4 Modelos Relacionados a Investimentos em Tecnologia da Informação

Neste capítulo, estão descritos os modelos que formam a base teórica desta dissertação. Para a avaliação de investimentos de TI, foram adotados dois modelos, sendo um com aplicação específica para projetos de TI e outro inicialmente desenvolvido para avaliar projetos de pesquisa e desenvolvimento, ou P&D, protegidos por patentes. O primeiro é o modelo de Schwartz e Zozaya (2000), que se subdivide em dois modelos, de acordo com a forma de investimento e o tipo do projeto de TI. O segundo modelo desenvolvido também é da autoria de Schwartz (2002), e aplica-se a qualquer indústria onde investimentos em P&D estejam em evidência, como é o caso da indústria de TI. Os modelos adotados são estruturalmente semelhantes e possuem diversas características em comum, o que justifica a adoção dos mesmos.

4.1. Modelo de Schwartz e Zozaya (2000)

Schwartz e Zozaya (2000) propõem um modelo para avaliar investimentos em TI através do método das opções reais. O modelo em questão é baseado no modelo de Schwartz e Moon (2000), utilizado para avaliar investimentos em P&D. A escolha de um modelo de avaliação de investimentos em P&D como base para a avaliação de investimentos em TI é justificada, segundo Schwartz e Zozaya (2000), pela semelhança existente entre projetos de P&D e projetos de TI. Tal semelhança pode ser percebida nas características comuns entre os dois tipos de projeto, tais como a alta incerteza de custos e valores, a assimetria entre ganhos e perdas e a flexibilidade presente durante a execução do projeto. Em seu modelo, assim como no modelo de Schwartz e Moon (2000), Schwartz e Zozaya (2000) consideram três fontes de incerteza: o custo do investimento, os benefícios (fluxos de caixa) futuros, e a possibilidade de um evento catastrófico ocorrer antes do término do projeto. O modelo de Schwartz e Moon (2000), por sua vez, baseia-se no modelo de Pindyck (1993) para representar as incertezas de custo.

O modelo de Pindyck (1993) é um modelo genérico de avaliação de custos para decisões de investimento irreversível em projetos, e está sujeito a dois tipos de incertezas, a incerteza técnica e a incerteza econômica. A primeira está relacionada à dificuldade física de se finalizar um projeto, mesmo que os custos dos insumos sejam determinísticos, e só pode ser resolvida investindo-se no projeto. Já a última está relacionada a custos de mão de obra, materiais e outros custos externos à atividade da firma. O modelo admite ainda que os custos dos insumos possam estar parcialmente correlacionados com o mercado.

O modelo introduzido por Schwartz e Zozaya (2000) agrega tanto a incerteza dos custos quanto a incerteza dos fluxos de caixa do projeto. Um diferencial deste modelo, no entanto, é que neste, considera-se a possibilidade de declínio (ou aumento) nos custos dos ativos de TI. Tal característica permite captar, por exemplo, uma evolução tecnológica, e o efeito imediato de obsolência da tecnologia antiga ou substituída. Esse fenômeno é comum para alguns tipos de *hardware*, como os microprocessadores, que são constantemente atualizados. A atualização desses componentes traz um efeito imediato de desvalorização para o produto antigo. Outro diferencial do modelo de Schwartz e Zozaya (2000) é que os autores classificam os projetos de TI como projetos de aquisição e projetos de desenvolvimento. Cada tipo de projeto está associado a um modelo diferente, porém, ambos compõem o caso geral de um projeto genérico de TI.

O projeto de aquisição consiste em um investimento onde a empresa tem a opção de incorrer em um custo K para obter um ativo de TI. O valor de K só será conhecido com certeza no instante em que se investir no projeto. No entanto, há incerteza sobre as mudanças futuras de K. Uma vez adquirido o ativo, a empresa receberá, até o término da vida útil (T) do mesmo, um conjunto de fluxos de caixa (C), que representam os benefícios diferenciais atrelados à aquisição do ativo de TI. O diagrama do projeto de aquisição pode ser visto na Figura 6, a seguir:

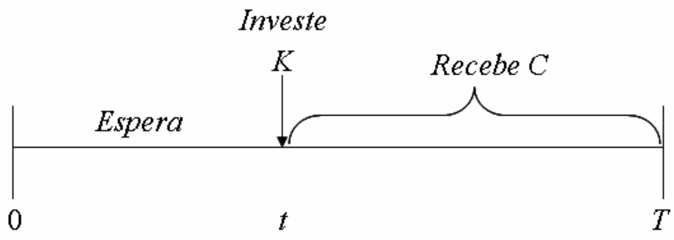

Figura 6: Diagrama do projeto de TI de aquisição
Fonte: Schwartz e Zozaya (2000), p.4

Diferentemente do projeto anterior, no projeto de desenvolvimento o ativo não é adquirido instantaneamente. Ao invés disso, a empresa investe, a partir de um instante t, a uma taxa menor ou igual à taxa de investimento máxima I_m até o término do projeto. O instante $\tilde{\tau}$, que indica o término do projeto, é incerto, pois há incerteza técnica relacionada aos custos do mesmo. Por essa razão, a empresa só receberá o ativo V quando o projeto for finalizado e o custo restante para o término do mesmo for nulo. O diagrama do projeto de desenvolvimento é mostrado na Figura 7, a seguir:

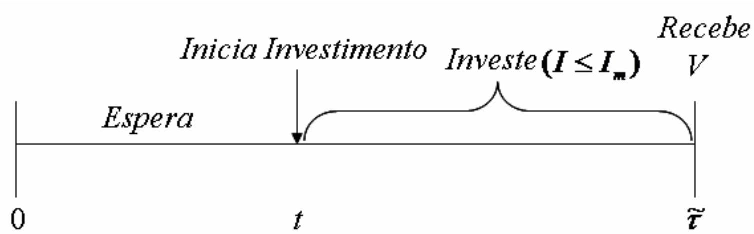

Figura 7: Diagrama do projeto de TI de desenvolvimento
Fonte: Schwartz e Zozaya (2000), p.4

Conforme mencionado anteriormente, os modelos são complementares, e juntos compõem o modelo do projeto genérico de TI, cujo diagrama é ilustrado na Figura 8.

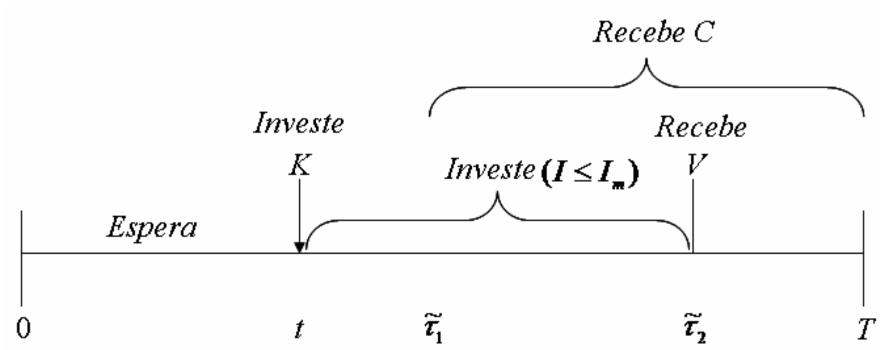

Figura 8: Diagrama do projeto genérico de TI
Fonte: Schwartz e Zozaya (2000), p.4

Modelar um projeto genérico de TI, no entanto, pode ser uma tarefa árdua, porque o instante em que os fluxos de caixa começam a ser recebidos, $\tilde{\tau}_1$, também é uma variável aleatória[20].

4.1.1. Modelo para Projetos de Desenvolvimento

No projeto de desenvolvimento, considera-se que o investimento leva tempo para ser concluído. Cada unidade investida no projeto resultará em uma opção de continuar investindo, a qual a firma poderá exercer ou não, suspendendo temporariamente o investimento neste último caso. Com isso, o investimento adquire característica seqüencial. A decisão da firma a cada instante é refletida por uma taxa de investimento *I(t)*, cujo valor está limitado entre zero e um valor máximo I_m, isto é,

$$0 \le I(t) \le I_m$$

O investimento restante para o término do projeto é, no entanto, incerto e será representado pela variável aleatória $\tilde{K}$. Assim, supõe-se que o custo esperado para o final do investimento seja conhecido e dado por $K = E[\tilde{K}]$. A evolução de K no tempo é baseada no modelo de custos de Pindyck (1993), onde são considerados dois tipos de incerteza. O modelo de Schwartz e Zozaya (2000), no entanto, agrega ao modelo de Pindyck (1993) um termo a mais, que representa a mudança nos custos de ativos de TI durante o tempo. Com isso, assume-se que o custo esperado para o término do investimento segue o seguinte processo estocástico:

$$dK = -Idt + \delta Kdt + \beta(IK)^{\frac{1}{2}} dz + \gamma Kdw \tag{4.1}$$

onde dz e dw são incrementos de Wiener descorrelacionados. O segundo termo à direita da equação acima é o termo diferencial do modelo e reflete a mudança nos custos dos ativos de TI, sendo que o parâmetro δ depende do ativo considerado. O termo anterior a este ilustra a característica "*time to build*" do investimento, ou seja, indica que o investimento leva tempo para ser concluído. Já os últimos dois termos representam as incertezas presentes no investimento. O penúltimo termo corresponde à incerteza técnica dos custos de investimento, onde dz é diversificável (não é correlacionado com o mercado) e β mede a intensidade dessa incerteza nos custos do projeto. O último termo, por sua vez, representa a chamada incerteza econômica dos custos, cuja intensidade é dada por γ. Como essa incerteza é externa às atividades da empresa, admite-se que o termo aleatório dw possa estar correlacionado com o mercado.

Uma vez finalizado o investimento, a empresa detentora da oportunidade desfrutará dos benefícios do projeto de uma só vez, recebendo um ativo de TI, cujo valor será dado por V. O processo estocástico que descreve o comportamento do valor do ativo de TI segue a mesma linha do modelo de Schwartz e Moon (2000), usado para avaliar investimentos em P&D. Em outras palavras, o processo estocástico regido por V é o movimento geométrico browniano, dado por:

$$dV = \alpha Vdt + \sigma Vdy\,, \tag{4.2}$$

onde σ é a volatilidade instantânea correspondente às mudanças proporcionais a V, e α é o parâmetro de tendência do processo. O termo dy representa um

[20] No diagrama há ainda a variável aleatória $\tilde{\tau}_2$, que representa o instante final do pagamento dos custos de investimento.

incremento de Wiener sem correlação com a incerteza técnica do custo esperado, mas possivelmente correlacionado com o mercado. Com isso, o modelo de Schwartz e Zozaya (2000) permite que haja uma correlação entre as mudanças estocásticas do valor do ativo e as mudanças estocásticas dos custos de investimento, permitindo escrever:

$$dwdy = \rho_{dwdy} dt \,, \qquad (4.3)$$

onde ρ_{dwdy} representa a correlação entre dw e dy.

4.1.1.1. Valor da Oportunidade de Investimento

Neste modelo, não é preciso calcular o valor do ativo de TI, uma vez que o mesmo é obtido diretamente após o término do investimento. Pode-se, portanto, calcular diretamente o valor da oportunidade de investimento. Como o valor a oportunidade depende tanto de V quanto de K e estes representam valores esperados de variáveis aleatórias, foram introduzidos prêmios de risco aos processos regidos pelas variáveis de estado. O ajuste ao risco para ambos os processos é mostrado a seguir:

$$dV = (\alpha - \eta_V)Vdt + \sigma V dy \qquad (4.4)$$

$$dK = (-I - \delta K - \eta_K)dt + \beta (IK)^{\frac{1}{2}} dz + \gamma K dw \qquad (4.5)$$

Nas equações acima, η_V e η_K são os prêmios de risco associados aos processos de V e K, respectivamente.

O valor da oportunidade de investimento é otimizado através da programação dinâmica. Para isso, utiliza-se a equação de Bellman no ambiente neutro ao risco e em tempo contínuo. A equação é ilustrada a seguir:

$$rF(V,K) = \max\left\{-I(t) + \frac{1}{dt}\hat{E}\left[dF\right]\right\}, \qquad (4.6)$$

onde r é a taxa livre de risco e *F(V,K)* representa o valor da oportunidade de investimento. A função $\hat{E}$ representa o valor esperado neutro ao risco.

Em seguida, utiliza-se o lema de Ito para obter uma expressão para *dF* e substitui-se a mesma na equação de Bellman dada anteriormente. Após um desenvolvimento algébrico, obtém-se a seguinte equação diferencial parcial[21], satisfeita por *F(V,K)*:

$$\underset{I}{Max}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F_{VV}+\frac{1}{2}\beta^2 IKF_{KK}+\frac{1}{2}\gamma^2 K^2 F_{KK}+\rho_{dwdy}\sigma\gamma VKF_{VK}\\+(\alpha-\eta_V)VF_V-(I-\delta K-\eta_K)F_K-\left(r+\lambda\right)F-I\end{array}\right]=0 \qquad (4.7)$$

onde λ representa a taxa de ocorrência de um evento catastrófico. A equação acima está sujeita às seguintes condições de contorno:

$$F(V,0)=V \qquad (4.8)$$

$$F(0,K)=0 \qquad (4.9)$$

$$\lim_{K\to\infty} F(V,K)=0 \qquad (4.10)$$

A primeira condição acima representa o término do investimento, onde se obtém o valor do ativo. A condição seguinte é a condição de barreira absorvente do processo estocástico de *V*. Como o valor do ativo *V* segue um movimento geométrico browniano, uma vez que se atinge zero, as mudanças futuras em *V* serão nulas e, portanto, *V* permanecerá em zero[22]. A terceira condição mostra que se o custo de investimento for muito alto, a probabilidade de o mesmo cair, atingindo um valor onde o investimento seja ótimo, é muito pequena. Neste caso, a oportunidade de investimento não teria valor.

---

[21] O desenvolvimento matemático detalhado desta e de outras equações diferenciais dos modelos analisados pode ser visto no apêncice E deste estudo.

[22] Os termos do MGB são proporcionais a *V*. Por isso, quando *V* atinge zero, $dV = 0$.

Observa-se que, como a equação diferencial parcial obtida é linear em relação à taxa de investimento I, a regra ótima de investimento se resume em investir à taxa máxima I_m ou suspender temporariamente o investimento (I = 0). Com isso, haverá um contorno livre composto de valores críticos $V^*(K)$, onde se investe à taxa máxima caso o valor do ativo de TI seja maior que $V^*(K)$ e suspende-se temporariamente o investimento caso contrário.

4.1.2. Modelo para Projetos de Aquisição

A oportunidade de se investir em um projeto de aquisição de TI é semelhante a uma opção de compra, ou *call*, americana. A qualquer momento pode-se investir no projeto, adquirindo-se um ativo de TI, o que equivale a exercer a opção de compra. A diferença é que o preço de exercício varia estocasticamente e o ativo base é acumulado após o exercício da opção. Neste modelo, o investimento é instantâneo, mas os benefícios do ativo adquirido não. Estes são distribuídos à firma investidora desde o instante em que o ativo é adquirido até o instante em que a tecnologia não permite mais a geração de renda econômica.

O custo para se adquirir o ativo de TI, K, segue o seguinte processo:

$$dK = \delta K dt + \gamma K dw \tag{4.11}$$

O processo estocástico dos custos é baseado no processo correspondente do modelo anterior, mas como dessa vez o investimento é instantâneo, não há mais incerteza técnica e nem é necessária uma taxa de investimento. Por isso, o primeiro e o penúltimo termos do processo de custos do modelo anterior foram eliminados. Restaram, portanto, o termo que representa a mudança no preço dos ativos de TI e o termo relacionado à incerteza econômica, onde dw é novamente um incremento de Wiener e pode estar correlacionado com o mercado.

Uma vez tendo investido no projeto, a empresa passa a desfrutar dos benefícios do ativo de TI adquirido. Entretanto, diferentemente do modelo anterior, os benefícios do investimento passam a vir agora na forma de fluxos de caixas diferenciais C. A evolução destes fluxos de caixa no tempo é dada por:

$$dC = \alpha C dt + \phi C dx, \tag{4.12}$$

onde dx é um incremento de Wiener possivelmente correlacionado com o mercado. De forma análoga ao modelo anterior, permite-se que os processos sejam correlacionados. Dessa vez a correlação permitida é entre dx e dw, isto é, pode-se escrever:

$$dwdx = \rho_{dwdx} dt \tag{4.13}$$

4.1.2.1.
Valor do Ativo de TI

Em um instante τ qualquer, onde $0 \le \tau \le T$, o valor do ativo de TI pode ser calculado como sendo o valor presente esperado da soma dos fluxos de caixa futuros, medidos a partir do momento em que o ativo é adquirido até o final do último intervalo T, onde a tecnologia ainda proporciona a geração dos fluxos. Portanto, em tempo contínuo, o valor do ativo de TI no instante τ é dado por:

$$V(C,\tau) = \hat{E}\left[\int_{\tau}^{T} C(t) e^{-rt} dt\right] \tag{4.14}$$

Observa-se que, como o ativo só pode ser adquirido após o investimento, o valor de V independe de K.

Mantendo a mesma linha do modelo anterior, o processo dos fluxos de caixa diferenciais é ajustado ao risco de acordo com a seguinte expressão:

$$dC = (\alpha - \eta_C) C dt + \phi C dw \quad \Rightarrow \quad dC = \alpha^* C dt + \phi C dw \tag{4.15}$$

Na expressão acima, α^* é o parâmetro de tendência ajustado ao risco e η_C é o prêmio de risco associado ao processo.

O valor do ativo pode enfim ser obtido utilizando-se o processo ajustado ao risco acima e resolvendo-se a integral da expressão (4.14). Pode-se verificar que o valor esperado sobre a integral no intervalo (τ, T) é dado por:

$$V(C,\tau)=\frac{C}{r-\alpha^*}\left[1-e^{-(r-\alpha^*)(T-\tau)}\right] \qquad (4.16)$$

Neste caso, assume-se que $\alpha^* < r$. A expressão acima nada mais é que o valor presente de uma série geométrica finita em tempo contínuo. Analisando-se a expressão, não é difícil perceber que, como *T* é finito, o valor do projeto diminui cada vez que o investimento é adiado. O instante *T* pode ser interpretado como o término da vida útil do ativo de TI.

4.1.2.2.
Valor da Oportunidade de Investimento

Ao contrário do valor do ativo de TI, o valor da oportunidade de investimento depende de ambas as variáveis de estado, *C* e *K*. Por isso, a volatilidade destas variáveis tem influência direta sobre a decisão ótima de investimento. Assim como *C*, *K* é um valor esperado de uma variável aleatória e, portanto, deve estar associado a um prêmio de risco. O processo de *K* pode ser ajustado ao risco da seguinte forma:

$$dK=(\delta-\eta_K)Kdt+\gamma Kdw \qquad (4.17)$$

Nesta equação, η_K é o prêmio de risco associado ao processo de *K*.

Para se obter o valor ótimo da oportunidade de investimento, utiliza-se novamente a equação de Bellman para tempo contínuo, cujo valor na região de continuação é dado por:

$$rF(C,K,t)=\frac{1}{dt}\hat{E}\left[dF\right], \qquad (4.18)$$

onde *F(C,K,t)* representa o valor da oportunidade de investimento em um instante t e $0 \le t \le T$.

A seguir, utiliza-se o lema de Ito para se obter uma expressão para *dF*. Então, substituindo-se *dF* na equação de Bellman e rearranjando os termos, obtém-se a seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{1}{2}\phi^2 C^2 F_{CC} + \frac{1}{2}\gamma^2 K^2 F_{KK} + \rho_{dwdx}\phi\gamma CKF_{CK} + (\alpha - \eta_C)CF_C$$
$$+(\delta - \eta_K)KF_K + F_t - rF = 0 \tag{4.19}$$

A solução da equação (4.19) deverá satisfazer as seguinte condições de contorno:

$$F(C,K,T) = 0 \tag{4.20}$$

$$F(C,K,t) \geq \max\left[0, V(C,t) - K(C,t)\right] \tag{4.21}$$

A condição (4.20) indica o fim da vida útil do ativo TI, e conseqüentemente o fim da geração de renda econômica através do mesmo. Já a condição (4.21) garante a positividade dos valores de *F(C,K,t)*.

4.2. Modelo de Schwartz (2002)

O modelo desenvolvido por Schwartz (2002) considera o projeto de P&D protegido por uma patente como uma opção complexa sobre o ativo base do projeto. Este modelo admite duas variáveis de estado: os custos esperados para o término do projeto e os fluxos de caixa após o término do mesmo. Cada variável de estado segue um processo estocástico diferente, o que caracteriza a evolução das mesmas através do tempo, levando-se em conta as incertezas presentes.

No modelo adotado, tanto a duração do investimento quanto a duração dos fluxos de caixa são incógnitas, podendo ser interpretadas como variáveis aleatórias. Este fato dificulta a resolução do problema através de métodos de diferenças finitas, que interpretam diretamente a equação diferencial parcial da oportunidade de investimento. O método escolhido por Schwartz (2002) para auxiliar na resolução do problema utiliza a simulação de Monte Carlo (SMC), através de uma adaptação do método LSM.[23]

Na literatura econômico-financeira, há diversos artigos que lidam com investimento em patentes e P&D. Desses, no entanto, somente alguns tratam do

[23] No apêndice D deste trabalho foram replicados resultados numéricos da aplicação desenvolvida por Schwartz (2002).

assunto com a mesma ênfase dada neste artigo. Na mesma linha de Schwartz (2002), destacam-se os trabalhos de Schwartz e Moon (2000) e Berk, Green e Naik (2000). Mesmo assim, os modelos diferem tanto na formulação do problema quanto no método de resolução adotado.

Embora o foco do artigo seja a indústria farmacêutica, Schwartz (2002) afirma que o modelo desenvolvido pode ser aplicado a outras indústrias também voltadas para a pesquisa, que é o caso da indústria de TI.

4.2.1. Modelo para Projetos de Pesquisa e Desenvolvimento

Considera-se que o investimento em P&D leva tempo para ser concluído. Assim, há uma taxa de investimento I(t) que deve ser maximizada pela firma, onde

$$0 \leq I(t) \leq I_m$$

e I_m representa a taxa máxima permitida. Ao contrário do modelo de avaliação para projetos de desenvolvimento (Schwartz e Zozaya, 2000), neste modelo, não há suspensão temporária. Assim, à cada período, a decisão da firma pode ser sintetizada em duas ações: investir ou abandonar.

No presente modelo, há uma patente assegurando o projeto de P&D com vencimento no instante T. Como o investimento necessário para concluir o projeto, é incerto, este é denotado pela variável aleatória $\tilde{K}$. Com isso, o investimento esperado é dado por $K = E\left[\tilde{K}\right]$, onde K segue o processo estocástico a seguir:

$$dK = -Idt + \beta(IK)^{\frac{1}{2}}dz \qquad (4.22)$$

Na equação acima, dz representa um processo de Wiener sem correlação com o mercado. O primeiro termo à direita indica que o custo esperado para o término do projeto diminuirá com o investimento. Isto ocorrerá até que o investimento restante seja nulo e então o projeto possa ser entregue. Já o último termo à direita representa a incerteza técnica dos custos de investimento presente no projeto de P&D. Tal incerteza está relacionada a dificuldades físicas, como o tempo e esforço necessários para completar o projeto. Por esta razão, a incerteza técnica somente poderá ser resolvida investindo-se no projeto.

Caso o projeto seja concluído, a firma será recompensada pelo investimento e receberá os benefícios do projeto na forma de fluxos de caixa. A taxa de fluxo de caixa por unidade de tempo é representada por C e descrita pelo movimento geométrico browniano a seguir:

$$dC = \alpha C dt + \phi C dx,$$

onde dw é um incremento de Wiener correlacionado com o mercado e possivelmente correlacionado com dz, referente ao custo esperado para o término do projeto. O processo descrito acima, no entanto, não está ajustado ao risco. Para efeito da avaliação do projeto, o processo seguido pelo fluxo de caixa é ajustado ao risco da seguinte forma:

$$dC = (\alpha - \eta_C) C dt + \phi C dx,$$

ou então

$$dC = \alpha^* C dt + \phi C dx,$$

onde α^* é o retorno instantâneo ajustado ao risco e η_C é o prêmio de risco associado ao processo.

Durante o decorrer do investimento, a firma tem a opção de abandonar o projeto, caso o investimento requerido no período seja maior que o valor presente dos fluxos de caixa previstos. O exercício ótimo desta opção de abandono garante a maximização de seu valor, e conseqüentemente do valor do projeto. Para tornar o modelo ainda mais real, Schwartz (2002) considera a possibilidade de um evento catastrófico ocorrer, o que caracterizaria o fim do projeto. Neste caso, o projeto perderia todo o seu valor, o que induziria ao abandono forçado. Para isso, incorpora-se ao modelo uma distribuição de Poisson, onde λ representa a taxa de chegada de um evento catastrófico por unidade de tempo.

4.2.1.1.
Valor do Projeto

Uma vez finalizado o investimento em P&D, a firma detentora do projeto começará a receber os benefícios do mesmo. A partir deste instante, o valor do projeto dependerá somente dos fluxos de caixa a serem gerados. Assim, o valor do projeto no instante $t < T$ será dado por *V(C,t)*. Como a patente expira no tempo *T*, a provável chegada de competidores reduzirá os ganhos do projeto a partir deste instante. Como o horizonte de planejamento adotado não ultrapassará o instante *T*, o projeto terá um valor residual, dado pelos fluxos de caixa gerados após a expiração da patente. Assume-se que este valor é um múltiplo *M* dos fluxos de caixa no instante *T*.

Através da aplicação do método de análise contingencial ou da programação dinâmica, obtém-se a equação diferencial parcial do projeto, dada por:

$$\frac{1}{2}\phi^2 C^2 V_{CC} + \alpha^* C V_C + V_t - rV + C = 0\,, \tag{4.23}$$

e sujeita à condição de contorno terminal:

$$V(C,T) = M \bullet C \tag{4.24}$$

A solução para a equação diferencial parcial (EDP) da expressão (4.23) acima pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} V(C,t) = {} & \frac{C}{r-\alpha^*}\left[1-\exp\left(-\left(r-\alpha^*\right)\left(T-t\right)\right)\right] \\ & + MC\exp\left(-\left(r-\alpha^*\right)\left(T-t\right)\right) \end{aligned} \tag{4.25}$$

O primeiro termo da equação (4.25) representa o valor do projeto antes do vencimento da patente e o termo seguinte representa o valor residual do projeto.

4.2.1.2.
Valor da Oportunidade de Investimento

Ao contrário do valor do projeto, a oportunidade de investimento leva em conta o custo de investimento esperado para o término do projeto. Isto ocorre por que, enquanto houver investimento, à cada instante há uma opção sobre o instante seguinte, onde pode-se continuar investindo no projeto ou abandoná-lo. Cada opção depende tanto do investimento marginal quanto do fluxo de caixa que seria gerado caso o investimento chegasse ao fim. Juntas, as opções caracterizam um investimento seqüencial e formam a oportunidade de investimento sobre o projeto de P&D. Pode-se verificar que o valor da oportunidade de investimento no instante t, representado por *F(C,K,t)*, deverá satisfazer a seguinte EDP[24]:

$$\underset{I}{Max}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\phi^2C^2F_{CC}+\frac{1}{2}\sigma^2(IK)F_{KK}+\phi\sigma\rho_{dxdz}C(IK)^{\frac{1}{2}}F_{CK}+\alpha^*CF_C\\-IF_K+F_t-(r+\lambda)F-I\end{bmatrix}=0\,, \qquad (4.26)$$

que está sujeita à condição de contorno:

$$F(C,0,\tau)=V(C,\tau) \qquad (4.27)$$

Na condição acima, o valor do projeto é adquirido após o término do investimento. A duração do investimento em P&D só deverá ser conhecida quando o custo esperado para o término do projeto for nulo. Com isso, o fim do investimento se dá no instante τ, onde τ é uma variável aleatória.

Solucionado-se a EDP acima, obtém-se os valores críticos que constituem a regra ótima de abandono para o projeto. Há um custo esperado crítico, *K*(C)*, para cada nível de taxa de fluxo de caixa e vice versa. Se, para um determinado nível de *C*, o custo esperado ultrapassar *K*(C)*, o investimento deixa de ser ótimo. De forma análoga, o investimento também não será ótimo se, para um determinado nível de K, a taxa de fluxo de caixa estiver abaixo do seu valor crítico, *C*(K)*. Em ambos os casos, o abandono seria a escolha ótima.

---

[24] Na equação (4.26), ρ_{dwdz} representa a correlação entre os custos e fluxos de caixa.