaço de fase  $\phi = \{m_{K_S \pi^-}^2, m_{K_S \pi_1^+}^3, m_{K_S \pi_2^+}^3, m_{\pi^- \pi_1^+}^2, m_{\pi_1^+ \pi_2^+}^2\}$  do decaimento  $D^+ \rightarrow K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$  pode ser descrita por uma função densidade de probabilidade (pdf) do sinal dada por:

$$\rho(\phi) |\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha})|^2. \quad (6-1)$$

onde  $\mathcal{M}$  é a amplitude física de decaimento e  $\vec{\alpha}$  é o vetor de parâmetros  $\{a_k, \delta_k\}$  que representam as magnitudes e fases relativas de cada canal intermediário. Supondo que na análise são considerados M canais de decaimento, então,  $\vec{\alpha}$  será um vetor de  $2 \times M$  dimensões:

$$\vec{\alpha} = (a_1, \delta_1, a_2, \delta_2, a_3, \delta_3, \dots, a_M, \delta_M) \quad (6-2)$$

Assim, o termo  $\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha})$  é a soma coerente das amplitudes dos canais de decaimento, cada um deles ponderado com sua respectiva contribuição:

$$\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha}) = \sum_k c_k \mathcal{A}_k^N(\phi) . \quad (6-3)$$

A função  $\mathcal{A}_k^N(\phi)$  é a amplitude “normalizada” do canal de decaimento  $k$ . No capítulo 2 encontramos as expressões para as amplitudes de canal. Se representamos a amplitude do canal  $k$  por  $A_k(\phi)$ , então a respectiva amplitude normalizada estará dada pela expressão:

$$\mathcal{A}_k^N(\phi) = \frac{A_k(\phi)}{\sqrt{\int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi')}} . \quad (6-4)$$

Ao analisar as nossas distribuições de dados, devemos considerar que estas sofrem efeitos de aceitação e resolução, como discutido no Capítulo 5. Usamos uma função dupla-gaussiana  $S(M)$  para descrever a resolução de massa do  $D^+$  (ajuste ao espectro de massa  $K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$ ), enquanto que obtivemos a função aceitação  $\epsilon(\phi)$  a partir de MC. Assim, consideramos ambos efeitos escrevendo a pdf do sinal como:

$$\mathcal{F}_S(\phi, M, \vec{\alpha}) = \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \epsilon(\phi) \rho(\phi) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi) \right|^2. \quad (6-5)$$

O termo  $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$  é o fator de normalização global da pdf do sinal, necessário pelo processo de ajuste. Ele é dado pela integral no espaço das variáveis  $(M, \phi)$ :

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi') \right|^2 \quad (6-6)$$

### 6.1.1

#### p.d.f. do *Background*

Como tínhamos visto no capítulo anterior, existem 2 tipos de *background* contaminando a nossa amostra de dados: combinatorial e charmoso, onde parametrizamos o *background* charmoso devido a três canais de decaimento do  $D_s$ . Teremos então um total de 4 componentes para o *background*. Definimos a função densidade de probabilidade para cada uma dessas componentes de maneira análoga ao caso do sinal:

$$\mathcal{F}_{B_l}(\phi, M) = B_l(M) \epsilon(\phi) \rho(\phi) |\mathcal{B}_l(\phi)|^2. \quad (6-7)$$

A função  $\mathcal{B}_l(\phi)$  é a amplitude “normalizada” do respectivo termo de *background*. Se representamos a amplitude do termo  $l$  por  $b_l(\phi)$ , então a respectiva amplitude normalizada estará dada por:

$$\mathcal{B}_l(\phi) = \frac{b_l(\phi)}{\sqrt{\int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' B_l(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') b_l(\phi') b_l^*(\phi')}} \quad (6-8)$$

$B_l(M)$  é a função que representa a respectiva componente da distribuição de eventos do *background* no espectro  $K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$ , como obtivemos no capítulo anterior. As funções  $b_i(\phi)$  dependem do tipo de *background*. Para o combinatorial ( $i = 1$ ) e para os dois canais de  $D_s$  não-ressonantes ( $i = 3, 4$ ), tomamos simplesmente  $b_{1,3,4} = 1.0$ , ou seja, constantes no espaço de fase. Para o canal  $D_s^+ \rightarrow K^{*+} K^{*0}$  ( $i = 2$ ) consideramos uma amplitude de decaimento tipo vetor-vetor (VV) em onda-S, parametrizando adequadamente as Breit-Wigners que representam as ressonâncias  $K^*$ . Para o ajuste da análise de amplitudes, a descrição do *background* é então totalmente fixa.

## 6.2

### O Ajuste por Máxima Verossimilhança

A função densidade de probabilidade total  $\mathcal{F}$  contém os termos que representam o sinal e o *background* e está definida como:

$$\mathcal{F}(\phi, M, \vec{\alpha}) = p_S \mathcal{F}_S(\phi, M, \vec{\alpha}) + \sum_{l=1}^4 p_{B_l} \mathcal{F}_{B_l}(\phi, M) \quad (6-9)$$

onde  $p_S$  e  $p_{B_l}$  representam os pesos relativos de eventos de sinal *background* dentro da região de interesse, de acordo às estimativas que encontramos no Capítulo 5:  $p_S = 0.92845$ ,  $p_{B_1} = 0.06446$ ,  $p_{B_2} = 0.00217$ ,  $p_{B_3} = 0.00064$  e  $p_{B_4} = 0.00230$ .

Definimos a função de verossimilhança como o produtório sobre todos os eventos da função densidade de probabilidade avaliada no ponto do espaço de fase de cada evento,

$$\mathcal{L} = \prod_i^{\#eventos} \mathcal{F}(\phi_i, M, \vec{\alpha}) = \prod_i^{\#eventos} \left( p_S \mathcal{F}_S(\phi_i, M, \vec{\alpha}) + \sum_l p_{B_l} \mathcal{F}_{B_l}(\phi_i, M) \right) \quad (6-10)$$

Segundo o método de ajuste por Máxima Verossimilhança, a função densidade de probabilidade que melhor representa a distribuição de dados está

dada pela função  $\mathcal{F}(\phi, M, \vec{\alpha}_j)$ , cujo valor de  $\vec{\alpha}_j$  é aquele que maximiza a função  $\mathcal{L}$  da expressão 6-10.

Substituindo em 6-10 os termos encontrados para a função densidade de probabilidade de sinal e *background*:

$$\mathcal{L} = \prod_i^{\#eventos} \left[ \epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i) \left( p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \right] \quad (6-11)$$

Para o processo de ajuste, utilizamos o pacote MINUIT da biblioteca do ROOT. O MINUIT é um programa de minimização. Definimos a função a ser minimizada por:

$$fcn = -2 \ln(\mathcal{L}) \quad (6-12)$$

Então, tomando o logaritmo da expressão 6-11 temos:

$$\ln(\mathcal{L}) = \sum_i^{\#eventos} \ln(\epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i)) + \sum_i^{\#eventos} \ln \left( p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \quad (6-13)$$

No espaço de parâmetros do ajuste, o termo  $\sum \ln(\epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i))$  é uma constante e não afeta a posição do mínimo. Na prática, então, minimizamos a quantidade

$$-2 \sum_i^{\#eventos} \ln \left( p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \quad (6-14)$$

A correção por causa da eficiência dos detetores  $\epsilon(\phi)$  assim como a densidade de espaço de fase  $\rho(\phi)$  são consideradas unicamente ao calcular as constantes de normalização totais  $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$  e  $\mathcal{N}_B$ . O ajuste realizado é do tipo evento a evento (não binado).

Terminada a minimização, MINUIT fornece os parâmetros ajustados ( $\alpha_k$ ) e seus respectivos erros. Também fornece a matriz de erro *ERR*, necessária para calcular o erro nas frações  $f_j$  definidas pela equação:

$$(\delta f_j)^2 = \sum_{l,k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_l} ERR(\alpha_k, \alpha_l) . \quad (6-15)$$

### 6.3

#### Considerações nos Cálculos

##### 6.3.1

##### Geração de Eventos por fastMC

A criação de eventos pelo método de simulação FastMC utilizado nesta tese se baseia em decaimentos sucessivos de dois corpos como o apresentado na figura 6.1. É um método bastante simples cujas principais características são:

- Geração da massa  $M_D$  do méson  $D^+$  através da função obtida do ajuste do espectro de massa,  $S(M)$ .
- Geração das massas das partículas intermediárias seguindo uma distribuição uniforme. Por exemplo a massa da ressonância  $R_1$  é gerada seguindo uma distribuição uniforme no intervalo  $[(m_3 + m_4), M_D - (m_1 + m_2)]$ .
- A trajetória das partículas é definida por dois ângulos  $(\theta, \phi)$ . Estes ângulos são gerados no centro de massa da respectiva partícula mãe.  $\phi$  é o ângulo que a trajetória faz com o eixo  $z$  e  $\theta$  o ângulo que a projeção da trajetoria no plano  $xy$  faz com o eixo  $x$ . O ângulo  $\phi$  é gerado seguindo uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ , e para definir o ângulo  $\theta$ , é gerado o  $\cos \theta$  seguindo uma distribuição uniforme no intervalo  $[-1, 1]$ .
- O evento gerado seguindo os passos anteriores é tem peso seguindo a função densidade de probabilidade  $\rho(\phi)$  cuja expressão (pag. 275 em [12]) é dada por:

$$\rho(\phi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \prod_{i=2}^4 \frac{1}{2} P_i, \quad (6-16)$$

onde

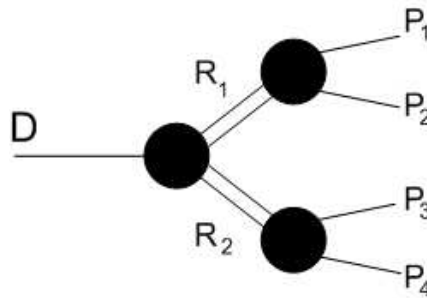


Figura 6.1: Um decaimento de dois corpos no primeiro nível seguido de dois decaimentos de dois corpos no segundo nível.

$$P_i = \frac{\lambda^{1/2}(M_i^2, Ma_{i-1}^2, Mb_{i-1}^2)}{2M_i} \quad (6-17)$$

que, para nosso caso, é:

$$\rho(\phi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \frac{1}{8} \left( \frac{\lambda^{1/2}(M_D^2, M_{R_1}^2, M_{R_2}^2)}{2M_D} \right) \times \left( \frac{\lambda^{1/2}(M_{R_1}^2, m_1^2, m_2^2)}{2M_{R_1}} \right) \times \left( \frac{\lambda^{1/2}(M_{R_2}^2, m_3^2, m_4^2)}{2M_{R_2}} \right) \quad (6-18)$$

### 6.3.2

#### Cálculo da Amplitude Normalizada

Para encontrar o valor da Amplitude Normalizada  $\mathcal{A}_k^N(\phi)$  de cada canal de decaimento é necessário calcular o valor que se encontra dentro da raiz quadrada do denominador da expressão 6-4, onde define-se esta integração no espaço de fase definido pela massa nominal do  $D^+$  ( $M_D = 1.869 \text{ GeV}/c^2$ ):

$$N_k = \int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi') \quad (6-19)$$

Fazemos isto gerando um grande número de eventos ( $N_{gen}$  de FastMC que já contém implicitamente a densidade de espaço de fase  $\rho(\phi)$ , assim:

$$\int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi') = \frac{1}{N_{gen}} \sum_{MC} A_k(\phi_{MC}) A_k^*(\phi_{MC}) \quad (6-20)$$

### 6.3.3

#### Cálculo dos Fatores de Normalização

O fator de normalização  $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$  também é calculado via FastMC:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi') \right|^2 \quad (6-21)$$

Escrevendo em termos das amplitudes não normalizadas, temos:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \frac{A_k(\phi')}{\sqrt{N_k}} \right|^2 \quad (6-22)$$

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left( \sum_k \sum_j a_k a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \frac{A_k(\phi') A_j^*(\phi')}{\sqrt{N_k N_j}} \right) \quad (6-23)$$

que podemos reescrever como:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j a_i a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \left( \frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') A_k(\phi') A_j^*(\phi') \right) \quad (6-24)$$

Gerando eventos de FastMC, podemos achar

$$\int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') A_k(\phi') A_j^*(\phi') = \frac{1}{N_{gen}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \quad (6-25)$$

Assim,

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j a_i a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \left( \frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \right) \quad (6-26)$$

Ou seja,

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j c_k c_j^* N_{kj} \quad (6-27)$$

onde

$$N_{kj} = \frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \quad (6-28)$$

Os termos  $N_k$  e  $N_{kj}$  são calculados previamente ao processo de minimização reduzindo assim de maneira dramática o tempo de processamento.

O cálculo do fator de normalização do *background*  $\mathcal{N}_B$  é similar ao cálculo de  $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$ .

### 6.3.4

#### Cálculo das Frações

As contribuições fornecidas pelo ajuste  $c_k = a_k e^{i\delta_k}$  são calculadas escolhendo uma delas como fixa (geralmente é escolhida a contribuição daquele canal que contribui mais ao decaimento). No nosso caso, escolhemos o canal  $D^+ \rightarrow a_1^+(1260)K_S$ ,  $a_1^+(1260) \rightarrow \rho^0\pi^+$ ,  $\rho^0 \rightarrow \pi^-\pi^+$ , o qual fixamos com o valor de  $c_k = 1$  ( $a_k = 1$ ,  $\delta_k = 0$ ).

Se entendemos que, uma vez obtidos os parâmetros  $\vec{\alpha}$ , a modelagem da dinâmica do decaimento está determinada e agora descorrelacionada dos efeitos dos detectores, os cálculos das frações devem tomar a integração dentro do espaço de fase do decaimento, definido pela massa nominal do  $D^+$  (em coerência com a nossa definição das normalizações  $N_k$ , na equação 6-19).

Vimos no Capítulo 2 que a fração do canal  $k$  é definida como:

$$f_k = \frac{\int d\phi \rho(\phi) |a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi)|^2}{\int d\phi \rho(\phi) |\sum_j a_j e^{i\delta_j} \mathcal{A}_j^N(\phi)|^2} \quad (6-29)$$

Como  $\int d\phi \rho(\phi) |\mathcal{A}_k^N(\phi)|^2 = 1$  (as amplitudes estão normalizadas), então:

$$f_k = \frac{a_k^2}{\mathcal{N}_{FR}(\vec{\alpha})} \quad (6-30)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{FR}(\vec{\alpha}) &= \int d\phi \rho(\phi) \left| \sum_j a_j e^{i\delta_j} \mathcal{A}_j^N(\phi) \right|^2 \\ &= \sum_{k,j} a_k a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} Nfr_{kj} \end{aligned} \quad (6-31)$$

e

$$Nfr_{kj} = \int d\phi \rho(\phi) \mathcal{A}_k^N \mathcal{A}_j^{N*} . \quad (6-32)$$

Os valores de  $Nfr_{kj}$  são também calculados via FastMC, previamente ao processo de minimização, e as frações e seus erros são calculados uma vez terminado o ajuste.

## 6.4

### A Forma da Largura dos Vetores Axiais

Como vimos no capítulo 2.3.1 a largura dos vetores axiais é calculada utilizando a expressão 2-17. Seja  $A$  o vetor-axial de massa  $m_A$ . Temos:

$$\Gamma_A(m_A) \propto \frac{1}{m_A^3} \int dm_{12}^2 dm_{23}^2 \left| \sum_i c_i \mathcal{A}_A^i(m_{12}, m_{23}) \right|^2 \quad (6-33)$$

onde  $m_{12}$  e  $m_{23}$  são as massas invariantes das combinações das partículas 1,2 e 2,3 do estado final do decaimento em 3 corpos do vetor-axial  $A$ .  $\mathcal{A}_A^i(m_{12}, m_{23})$  é a amplitude do canal  $i$  do decaimento, e  $c_i$  é o valor encontrado da contribuição do respectivo canal de decaimento em 4 corpos do méson  $D^+$  do qual forma parte o canal  $i$  do decaimento do  $A$  em 3 corpos.

Ou seja, para encontrar a forma da largura dos vetores axiais, precisamos antes ter realizado um ajuste para achar as respectivas contribuições  $c_i$  no decaimento de 4 corpos. Para isto, é realizado um processo iterativo de ajuste de dados e de cálculo da forma dos axiais até chegar a valores que estabilizem a forma da largura procurada, que também implica na otimização do ajuste.

Representamos a largura  $\Gamma_A(m_A)$  de forma discreta, dividindo o espectro de massa do axial em 100 partes iguais. Para cada valor de massa é encontrada a largura a partir da expressão 6-33. Após obter os valores das larguras para cada massa, as larguras são reescaladas linearmente de tal maneira que à massa nominal do vetor axial corresponda a largura nominal. O cálculo da integral da expressão 6-33 é feito através de eventos gerados por FastMC para decaimentos de 3 corpos.

A Figura 6.2 apresenta a forma da largura para o caso do vetor-axial



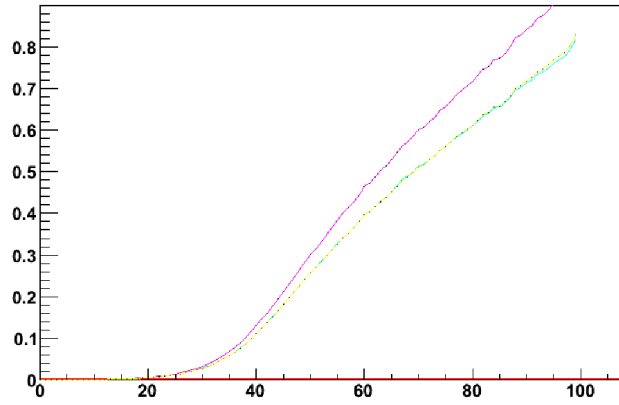


Figura 6.2: Forma da Largura do vetor-axial  $a_1(1260)$ . São realizadas varias iterações até obter estabilidade

$a_1(1260)$ . São mostradas várias formas para diferentes iterações até obter estabilidade. O eixo  $Y$  corresponde á largura e o eixo  $X$  ao número do  $bin$  (a região de massa foi dividida em 100  $bins$ ).

No caso dos vetores-axiais  $K_1(1400)$  e  $K_1(1270)$ , os valores nominais de massa e largura estão bem estabelecidos no PDG. Isso não acontece para o  $a_1(1260)$ . Por tal motivo, neste trabalho foi também realizado um estudo para achar valores de massa e largura nominal do  $a_1(1260)$  que otimizem os resultados do ajuste. O processo iterativo é realizado para diferentes valores atribuídos de massa e largura, sendo escolhido o valor que, além de fornecer um bom ajuste de dados (menor valor de  $fcn$ ), não se afaste da janela estabelecida pelo PDG para os parâmetros deste axial.

## 6.5

### Teste de Consistência do Algoritmo de Ajuste

Para verificar se o algoritmo de ajuste é confiável, ele é testado em dados gerados por simulação de FastMC, onde as contribuições de cada canal são arbitrariamente estabelecidas através de um conjunto de parâmetros de entrada,  $\vec{\alpha}_{in}$ . Depois, essa amostra gerada é ajustada através do algoritmo para assim obter os parâmetros de saída  $\vec{\alpha}_{out}$ . Este processo é realizado utilizando 10 canais de decaimento, mostrados na tabela 6.1.

O primeiro canal é tomado como referência, com valores fixos  $a_k = 1$ ,  $\delta_k = 0$ . Geramos uma amostra de 30 mil eventos. Um exemplo de resultado deste teste é apresentado na tabela 6.1. Vemos que o algoritmo de ajuste encontra com boa precisão os valores das contribuições na geração por FastMC.

Modo	$a_{in}$	$a_{out}$	$\delta_{in}$	$\delta_{out}$
$K_S a_1^+ \{\rho \pi^+\}$ SW	1.000	1.000 (fixo)	0.000	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+ \{\rho \pi^+\}$ DW	0.358	$0.362 \pm 0.008$	113.870	$115.1 \pm 1.3$
$K_S a_1^+ \{\sigma \pi^+\}$	0.317	$0.308 \pm 0.007$	229.786	$229.0 \pm 1.6$
$K_1^0(1400) \{K^*(892)^- \pi^+\} \pi^+$ SW	0.121	$0.116 \pm 0.007$	45.561	$46.2 \pm 3.7$
$K_1^0(1270) \{\rho^0 K_S\} \pi^+$ SW	0.120	$0.118 \pm 0.007$	34.809	$35.5 \pm 3.9$
$K^*(892)^- \pi^+ \pi^+$	0.111	$0.113 \pm 0.008$	150.673	$151.4 \pm 4.2$
$K^*(1430)^- \pi^+ \pi^+$	0.310	$0.310 \pm 0.010$	98.124	$96.6 \pm 2.0$
$\kappa^- \pi^+ \pi^+$	0.460	$0.440 \pm 0.010$	218.574	$218.7 \pm 1.3$
$K_S \pi^+ \rho^0$	0.280	$0.278 \pm 0.009$	41.258	$39.0 \pm 1.6$
$K_S \pi^+ \sigma$	0.226	$0.208 \pm 0.010$	25.339	$24.6 \pm 3.0$

Tabela 6.1: Resultado do teste de consistência do algoritmo de ajuste

## 6.6

### Avaliando a Qualidade do Ajuste

O algoritmo de ajuste é usado para encontrar as contribuições de cada canal de decaimento. Diferentes modelos serão estudados no capítulo seguinte, sendo que a diferença entre eles é unicamente na composição de canais usados para representar o decaimento.

Uma maneira simples de determinar se um modelo é melhor que o outro é comparar o valor de  $fcn = -2 \ln \mathcal{L}$  fornecido pelo MINUIT. O modelo que melhor representa os dados será aquele com o menor valor de  $fcn$ . Mas o  $fcn$  só pode ser usado para fins comparativos, por si só não tem um sentido absoluto.

Outra maneira de saber se um modelo é bom ou não é calculando o valor da medida de  $\chi^2$  por número de bins (Nbins).

O procedimento para calcular o  $\chi^2/Nbins$  começa, dividindo o espaço de fase em pequenos *bins* (hipercubos no nosso espaço de cinco dimensões). Para um *bin*  $i$ , é encontrado o número de eventos de dados ( $N_{obs}^i$ ) e o número de eventos de uma amostra de fastMC gerada utilizando o modelo sendo analisado ( $N_{esp}^i$ ). O valor de  $\chi^2$  é obtido utilizando a seguinte expressão:

$$\chi^2 = \sum_{i \text{ bins}} \frac{(N_{obs}^i - N_{esp}^i)^2}{N_{esp}^i}. \quad (6-34)$$

O número de bins Nbins é o número total de bins em que foi dividido o espaço de fase e que tem eventos de dados e de FastMC.

Ainda que o valor de  $\chi^2/Nbins$  possa dar uma medida absoluta da qualidade do ajuste de histogramas (binados) uni-dimensionais (valores próximos a 1 indicam um bom ajuste) isto não está claro para ajustes em maiores dimensões evento a evento. Observamos neste estudo que o valor de  $\chi^2/Nbins$  depende substancialmente da escolha do tamanho dos bins (gride pentadimensional). Por exemplo, para o nosso resultado central apresentado no próximo

capítulo, se escolhermos divisões de 4,5 e 6 *bins* por dimensão (massa invariante) obtemos, respectivamente,  $\chi^2/N_{\text{bins}} = 3.24$ , 3.02 e 2.31, para um total de bins ocupados de 92, 163 e 247. Estes três valores de  $\chi^2/N_{\text{bins}}$  levam a um nível de confiança (CL) igual a zero, ainda que, como veremos, a comparação entre modelo e dados é boa na maioria das projeções de massas invariantes, as discrepâncias aparecendo em algumas regiões de massa isoladas. Isto nos mostra que mesmo o valor de  $\chi^2/N_{\text{bins}}$  também não pode ser tomado de forma absoluta. De qualquer forma, entendemos que ainda assim é um critério útil na avaliação da qualidade do ajuste.