



Diego Castelo Branco Valente

**MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA A VOLATILIDADE
DO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da PUC-Rio.

Orientadora: Rosane Riera Freire



Diego Castelo Branco Valente

**MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA A VOLATILIDADE
DO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Física pelo Programa de Pós-Graduação em Física do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Rosane Riera Freire

Orientadora

Departamento de Física – PUC-Rio

Prof. Carlos Mauricio Giesbrecht Ferreira Chaves

Instituto de Física - UFRJ

Prof. Celia Anteneodo

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial de Pós-Graduação

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 4 de agosto de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e da orientadora.

Diego Castelo Branco Valente

Graduou-se em Engenharia Elétrica de Produção com ênfases em sistemas de apoio a decisão e telecomunicações na PUC-Rio em 2002 e completou o mestrado em Física da Matéria Condensada Teórica na PUC-Rio em 2004.

Ficha Catalográfica

Valente, Diego Castelo Branco

Modelos estocásticos para a volatilidade do mercado de ações brasileiro / Diego Castelo Branco Valente; orientadora: Rosane Riera Freire. – Rio de Janeiro PUC, Departamento de Física, 2004.

98 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Física.

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Teses. 2. Econofísica. 3. Volatilidade. 4. Processos estocásticos. I. Freire, Rosane Riera. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 530

Para meus pais, Geraldo T. Valente e Myrthes C. B. Valente,
que sempre me apoiaram em toda a minha jornada.

Agradecimentos

A Deus por tudo.

A minha orientadora, prof^a. Rosane Riera Freire, por ter me aceito e acreditado no meu trabalho em um período difícil de meu curso. Sua competência e dedicação pelo projeto sempre me motivaram e inspiraram ainda mais.

A Samantha, pelo carinho, apoio e companheirismo durante essa fase nova de minha vida.

Aos professores G. Sigaud, E. Montenegro, A. Paschoa, M. Cremona, H. Borges, E. Mucciolo e R. Prioli do Depto. de Física, e L. C. da Silva e M. C. Carvalho pela amizade e pelos conselhos que guardarei para a vida.

Ao pessoal administrativo Giza, Nelia, Majô, Julinho, Marcia, Raquel, Bernadete e Tânia que sempre se mostraram muito cordiais e solícitos quando precisei de ajuda.

Ao meu colega Anderson Cortines por suas contribuições para os trabalhos.

A todos os colegas e amigos Carol, Luciana, Eduardo, Lucas, Pedro, Renato, Flavia, Henrique e outros que sempre me apoiaram nessa empreitada com coleguismo, respeito e sobretudo amizade.

A CAPES, CNPq e a PUC-Rio pelo apoio financeiro através das bolsas que me foram concedidas.

Resumo

Valente, Diego Castelo Branco; Freire, Rosane Riera. **Modelos Estocásticos para a Volatilidade do Mercado de Ações Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2004, p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A volatilidade de uma série temporal financeira é um parâmetro importante de modelagem do mercado financeiro. Ela controla a medida de risco associado à dinâmica de preços do título financeiro, afetando assim o preço racional dos derivativos. A volatilidade de um ativo financeiro é uma quantidade estatística que descreve a magnitude típica das variações de preços do ativo. Por sua vez, existe uma grande evidência empírica que a volatilidade segue também um processo estocástico subjacente ao dos preços. Nesta dissertação, investigamos a série histórica do IBOVESPA. Utilizamos diferentes metodologias para estimar a volatilidade a partir dos dados empíricos das flutuações do índice de preços. Comparamos em cada caso a função densidade de probabilidade (pdf) da volatilidade histórica diária com as previsões teóricas de vários modelos de volatilidade estocástica propostas na literatura financeira. Os modelos considerados descrevem processos estocásticos de reversão à média. As equações diferenciais estocásticas de Itô associadas possuem três parâmetros: dois parâmetros que controlam o processo de reversão à média (valor médio de longo prazo da volatilidade e taxa no tempo da reversão das flutuações para este valor médio) e um parâmetro que descreve a amplitude do processo difusivo de Wiener. As pdfs estacionárias destes modelos são obtidas através de testes de hipótese. A partir destes resultados, analisamos a validade dos modelos de volatilidade estocástica estudados na descrição dos dados empíricos do IBOVESPA.

Palavras-chave

Econofísica, Volatilidade, Processos Estocásticos.

Abstract

Valente, Diego Castelo Branco; Freire, Rosane Riera. **Stochastic Models for the Brazilian Stock Market Volatility**. Rio de Janeiro, 2004, p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The volatility of a financial time series is a key variable in the modeling of the financial markets. It controls the risk measure associated with the dynamics of price of a financial asset and also affects the rational price of derivative products. The volatility of a financial asset is a statistical quantity that describes the characteristic magnitude of price changes of the asset. On the other hand, there is empirical evidence that volatility itself follows a stochastic process underlined to the price process.

In this thesis, we investigate the historical series of IBOVESPA. Different methodologies were used to estimate volatility from the empirical data of the fluctuation of the index of prices. In each case, we compare the probability density function (pdf) of daily historical volatility with the theoretical results from several stochastic volatility models proposed in the financial literature.

The models considered here describe mean reverting stochastic processes. The associated stochastic differential Itô equations have three parameters: two parameters controlling the mean reverting process (the long run volatility mean and the time rate of reversion of the fluctuations to this mean) and one parameter describing the amplitude of a diffusive Wiener process.

The stationary pdfs of the models are obtained through tests of hypothesis. From these results, we analyze the validity of the studied volatility stochastic models in describing the empirical IBOVESPA data.

Keywords

Econophysics, Volatility, Stochastic Processes.

Sumário

1. Introdução	9
1.1 Introdução	9
1.2 Objetivos	16
1.3 Estrutura dos capítulos	16
2. Análise Estatística de Dados Financeiros	17
2.1 O Mercado de Capitais no Brasil	17
2.2 Retornos	23
2.3 Volatilidade	27
3. Modelos Estocásticos de Volatilidade	43
3.1 Processos estocásticos de Itô-Langevin	43
3.2 Processo de Ornstein-Uhlenbeck Aritmético	44
3.3 Processo de Ornstein-Uhlenbeck Geométrico	46
3.4 Processo de Feller	46
3.5 Modelo de Heston	47
3.6 Modelo de Hull & White	48
3.7 Modelo de Micciché <i>et. al.</i>	48
3.8 Modelo Log-normal	49
4. Resultados e Conclusões	51
4.1 Ajuste dos Modelos para a Volatilidade I	51
4.2 Ajuste dos Modelos para a Volatilidade II	55
4.3 Ajuste dos Modelos para a Volatilidade III	58
4.4 Discussão Final	65
Referências Bibliográficas	67
Apêndice A Equação de Fokker-Plank	69
Apêndice B Processo Estocástico de Ornstein-Uhlenbeck Aritmético	71
Apêndice C	75
Processo de Ornstein-Uhlenbeck Geométrico	75
Processo de Feller	77
Modelo de Heston	79
Apêndice D	80
Modelo Hull & White	83
Modelo de Micciché <i>et. al.</i>	83
Apêndice E	84
Modelo de Schwartz	84
Modelo Log-normal de Micciché <i>et. al.</i>	88
Apêndice F Identificação dos parâmetros dos modelos através dos momentos empíricos	90
Modelo de Micciché <i>et.al.</i>	90
Modelo Hull & White	91
Modelo O-U geométrico	93
Modelo de Heston	95
Modelo Log-normal	96
Apêndice G Teste Qui-Quadrado	97