

4 Previsão de demanda

4.1. Introdução

Ao procurar em um dicionário o significado da palavra prever, percebe-se que tem o sentido de ver antecipadamente, conjeturar, supor, profetizar, prognosticar, predizer (Aurélio). Pois é exatamente isto que se busca quando se quer prever a demanda de determinado produto ou serviço.

Todos os dias, decisões são tomadas sem que se saiba o que acontecerá no futuro. Compras de matéria-prima são feitas sem que se saiba como serão as vendas; investimentos são feitos sem que se saiba quais serão os lucros etc.

Em uma empresa, as previsões servem de base para o planejamento, sejam de níveis de estoque, de capacidade produtiva, de compras e, até mesmo de orçamentos e de construções de novas instalações.

Uma boa previsão pode auxiliar, entre outras coisas, na redução do *lead time* e dos níveis de estoque em uma empresa. Com isso, a busca por boas estimativas do futuro é o principal objetivo das previsões.

William J. Stevenson (2001) destaca duas aplicações para a previsão: planejar o sistema e planejar a utilização do sistema. O planejamento do sistema engloba decisões de longo prazo, como localização de instalações e tipos de equipamentos a serem utilizados. Por outro lado, o planejamento da utilização do sistema trata de decisões a curto e médio prazo, onde se estabelece o nível de estoque, utilização da mão-de-obra etc.

Nesta dissertação, será tratada apenas a previsão da demanda visando sua aplicação na gestão de estoques.

4.2. Características da demanda

Uma das coisas mais difíceis de prever é a demanda do consumidor. Ela pode mudar drasticamente devido a fatores que não se podem controlar, tais como suas preferências, sua renda no período, os preços dos demais produtos e, sobretudo, o preço do próprio produto.

Estes fatores podem ser divididos em externos e internos.

4.2.1. Fatores externos

Fatores externos, como mudanças climáticas e alterações na economia influenciam positiva ou negativamente a demanda. Por exemplo, altas temperaturas no inverno podem fazer com que as vendas de produtos de praia aumentem neste período, que não é característico a este tipo de produto. Por outro lado, a desvalorização da moeda de um país pode diminuir o poder de compra da população, fazendo com que as vendas caiam. Nota-se que os fatores externos não estão sob o controle da gerência.

4.2.2. Fatores internos

Produzir determinado produto em seu período de pico de consumo pode ser muito oneroso. Para incentivar seu consumo antes ou depois do pico, algumas empresas recorrem a promoções. Decisões como esta são exemplos de fatores internos que influenciam a demanda. A retirada de um item do mix de produtos e o aumento de preços de venda são outros exemplos destes fatores.

4.3. Características das previsões

Os métodos de previsão são geralmente baseados em modelos estatísticos que usam dados históricos, ou métodos qualitativos baseados em experiências gerenciais.

Existem diversos métodos de previsão, mas algumas características independem do método utilizado. São elas:

- a) Os métodos de previsão admitem que o sistema de causas subjacentes continua o mesmo com o passar do tempo - no entanto, mudanças ocorrem e o gerente deve estar atento a estas possíveis mudanças e preparado para reconsiderar previsões feitas considerando as condições estáveis;
- b) Dificilmente um valor real será igual à previsão – a demanda é influenciada por diversas variáveis, por isso é preciso sempre levar em conta as imprecisões;
- c) As previsões feitas para grupos de itens geralmente são mais precisas, pois os erros para cada item acabam se compensando – um exemplo de aplicação de previsões em grupo é a previsão de uma matéria-prima comum a diversos produtos;

- d) A exatidão da previsão depende do seu horizonte temporal - previsões de curto prazo são geralmente mais precisas, pois englobam um número menor de incertezas.

4.4. Importância estratégica das previsões

O propósito da previsão é reduzir o risco da tomada de decisão. As previsões estão geralmente erradas, mas a magnitude destes erros depende do método utilizado. Com o aumento dos recursos empregados na determinação da previsão, estes erros podem ser reduzidos.

As previsões de demanda influenciam as decisões em diversas áreas. Como exemplo, será destacado seu impacto em três atividades: (a) recursos humanos, (b) capacidade e (c) gestão da cadeia de fornecimento.

Recursos Humanos

Contratação, treinamento e dispensa de trabalhadores são atividades que dependem da demanda futura. Se o departamento de recursos humanos contratar empregados adicionais sem a devida antecedência, o volume de treinamento decai e a qualidade da força de trabalho é prejudicada.

Capacidade

Quando a capacidade é inadequada, as deficiências resultantes podem significar entregas não-confiáveis, perda de clientes e de participação de mercado.

Relação com Fornecedores

As boas relações com os fornecedores e as conseqüentes vantagens de preços de materiais e peças dependem de boa coordenação e de previsões acuradas.

4.5. Elementos de uma boa previsão

Boas previsões são de fundamental importância para uma empresa, pois “a previsão é a única estimativa da demanda até que a demanda se torne conhecida” (Heizer & Render – 1999).

Para ser considerada boa, uma previsão deve possuir as seguintes características:

- a) O horizonte de previsão deve ser suficiente para permitir a implementação de possíveis mudanças;
- b) Deve mostrar de forma clara seu grau de exatidão, para que os efeitos de erros possam ser avaliados e minorados;
- c) A previsão deve ser confiável. Uma previsão ruim pode gerar desconfiança nos usuários a cada nova previsão;
- d) Deve ser expressa em unidades significativas para os usuários;
- e) Deve se feita por escrito, pois assim permitirá a comparação com os resultados reais obtidos;
- f) Por fim, o método escolhido deve ser de fácil compreensão e utilização.

4.6. Os passos a serem seguidos no processo de previsão

De acordo com William J. Stevenson (2001), o processo de previsão deve seguir os passos descritos a seguir.

- 1) Determinar o objetivo da previsão;
- 2) Determinar o horizonte de tempo da previsão;
- 3) Selecionar o modelo a ser empregado;
- 4) Coletar os dados necessários;
- 5) Elaborar a previsão;
- 6) Analisar os resultados.

4.6.1. Objetivo da previsão

A determinação do objetivo da previsão está ligada a algumas perguntas: Qual o propósito da previsão? Quando ela será necessária? As respostas a estas perguntas indicam o grau de detalhe exigido para a previsão, o volume de recursos necessários (exemplo, mão-de-obra) e o grau de exatidão necessário.

Três variáveis de tempo são fundamentais no processo de previsão: o período da previsão (é a unidade de tempo básica que será utilizada), o horizonte da previsão (é o número de períodos futuros que determinará a previsão) e o intervalo da previsão (é a frequência com a qual novas previsões serão realizadas).

4.6.2. Horizonte de tempo da previsão

As previsões podem ser classificadas pelo horizonte de tempo que abrangem. Segundo Krajewski & Ritzman (1996), os horizontes de tempo são divididos em três categorias:

Previsões em curto prazo

Geralmente menor que três meses, as previsões de curto prazo costumam ser mais precisas que as demais, pois o tempo de reação às mudanças é menor. É utilizado para a previsão de demanda de produtos e serviços individuais, como o planejamento de compras de determinado produto e a programação de tarefas;

Para esse tipo de previsão de curto prazo, e voltados para fins operacionais, os métodos de séries temporais são os mais indicados, pois são de baixo custo e com um nível de precisão adequada. Embora métodos causais sejam mais precisos, seu custo é mais alto e o tempo requerido para desenvolvimento do modelo é maior, tornando inviável a espera para a obtenção dos resultados. Na falta de dados históricos são utilizados métodos baseados na experiência das pessoas envolvidas.

Previsões em médio prazo

Uma previsão de médio prazo geralmente se estende por três meses a dois anos e seu nível de detalhe é menor do que no curto prazo. São, na maioria das vezes, utilizados para planejamento de capacidade, planejamento de vendas e orçamento financeiro, entre outros.

Os métodos causais são os mais indicados para este tipo de previsão. Os métodos baseados em julgamentos também podem ser utilizados, entretanto, são geralmente utilizados em casos em que não existam dados históricos.

Previsões em longo prazo

Estendem-se por mais de dois anos e são utilizados para a previsão de demanda de grupos de produtos e serviços que, ao contrário da análise individual feita no curto prazo, não necessitam tanta precisão. Planejamento de novos produtos, localização ou expansão de instalações, pesquisa e desenvolvimento etc, são alguns exemplos de aplicação de previsões de longo prazo.

Os métodos subjetivos são os mais usados neste tipo de previsão. Pode também ser usada uma combinação de métodos subjetivos com métodos causais,

uma vez que, na utilização métodos matemáticos, o bom senso e a experiência gerencial influenciam, e muito, as tomadas de decisão.

4.7. Abordagens de previsões

Existem duas abordagens usadas para se fazer previsões: a qualitativa e a quantitativa. A abordagem qualitativa leva em conta informações subjetivas como a intuição, as emoções e opiniões pessoais, portanto, impossíveis de serem quantificadas.

A abordagem quantitativa, por sua vez, envolve a análise de dados objetivos e utiliza uma série de modelos matemáticos, baseados em dados históricos (modelos de séries temporais) e/ou variáveis causais (aplicadas a modelos de correlação), como forma de prever a demanda.

A Tabela 4.1 mostra quando cada método de previsão pode ser usado de acordo com o horizonte de planejamento.

Aplicação	Horizonte de tempo		
	Curto Prazo (0 a 3 meses)	Médio Prazo (3 meses a 2 anos)	Longo Prazo (mais de 2 anos)
Previsão quantitativa	Produtos ou serviços individualmente	Vendas totais; Grupos ou famílias de produtos	Vendas totais
Área de decisão	Gerenciamento de estoques; Planejamento da força de trabalho; Planejamento mestre da produção	Planejamento de pessoal; Planejamento mestre da produção; Setores de compras e distribuição.	Locação de novas fábricas; Planejamento de capacidade; Gerenciamento de processo.
Método de previsão	Séries temporais; Métodos causais; métodos subjetivos.	Métodos causais; Métodos subjetivos.	Métodos causais; Métodos subjetivos.

Tabela 4.1 – Aplicações da Previsão de Demanda

Fonte: Krajewski & Ritzman, 1996 (p.458)

4.7.1. Métodos qualitativos

Como dito anteriormente, esses métodos baseiam-se em julgamentos e opiniões. Os dados para elaboração da previsão podem ser obtidos das seguintes

maneiras: opinião de especialistas, informações de pessoas que estão em contato direto com o cliente, pesquisa do mercado consumidor e informações das áreas de venda, gerentes e executivos.

Este tipo de análise é muito freqüente quando não existem dados históricos disponíveis, quando os dados existem, mas não há tempo para analisá-los, ou quando ocorrem mudanças e os dados disponíveis tornam-se desatualizados ou indisponíveis.

Nesta seção, serão considerados quatro dos melhores métodos em uso: estimativas de força de venda, opiniões de executivos (ou julgamento de especialistas), pesquisas de mercado e o método Delphi.

Estimativas de força de venda

Este método reúne estimativas de demandas futuras feitas por profissionais de vendas. Cada vendedor faz sua estimativa e estas estimativas são posteriormente reunidas para formar uma previsão geral.

As vantagens desta abordagem são: (1) pelo contato direto com o cliente os vendedores conseguem boas informações a respeito de qual produto ou serviço os clientes irão querer e em que quantidades; (2) os territórios de venda geralmente são divididos por bairros ou regiões e estas informações podem ser muito úteis para as áreas de controle de estoque e distribuição; (3) as previsões da cada área podem ser combinadas para se ter previsões regionais ou nacionais.

As desvantagens são: (1) estas pessoas podem ser altamente influenciadas por acontecimentos recentes, ou seja, fazerem uma previsão pessimista em consequência de pedidos de vendas baixos (ou o contrário, uma previsão muito otimista após um período de vendas altas); (2) vendedores podem não conseguir diferenciar o que os clientes querem do que os clientes precisam; (3) Se a empresa utiliza a venda como medida de performance, um vendedor pode subestimar suas previsões para fazer sua performance parecer boa quando ele exceder as vendas previstas, ou ele pode trabalhar apenas até atingir as vendas mínimas requeridas.

Opiniões de executivos

Neste método, um grupo de executivos ou gerentes se reúne para fazer uma previsão em conjunto. Este tipo de previsão é comum quando um novo produto é lançado no mercado, ou quando se faz uma promoção de vendas.

Tem a vantagem de reunir pessoas de diversas áreas, porém tem a desvantagem de poder diminuir a pressão de se obter uma boa previsão, uma vez que a responsabilidade recai sobre várias pessoas.

Pesquisas de mercado

Este método consiste em buscar opiniões de consumidores ou de consumidores potenciais. Tem a vantagem de se obter informação diretamente de quem decide a demanda, porém uma pesquisa pode ser bastante dispendiosa e demorada, além de requerer muita habilidade e conhecimentos para que seja feita corretamente.

Método Delphi

É um método que se baseia em informações obtidas através de um questionário, que é distribuído entre pessoas que possam contribuir significativamente com o objetivo da previsão. A cada etapa é feito um novo questionário baseado nas respostas anteriores. Todas as respostas são individuais e não identificadas (dando total liberdade àqueles que estão respondendo). A finalidade é a obtenção de uma previsão consensual.

Uma de suas mais úteis aplicações é na previsão tecnológica, mas pode também ser utilizada em previsões de vendas de novos produtos.

4.7.2. Métodos quantitativos

Existem duas categorias de métodos quantitativos de previsão: (1) modelos de séries temporais e (2) modelos causais (ou de correlação).

4.7.2.1. Modelos de séries temporais

Uma série temporal é uma seqüência cronológica de observações registradas em intervalos regulares (por exemplo, a cada hora, dia, semana, mês, trimestre ou ano). Modelos para descrever séries temporais procuram projetar para o futuro experiências do passado, através de dados históricos de séries temporais.

A análise dos dados de uma série temporal requer que seja identificado o comportamento da série. A maneira mais fácil de fazer esta análise é projetando os dados da série em um gráfico. Normalmente, um ou mais dos quatro componentes a seguir podem então se apresentar: (1) uma tendência, (2) variações sazonais, (3) um padrão de ciclos e (4) variação aleatória.

Tendência

É o movimento gradual dos dados para cima ou para baixo ao longo do tempo. Modificações de renda e da população podem provocar alterações deste tipo.

Sazonalidade

É um padrão de dados que se repete depois de um período de dias, semanas, meses ou trimestres.

Ciclos

São variações em forma de onda, de duração superior a um ano. Eles costumam ser vinculados aos ciclos de negócio, sendo constantemente associados a uma variedade de condições econômicas, políticas, e até mesmo agrícolas.

Variação aleatória

São alterações nos dados causadas pelo acaso e por situações incomuns. Elas não têm um padrão, de modo que não podem ser previstas.

A Figura 4.1 apresenta uma demanda durante um período de quatro anos. Nela, podem ser observados a média, a tendência, os componentes sazonais e as

variações aleatórias em torno da curva de demanda. A demanda média é a soma da demanda de cada período dividida pelo número de períodos observados.

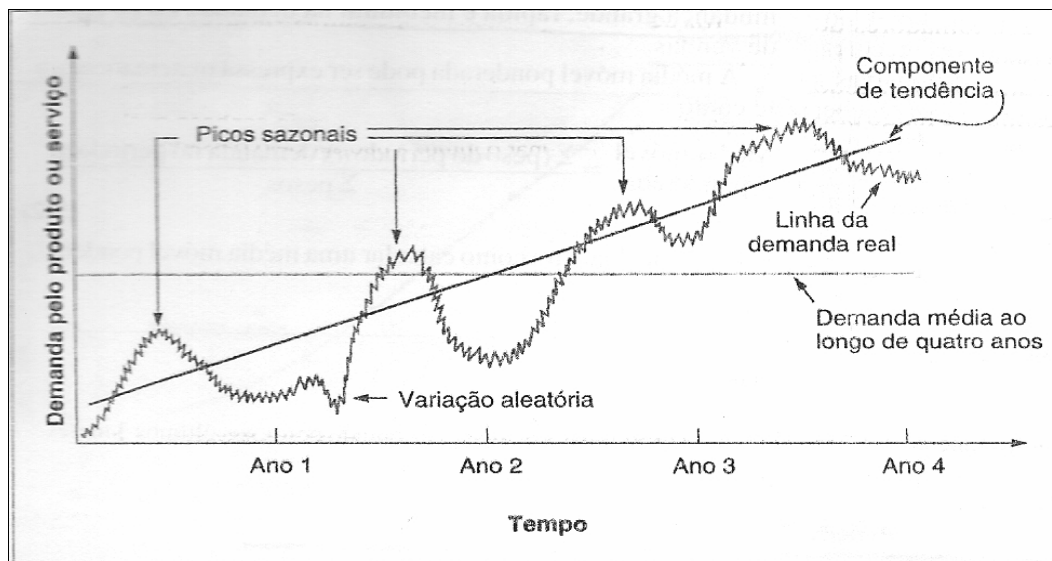


Figura 4.1 – Demanda de um produto acompanhado durante 4 anos com uma tendência de crescimento e sazonalidade indicada.

Fonte: Heinzer & Render, 1999 (p.107)

“É importante ressaltar que uma previsão de demanda deve ser baseada na demanda histórica, e não nas vendas verificadas no passado. As vendas só representam a verdadeira demanda quando ela é inferior ao volume de bens e serviços disponíveis para a venda. Analogamente, quando existem pedidos pendentes, as saídas de mercadorias não refletirão a demanda verdadeira; neste caso, as datas/momentos das saídas de mercadorias não corresponderão aos momentos em que ocorreu a demanda”. (Stevenson, 2001)

Alguns exemplos de previsões de séries temporais são: solução ou tentativa simples, médias móveis, suavizamento exponencial e projeções de tendências.

4.7.2.1.1. Método da solução ou tentativa simples

Este método é também conhecido como método das previsões ingênuas. É o meio mais fácil de se fazer uma previsão, pois o valor da previsão é sempre o valor real do período anterior. Algumas vantagens deste método são o baixo custo, a rapidez e a facilidade de compreensão. A desvantagem é que é incapaz de gerar previsões exatas.

Este método pode também ser aplicado a uma série que apresenta uma tendência ou sazonalidade

4.7.2.1.2. Método de médias móveis

Os dados históricos normalmente contêm um certo grau de variação aleatória imprevisível, que provém da influência combinada de muitos fatores, de importância relativamente baixa.

Por este método a previsão é calculada por alguns valores reais de dados históricos. Os métodos de previsão baseados em médias diminuem a amplitude das flutuações presentes em uma série temporal, porque, por meio das médias, ocorre uma compensação entre os valores mais altos e os mais baixos da série de dados.

A média móvel (MM_n) pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$MédiaMóvel(MM_n) = \frac{\sum \text{demanda_real_últimos_n_períodos}}{n} \quad (4.1)$$

em que n é o número de períodos da média móvel, ou seja, MM_3 significa que a média foi calculada através dos valores dos 3 últimos períodos. A cada período o cálculo da média móvel é feito somando-se o novo valor e subtraindo-se o valor mais antigo.

O número de períodos utilizados no cálculo da média móvel determina seu grau de sensibilidade. Desta forma, quanto menor for o número de dados (períodos), mais flutuante é a média, ou seja, a previsão se ajustará rapidamente às eventuais variações no valor da demanda real. Ao contrário, quanto maior for o número de dados, mais suave será a curva e, portanto, menos sensível às eventuais variações.

As vantagens deste método são a facilidade de cálculo e compreensão. As desvantagens são que todos os valores que entram no cálculo da média são ponderados igualmente e que, como os dados são aproximadamente constantes, ao longo do tempo os efeitos de sazonalidade e de tendência são desprezados.

Quando se quer dar maior ênfase aos valores mais recentes, pode-se usar pesos, tornando a média móvel ponderada. Isso permite tornar a reação às mudanças de comportamento ainda mais rápida.

A escolha dos pesos exige experiência, uma vez que não há uma fórmula para determiná-los. A única regra que deve ser seguida é a adoção de pesos maiores para os valores mais recentes (e supostamente mais significativas) da série temporal, de maneira que a soma dos pesos seja sempre igual a 1.

Matematicamente, a média móvel ponderada pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\text{MédiaMóvelPonderada} = \frac{\sum (\text{peso}_{\text{período}_n}) * (\text{demanda}_{\text{real}_{\text{período}_n}})}{\sum \text{pesos}}$$

Considerando a média móvel das médias móveis obtém-se uma Média Móvel Dupla expressa pela equação a seguir:

$$\text{MédiaMóvelDupla}(MMD_n) = \frac{\sum \text{média}_{\text{móvel}_{\text{nos}_{\text{últimos}_n}_{\text{períodos}}}}}{n}$$

Neste método, a previsão é feita através da fórmula:

$$\text{Previsão} = 2 * MM_n - MMD_n + \left(\frac{2}{N-1} \right) * (MM_n - MMD_n)$$

4.7.2.1.3. Amortecimento exponencial

É um método mais sofisticado de utilizar médias móveis, porém ainda de fácil utilização e compreensão. Tem a característica de dar maior importância aos valores mais recentes das séries.

Uma grande vantagem deste método é o pequeno número de informações que precisam ser guardadas. Cada nova previsão é calculada somando-se a previsão anterior com um percentual da diferença entre o valor real e o valor previsto para o mesmo período. Este cálculo pode ser assim representado:

$$\text{Nova previsão} = \text{Previsão anterior} + \alpha (\text{demanda real} - \text{previsão anterior})$$

onde a diferença (demanda real – previsão anterior) representa o erro de previsão e α é a constante de suavização.

Matematicamente podemos escrever:

$$P_t = P_{t-1} + \alpha * (R_{t-1} - P_{t-1}) \quad (4.2)$$

onde

P_t = Previsão para o período t

P_{t-1} = Previsão para o período anterior (t-1)

α = Constante de suavizamento ($0 \leq \alpha \leq 1$)

R_{t-1} = Demanda real no período t-1

A constante α é uma fração do erro de previsão. Quando α é elevada, atribui-se maior valor aos dados mais recentes, o que torna a previsão mais sensível ao valor real, e quando o valor da constante é baixo, os dados passados tornam-se mais importantes e mais lentamente a previsão se ajustará à demanda real, como mostra a Figura 4.2.

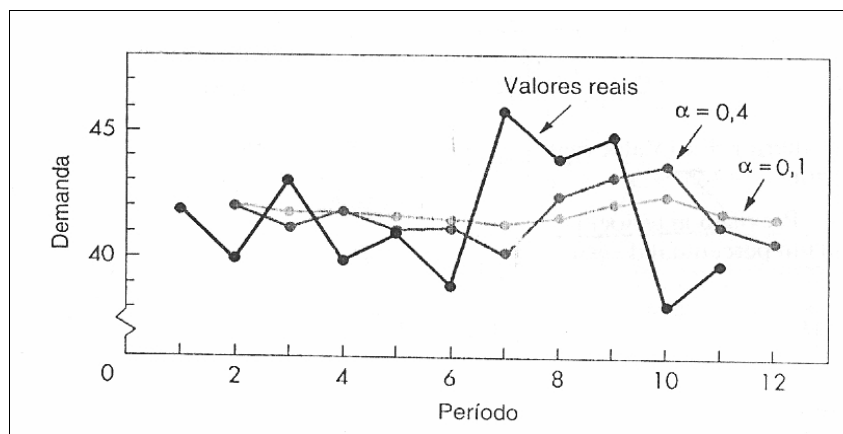


Figura 4.2 – Velocidade de ajustamento de uma previsão de acordo com o valor de α .

Fonte: Stevenson, 1999 (p.72)

A escolha de α é geralmente feita através de processos de tentativa e erro e os valores comumente utilizados variam de 0,05 a 0,50.

Este método é amplamente utilizado devido à facilidade com que o sistema de ponderação pode ser modificado, alterando-se o valor de α . Muitos softwares fazem automaticamente a mudança do valor de α se os erros de previsão se tornarem muito elevados.

O amortecimento exponencial requer uma estimativa inicial da média. Existem duas maneiras mais usuais de se conseguir esta estimativa inicial: usar a demanda do último período como a estimativa ou, se dados históricos estiverem disponíveis, calcular a média de demandas de alguns períodos recentes.

4.7.2.1.4. Avaliação de tendências

Uma série temporal pode apresentar uma tendência (linear ou não) que o simples lançamento dos dados em um gráfico pode revelar. Quando é verificada a presença de uma tendência, dois métodos são frequentemente utilizados na elaboração da previsão. Um é a utilização de uma equação de tendência e o outro é uma extensão do amortecimento exponencial.

4.7.2.1.4.1. Equação de tendência

Esta técnica projeta no futuro a tendência de uma série temporal baseada em dados históricos.

Serão tratadas apenas de equações de tendência lineares, que podem ser expressas através da seguinte equação:

$$y_t = a + b * t \quad (4.3)$$

onde

y_t = previsão para o período t

a = valor de y_t para $t = 0$

b = inclinação da reta

t = número de períodos (a partir de $t = 0$)

Esta reta pode ser traçada no gráfico a partir de dois pontos. Um deles é o valor de a , ou seja, valor para y_t em que $t = 0$. O outro ponto pode ser calculado

substituindo-se a variável t por um valor qualquer (sabendo-se os valores de a e b).

Os valores de a e de b podem ser calculados a partir dos dados históricos, através das expressões:

$$b = \frac{n * \sum t * y - \sum t * \sum y}{n * \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad (4.4) \quad \text{e} \quad a = \frac{\sum y - b * \sum t}{n} \quad (4.5)$$

onde

n = número de períodos

y = cada valor da série temporal

4.7.2.1.4.2. Amortecimento exponencial com tendência

Um amortecimento exponencial simples não pode ser usado quando uma série temporal apresenta uma tendência (Stevenson, 1999), pois os valores previstos estarão defasados em relação à tendência. Para isto, é utilizado o amortecimento exponencial com tendência. Para saber qual método deve ser utilizado, basta colocar os dados em um gráfico.

O cálculo da previsão será feito através seguinte da equação:

$$PAT_{t+1} = S_t + T_t \quad (4.6)$$

onde

S_t = Previsão ajustada exponencialmente

T_t = Estimativa da tendência

e

$$S_t = PAT_t + \alpha * (R_t - PAT_t)$$

$$T_t = T_{t-1} + \beta * (PAT_t - PAT_{t-1} - T_{t-1})$$

onde

α e β são coeficientes de ajustamento e R_t é o valor realmente observado no período t . Os valores de α e β são geralmente escolhidos por tentativa e erro.

Além das tendências, outros padrões podem ser verificados ao se plotar os dados de uma série temporal em um gráfico. Entre estes padrões estão a

sazonalidade e os ciclos. Um pouco a respeito de cada um deles será comentado posteriormente.

4.7.2.1.5. Sazonalidade

Uma variação sazonal é verificada quando os valores aumentam e diminuem, com regularidade, em torno de uma média, por um período inferior a 1 ano (horas, dias, semanas ou meses). Cada período de tempo é chamado de “estação”.

Alguns exemplos de sazonalidade são variações em decorrência de férias, feriados, e do clima (verão, inverno, etc).

A sazonalidade de uma série temporal é expressa em termos do valor do desvio que os valores reais têm em relação ao valor médio da série. Se a série tende a variar em torno de um valor médio, então a sazonalidade é expressa em termos desta média (ou de uma média móvel); se uma tendência está presente, a sazonalidade é expressa em termos do valor sobre a linha de tendência.

No planejamento e na programação de vendas no varejo, conhecer as variações sazonais é muito importante. Outra aplicação importante é no planejamento da capacidade de sistemas projetados para suportar cargas de pico (por exemplo, rodovias e transportes públicos).

O modelo mais simples de se avaliar a sazonalidade na previsão de demanda é utilizar a demanda real do último período correspondente à mesma estação, como no modelo de previsões ingênuas. Por exemplo, se quiser prever o número de pessoas que vai a um determinado cinema no domingo à tarde, deve-se tomar o valor do último domingo neste período. Esta abordagem pode ser usada isoladamente, ou servir como padrão de referência para a avaliação de outros métodos mais refinados.

A sazonalidade pode também ser avaliada por dois métodos: o aditivo e o multiplicativo (ambos ilustrados na Figura 4.3). No modelo aditivo, uma quantidade, que representa a sazonalidade, é somada ou subtraída da média da série, a fim de incorporar a sazonalidade. No modelo multiplicativo, a sazonalidade vem expressa por uma porcentagem do valor médio (ou do valor sobre a linha de tendência), que é então multiplicado pelo valor da série

(Stevenson, 1999). O método multiplicativo é muito mais utilizado, por isso será descrito a seguir.

Nas etapas descritas aqui foram utilizadas médias simples de demandas passadas, embora métodos mais sofisticados de se calcular a média pudessem ter sido usados, como médias móveis ou suavizamento exponencial. A descrição abaixo se baseia em uma empresa que tem estações de 1 mês.

- 1) Calcular a demanda histórica média de cada estação (mês) somando a demanda daquele mês em cada ano e dividir pelo número de anos de dados disponíveis.
- 2) Calcular a demanda média de todos os meses, dividindo a demanda média anual total pelo número de estações.
- 3) Calcular um índice sazonal para cada estação, dividindo a demanda histórica real daquele mês (etapa 1) pela demanda média de todos os meses (etapa 2).
- 4) Estimar a demanda anual total do próximo ano.
- 5) Dividir esta estimativa da demanda anual total pelo número de estações e depois multiplicar o resultado pelo índice sazonal daquele mês. Tem-se assim, a previsão sazonal.

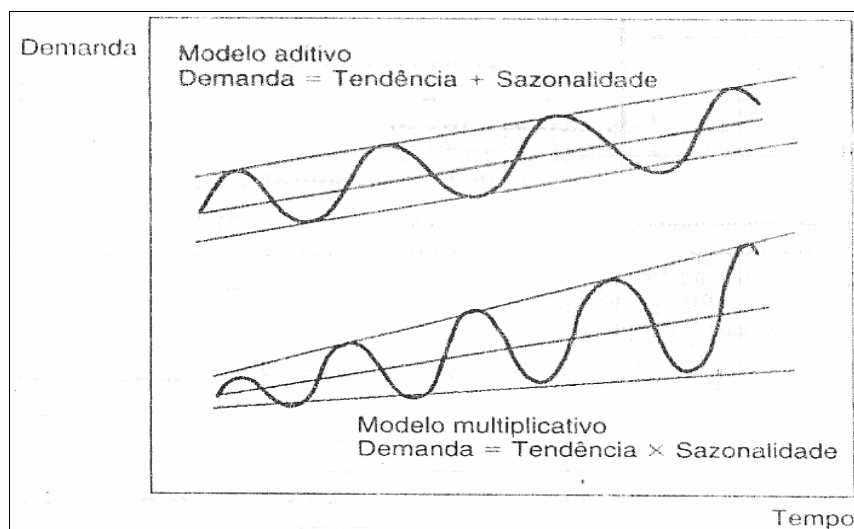


Figura 4.3 – Sazonalidade: comparação entre o modelo aditivo e o multiplicativo, utilizando-se uma tendência linear.

Fonte: Stevenson, 1999 (p.77)

4.7.2.1.6. Método de amortecimento direto

Este método amortece os antigos coeficientes do modelo com o erro de previsão do período corrente para obter os novos coeficientes e é muito eficiente computacionalmente.

Em seu desenvolvimento são utilizados mínimos quadrados ponderados, sabendo-se que os quadrados dos erros são ponderados de acordo com a sua “idade”.

Pode-se assumir o seguinte modelo geral para uma série temporal:

$$Z_t = \sum_{i=1}^k a_i * f_i(t) + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (4.7)$$

onde

a_i $i = 1, \dots, K$ são os coeficientes do modelo

$f_i(t)$ $i = 1, \dots, K$ são funções no tempo

e_t são erros aleatórios com média nula e variância constante (σ_e^2)

A série histórica deve ter, pelo menos, tantas observações quantas forem as variáveis independentes ($T \geq k$).

Os vetores podem ser então definidos como:

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_k(t) \end{bmatrix}$$

Com isso, pode-se escrever:

$$Z_t = f^T(t) * a + e_t \quad (4.8)$$

4.7.2.1.6.1. Mínimos quadrados ponderados (MQP)

Segundo Montgomery & Johnson (1976), observações mais próximas do período de tempo corrente T podem ser mais importantes para a estimação de **a** do

que observações em um passado distante, isto é, os dados recentes podem ser mais indicativos do verdadeiro comportamento do processo. Em tais situações, é mais usual ponderar os erros distantes do período de tempo corrente, de forma que observações mais antigas recebam proporcionalmente menos peso.

Portanto, o estimador de \mathbf{a} que minimiza a soma ponderada dos quadrados dos erros deve ser encontrado.

Este estimador é definido como aquele obtido pela minimização da seguinte função objetivo:

$$SS_E = \sum_{t=1}^T w_n^2 * e_t^2 = \sum_{t=1}^T w_n^2 [Z_t - f^T(t) * a]^2 \quad (4.9)$$

onde

Z vetor (Tx1);
 $f(t)$ matriz (TxK);
 e vetor (Tx1);
 w matriz (TxT)

Pode-se então escrever:

$$Z = f(T) * a + e \quad (4.10)$$

Com isso, a função objetivo passa a ser escrita da seguinte forma:

$$SS_E = (w * e)^T * (w * e) = e^T * w^2 * e = [Z - f(T) * a]^T * w^2 * [Z - f(T) * a]$$

Diferenciando-se SS_E em relação ao vetor \mathbf{a} , igualando a zero e resolvendo o sistema para \mathbf{a} , obtemos os estimadores de \mathbf{a} no instante T ($\hat{a}(T)$).

$$\hat{a}(T) = G^{-1}(T) * g(T)$$

(4.11)

onde

$G(T) = [wf(T)]^T * [wf(T)]$ matriz (KxK)
 $g(T) = f^T(T) * w^2 * Z$ vetor (Kx1)

A variância de $\hat{a}(T)$ é:

$$V = \text{var}[\hat{a}(T)] = E\{[\hat{a}(T) - a] * [\hat{a}(T) - a]^T\}$$

E os estimadores MQP de \mathbf{a} acima são não tendenciosos, isto é:

$$E[\hat{a}(T)] = \mathbf{a}$$

O amortecimento direto é um método eficiente de atualização dos coeficientes do modelo que não requer refazer os cálculos de $G^{-1}(T)$ a cada período. Neste caso, a função objetivo SS_E torna-se:

$$SS_E = \sum_{j=0}^{t-1} w_{T-j, T-j}^2 [Z_{T-j} - f^T(-j) * a(T)]^2$$

4.7.2.1.6.2. Ainda sobre o método de amortecimento direto

Considerando que a matriz dos pesos, w é a matriz diagonal $T \times T$:

$$W^2 = \begin{bmatrix} \beta^{T-1} & & & 0 \\ & \beta^{T-2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \beta \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix}$$

onde $0 < \beta < 1$ é o fator de desconto.

Supondo que $f_i(t)$ são funções matemáticas do tempo tais que o valor de qualquer uma delas no instante “ $t + 1$ ” pode ser expresso como uma combinação linear das k funções no instante t , ou seja:

$$f_i(t+1) = L_{i1}f_1(t) + L_{i2}f_2(t) + \dots + L_{ik}f_k(t), \quad i = 1, \dots, k \text{ para todo } t = 1, 2, \dots \quad (4.12)$$

Sendo a matriz de transição L , a matriz dos coeficientes da combinação linear, tem-se:

$$f(t+1) = L * f(t) \quad (4.13)$$

É provado que as únicas funções no tempo que admitem tal formulação são as funções polinomiais, exponenciais e trigonométricas.

Tem-se ainda:

$$f(t) = L^t f(0) \quad (4.14)$$

Se $f_i(t)$ são funções polinomiais e/ou trigonométricas do tempo, existirá sempre um valor estacionário de $G(t)$, denotado por G , assim definido:

$$G = \lim_{T \rightarrow \infty} G(T) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j * f(-j) * f^T(-j) \quad (4.15)$$

Com a utilização desta equação os cálculos ficam muito reduzidos, uma vez que necessita-se inverter somente uma vez a matriz G na estimação dos parâmetros.

$$\text{Os estimadores } \hat{a}(T) = L^T * \hat{a}(T-1) + h * e_1(T) \quad (4.16)$$

onde

$$\begin{aligned} e_1(T) &= Z_T - \hat{Z}_{T-1} \\ h &= G^{-1} * f(0) \text{ (vetor de amortecimento)} \end{aligned} \quad (4.17)$$

A previsão τ passos-à-frente pode ser obtida do modelo (com origem deslocada), fornecendo:

$$\hat{Z}_T(\tau) = E\{Z_{T+\tau} | Z_T\} = f^T(\tau) * \hat{a}(T) = \sum_{i=1}^k \hat{a}(T) * f_i(\tau) \quad (4.18)$$

4.7.2.1.6.3. Método de amortecimento direto para séries sazonais

Muitas séries temporais não podem ser adequadamente modeladas por um modelo puramente polinomial. Dentre estas séries temporais estão as que possuem uma variação sazonal.

Para se representar as componentes sazonais, basta que as funções do tempo $f_i(t)$ sejam funções trigonométricas (tais como seno e cosseno) e evidentemente que também satisfaçam as restrições da formulação.

4.7.2.1.6.4. Análise espectral

Para a análise da série histórica do presente trabalho, foi escolhido um modelo linear mais sazonal.

Na modelagem da parte sazonal foi adotado um critério no qual o número de pares seno/cosseno (m) e suas respectivas frequências angulares (w_j) não eram inicialmente conhecidas.

Para a determinação das frequências angulares, um método bastante empregado é a realização de uma análise espectral através de um Periodograma .

Suponha que Z_1, Z_2, \dots, Z_N é uma série temporal com período N , isto é, que o padrão observado para $N+1 \leq t \leq 2N$, para $2N+1 \leq t \leq 3N$, etc, então Z_t pode ser escrita como a soma de harmônicas ou Série de Fourier:

$$Z_t = \sum_{j=0}^{[N/2]} [a_j \cos(w_j t) + b_j \text{sen}(w_j t)] \quad (4.19)$$

onde

$[N/2]$ é o maior inteiro menor ou igual a $N/2$ (ou seja, $[N/2] = N/2$ se N é par e $[N/2] = (N-1)/2$ se N é ímpar

$$w_j = 2 * \pi * j / N, \quad j = 0, 1, \dots, [N/2]$$

Esta Série de Fourier, entretanto, não é realista, pois na prática fenômenos estritamente periódicos raramente são encontrados, nem adequado, pois estatisticamente não faz sentido “ajustar” um modelo com N parâmetros a uma série com N termos.

O primeiro passo para tornar a representação mais adequada consiste em supor que há um número restrito de sinusóides e que há um erro sobreposto. Isto conduz ao modelo de tendência cíclica:

$$Z_t = \sum_{p=0}^{\lfloor N/2 \rfloor} [a_p \cos(w_p t) + b_p \text{sen}(w_p t)] + e_t \quad (4.20)$$

onde e_t representa o erro, isto é, uma série puramente aleatória com $E[e_t] = 0$ e variância constante.

Para uma série sazonal, o investigador pode ter diferentes posições na hora de ajustar o modelo 4.20.

Uma primeira posição é aquela em que se supõe conhecidas *a priori* as frequências das sinusóides, em um número m , que contribuem significativamente para a variância do processo observado.

Designando por w_p , $p=1,2,\dots,m$ essas frequências e supondo, sem perda de generalidade, que $\sum_{p=1}^m Z_t = 0$, o modelo 4.20 passa a ter a forma:

$$Z_t = \sum_{p=1}^m [a_p \cos(w_p t) + b_p \text{sen}(w_p t)] + e_t \quad (4.21)$$

4.7.2.1.6.5. Periodograma

Como não se conhece o número m de sinusóides significativas, nem suas respectivas frequências, utiliza-se o Periodograma na determinação destes parâmetros. O Periodograma de Schuster é a técnica geralmente utilizada.

Dada uma série temporal com N termos, o Periodograma é definido no intervalo $[-\pi, \pi]$ como:

$$I_N(w) = \frac{N}{2} [a^2(w) + b^2(w)] \quad (4.22)$$

onde

$$a(w) = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Z_t \cos(wt) \quad (4.23)$$

$$b(w) = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Z_t \text{sen}(wt) \quad (4.24)$$

ou, de forma mais compacta:

$$I_N(w) = \frac{2}{N} \left| \sum_{t=1}^N Z_t e^{-iwt} \right|^2 \quad (4.25)$$

onde Z_t é a série temporal $t = 1, 2, \dots, [N/2]$

Apesar da definição ser feita no intervalo $[-\pi, \pi]$, o cálculo das ordenadas do periodograma é feito apenas para um conjunto finito de abscissas. A prática usual é considerar a Série de Fourier e calcular:

$$I_j = I_N(w_j), \quad w_j = 2\pi j/N, \quad j = 0, 1, \dots, [N/2]$$

Quando se utiliza um valor w_j que coincide com uma das frequências desconhecidas w_p^* , temos:

$$a(w_j) = \hat{a}_p, \quad b(w_j) = \hat{b}_p$$

$$\begin{aligned} E\{I_j\} &= \frac{N}{2} \left[E\{\hat{a}_p\}^2 + E\{\hat{b}_p\}^2 \right] \\ &= \frac{N}{2} \left[\left(E\{\hat{a}_p\} \right)^2 + \text{var}\{\hat{a}_p\} + \left(E\{\hat{b}_p\} \right)^2 + \text{var}\{\hat{b}_p\} \right] \\ &= \frac{N}{2} (a_p^2 + b_p^2) + 2\sigma_e^2, \quad \text{se } w_j = w_p^* \end{aligned} \quad (4.26)$$

Quando se utiliza um valor w_j diferente de qualquer uma das frequências w_p^* , tem-se:

$$E\{I_j\} = 2\sigma_e^2, \quad \text{se } |w_j - w_p^*| > 0, \quad p = 1, 2, \dots, m$$

Assim, é de se esperar que o Periodograma apresente um ‘pico’ de ordem 0 (N) quando calculado para uma frequência que coincida exatamente com uma das

verdadeiras frequências w_p^* , e se mantenha de ordem 0 (1) quando tal não se verifica.

4.7.2.1.6.6. Testes de significância

Para se estudar a significância estatística dos máximos do Periodograma, a hipótese nula consiste em admitir que o mesmo foi calculado para uma realização de ruído branco gaussiano com oscilações puramente aleatórias, isto é, que $Z_t \equiv e_t$, $t = 1, 2, \dots, N$ são variáveis aleatórias i.i.d. com $Z_t \sim N(0, \sigma^2)$, $\sigma^2 = \sigma_e^2$

Considere o maior dos ‘picos’ observados do Periodograma em termos numéricos concretos. Pode-se então escrever:

$$I_{\max} = \max_{1 \leq j \leq [N/2]} I_j = I_N(w_{\max}), \quad w_{\max} \in \{w_1, w_2, \dots, w_{[N/2]}\}$$

Este ‘pico’ é significativo se, na hipótese nula, a probabilidade de se obter um ‘pico’ ainda maior a partir de uma outra realização qualquer (amostra) é muito pequena. Em termos genéricos, a probabilidade seria:

$$P\{I_{\max} \geq g\} = P\left\{\frac{I_{\max}}{\sigma^2} \geq g\right\}, \quad g = I_{\max}/\sigma^2$$

é a significância do máximo observado no Periodograma.

4.7.2.1.6.6.1. Teste exato de Fisher

Considere a estatística

$$T = \frac{I_{\max}}{\sum_{j=1}^{[n/2]} I_j},$$

que não envolve σ^2 - parâmetro de escala tanto do numerador como do denominador. Fisher mostrou que na hipótese nula, temos:

$$P\{T > g\} = \sum_{j=1}^G (-1)^{j-1} \binom{[N/2]}{j-1} (1-jg)^{[N/2]-1}, \quad g > 0 \quad (4.27)$$

onde G é o maior inteiro menor do que $1/g$. Usando-se o primeiro termo da equação acima obtém-se uma boa aproximação:

$$P\{T > g\} \approx \left[\frac{N}{2}\right](1-g)^{[N/2]-1} \quad (4.28)$$

4.7.2.1.6.6.2. Teste de Whittle

Whittle sugeriu que o Teste de Fisher podia estender-se ao estudo da significância dos ‘picos’ de 2ª ordem, 3ª ordem, etc. Suponha-se que I_{\max} seja significativo e I'_{\max} seja o pico de 2ª ordem, então, com

$$T' = \frac{I'_{\max}}{\left\{ \sum_{j=1}^{[N/2]} I_j \right\} - I_{\max}}$$

pode-se determinar a probabilidade $P\{T' > g\}$ substituindo-se N por $N-1$ na expressão 4.26. Se o ‘pico’ de 2ª ordem é significativo passa-se ao ‘pico’ de 3ª ordem, com a devida adaptação, e assim sucessivamente.

O número de ‘picos’ significativos corresponde ao valor de ‘m’ na expressão 4.21.

Após a determinação do número de ‘picos’ significativos, escreve-se o modelo de amortecimento direto utilizando-se a equação 4.21.

Utilizando $f(t+1) = L * f(t)$ faz-se a transposta de L e usando-se a equação (4.15) e a tabela 4.2 abaixo, calcula-se G . De posse do valor de G e de $f(0)$ calcula-se o valor de h (equação 4.17).

FORMA	SOMA
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k$	$\frac{1}{1-\beta}$
$\sum_{k=0}^{\infty} k * \beta^k$	$\frac{\beta}{(1-\beta)^2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} k^2 * \beta^k$	$\frac{\beta * (1+\beta)}{(1-\beta)^3}$
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k * \text{sen}(w * k)$	$\frac{\beta * \text{sen} w}{1 - 2 * \beta * \cos w + \beta^2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k * \cos(w * k)$	$\frac{1 - \beta * \cos w}{1 - 2 * \beta * \cos w + \beta^2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} k * \beta^k * \text{sen}(w * k)$	$\frac{\beta * (1 - \beta^2) * \text{sen} w}{(1 - 2 * \beta * \cos w + \beta^2)^2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} k * \beta^k * \cos(w * k)$	$\frac{2 * \beta^2 - \beta(1 + \beta^2) * \cos w}{(1 - 2 * \beta * \cos w + \beta^2)^2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k * \text{sen}(w_1 * k) * \text{sen}(w_2 * k)$	$\frac{1}{2} \left[\frac{1 - \beta * \cos(w_1 + w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 + w_2) + \beta^2} - \frac{1 - \beta * \cos(w_1 - w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 - w_2) + \beta^2} \right]$
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k * \cos(w_1 * k) * \cos(w_2 * k)$	$\frac{1}{2} \left[\frac{1 - \beta * \cos(w_1 + w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 + w_2) + \beta^2} + \frac{1 - \beta * \cos(w_1 - w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 - w_2) + \beta^2} \right]$
$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k * \text{sen}(w_1 * k) * \cos(w_2 * k)$	$\frac{1}{2} \left[\frac{\beta * \text{sen}(w_1 + w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 + w_2) + \beta^2} + \frac{\beta * \text{sen}(w_1 - w_2)}{1 - 2 * \beta * \cos(w_1 - w_2) + \beta^2} \right]$

Tabela 4.2 – Somas Infinitas

Fonte: Montgomery & Johnson, 1976 (p.91)

4.7.2.2. Modelos causais

Métodos causais são usados quando dados históricos estão disponíveis e a relação entre o fator a ser previsto e outros fatores, externos ou internos (por exemplo, ações do governo ou promoções) podem ser identificados.

A forma mais simples e mais amplamente utilizada de regressão envolve uma relação linear entre duas variáveis (regressão linear).

4.7.2.2.1. Regressão linear

Como mencionado anteriormente, os modelos de previsão causais não utilizam apenas séries históricas, mas consideram diversas variáveis que influenciam aquela que está sendo avaliada.

Na regressão linear, uma variável, chamada variável dependente, é relacionada a uma ou mais variáveis independentes por uma equação linear.

Neste método, procura-se a equação de uma reta, geralmente usando o método dos mínimos quadrados, que mostre os efeitos de uma variável sobre outra (as equações utilizadas nos cálculos são as mesmas da equação de tendência – item 4.7.2.1.4.1).

O objetivo da análise de regressão linear é encontrar valores para a e para b que minimizem a soma dos quadrados dos desvios entre os pontos dados e a reta considerada (equações 4.4 e 4.5).

Análises de regressão também geram medidas de acurácia da previsão. As três medidas mais comumente utilizadas são o coeficiente de correlação, o coeficiente de determinação e o erro padrão da estimativa.

Coefficiente de correlação

A correlação avalia a intensidade e a direção da relação entre as duas variáveis. Esta intensidade pode ser expressa pelo coeficiente de correlação, r .

$$r = \frac{n * (\sum x * y) - (\sum x) * (\sum y)}{[n * (\sum x^2) - (\sum x)^2]^{1/2} * [n * (\sum y^2) - (\sum y)^2]^{1/2}} \quad (4.29)$$

Os valores de r podem variar de -1, indicando que um acréscimo em uma variável causa o decréscimo na outra, à +1, indica que a alteração em uma variável implica em uma variação na outra (na mesma direção). Se o valor de r for próximo de zero significa que a relação linear entre as duas variáveis é baixa. A Figura 4.4 mostra graficamente o efeito do valor de r na relação entre as variáveis.

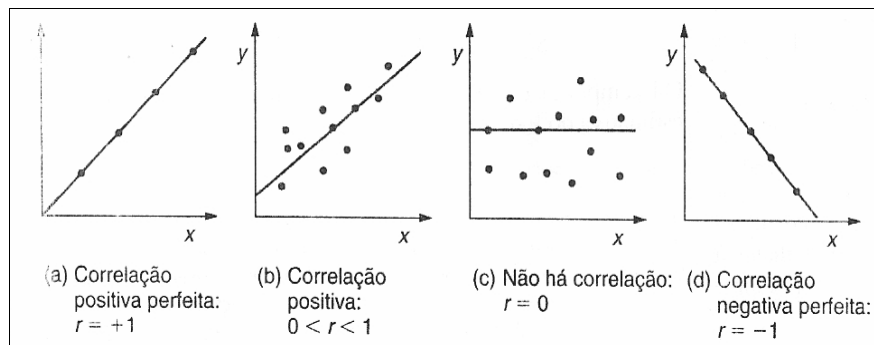


Figura 4.4 – Quatro valores dos coeficientes de correlação

Fonte: Stevenson, 1999 (p.77)

Coefficiente de determinação

O coeficiente de determinação fornece uma medida de quão bem uma linha de regressão se ajusta aos dados e é calculado elevando-se o valor do coeficiente de correlação ao quadrado (r^2). O valor de r^2 será sempre positivo no intervalo $0 \leq r^2 \leq 1$

Erro padrão da estimativa

O erro padrão da estimativa mede o grau de exatidão das estimativas de regressão, ou seja, o erro da variável dependente em relação à linha de regressão, e não em relação à média.

A equação usada em seu cálculo é a mesma usada para o cálculo de desvio-padrão que encontramos em livros de estatística.

$$S_{y,x} = \frac{[\sum (y - y_c)^2]^{1/2}}{(n - 2)^{1/2}} \quad (4.30)$$

onde

y = valor de y de cada dado

y_c = valor calculado da variável dependente, a partir da equação de regressão

n = número de pontos de dados

Análises de regressão podem fornecer poderosa orientação para importantes decisões no gerenciamento de operações, como gerenciamento de estoques, planejamento de capacidade e gerenciamento de processos.

As desvantagens deste método são a necessidade de uma quantidade considerável de dados para se estabelecer a relação, o fato de todas as observações terem o mesmo peso e o fato da regressão linear simples se aplicar apenas a relações lineares com uma única variável independente.

4.8. Controle de previsões

A previsão, após ser determinada, deve ser monitorada para garantir seu bom funcionamento. Os fatores usados para monitorar e controlar as previsões são ao mesmo tempo usados pelos gerentes como indicadores na hora de decidir o melhor método de previsão a ser adotado.

Como dito anteriormente, é praticamente impossível que as previsões sejam exatas, entretanto o erro deve ser medido e analisado, para não se afastar muito do valor real da demanda.

O erro de previsão é calculado através da diferença entre o valor real e o valor previsto e é utilizado para auxiliar na escolha do modelo de previsão e para avaliar o método utilizado.

Erros positivos resultam quando a previsão é excessivamente baixa, já erros negativos significam previsões além do valor real.

Os erros de previsão auxiliam na tomada de dois tipos de decisão: (a) escolher entre várias alternativas de previsão e (b) avaliar o êxito ou fracasso do método adotado.

Escolha do método de previsão

Na determinação do método a ser adotado, o grau de exatidão é muito importante e pode ser analisado sob dois aspectos. Um deles é o desempenho histórico dos erros de um modelo de previsão e o outro é o grau de sensibilidade da previsão em relação a mudanças.

Os erros históricos podem ser avaliados através do desvio médio absoluto (DMA) e do erro médio quadrático (EMQ) que são obtidos através das equações:

$$DMA = \frac{\sum |(valor_real) - (valor_previsto)|}{n} \quad (4.31)$$

$$EMQ = \frac{\sum ((valor_real) - (valor_previsto))^2}{n-1} \quad (4.32)$$

Em casos onde o desempenho histórico do erro tem importância secundária, a escolha entre métodos focaliza o custo de se responder ou não, com rapidez, às mudanças.

Avaliação do desempenho do método de previsão adotado

É necessário monitorar os erros de previsão para assegurar que as previsões estejam tendo um desempenho adequado.

Este monitoramento pode ser feito comparando-se os erros de previsão com valores predeterminados ou limites de ação. Os erros que estiverem dentro destes limites são considerados aceitáveis e os erros que caírem fora indicam que uma ação corretiva deve ser empregada.

Dois métodos podem ser utilizados nesta avaliação: (a) sinais de rastreamento ou (b) gráficos de controle.

1) Sinais de rastreamento

Com base nos valores de DMA obtidos, pode-se fazer a monitorização através do sinal de rastreamento.

Este sinal é a razão entre a soma dos erros de previsão e o valor do DMA. Então,

$$Sinal_de_acompanhamento = \frac{\sum ((valor_real) - (valor_previsto))}{DMA} \quad (4.33)$$

Os valores do sinal de rastreamento são comparados com limites pré-determinados, que geralmente variam de ± 2 a ± 4 DMAs.

2) Gráficos de controle

Os gráficos de controle, entretanto, utilizam os valores de EMQ, pois são baseados no estabelecimento de limites inferior e superior que são múltiplos da raiz quadrada do EMQ (s). Geralmente estes limites correspondem a $\pm 2s$.

Tanto o sinal de acompanhamento quanto o gráfico de controle concentram-se nos valores que estão fora dos limites estabelecidos.

O gráfico de controle possui uma abordagem superior ao sinal de acompanhamento, pois os erros individuais são tratados individualmente, enquanto que no sinal de acompanhamento os valores dos erros podem ser cancelados mutuamente (os valores positivos com os negativos).