

7

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, R. O. **Avaliação de Opções Reais Através do Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo**. 2004. 137f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

BATISTA, F. R. S. **Avaliação de Opções de Investimento em Projetos de Exploração e Produção de Petróleo por Meio da Fronteira de Exercício Ótimo da Opção**. 2002. 124f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

BENAROCH, M.; KAUFFMAN, R.J. **A Case for Using Real Options Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments**. Information Systems Research. v. 10, n. 1, 1999, p.70-86

BERK, J.B.; GREEN, R.C; NAIK, V. **Valuation and Return Dynamics of New Ventures**. Working paper, 2000.

CARRIERE, J. **Valuation of Early-Exercise Price of Options Using Simulations and Nonparametric Regression**. Insurance: Mathematics and Economics, v.19, 1996, p.19-30

CASH, J.I.; MCKENNEY, J. L.; MCFARLAN, F. W. **Corporate Information Systems Management: Text and Cases**. McGraw-Hill Professional, 1992, 704p.

DAMODARAN, A. **The Dark Side of Valuation: Valuing Old Tech, New Tech, and New Economy Companies**. New York: Prentice Hall, 2001. 479p.

DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. **Investment Under Uncertainty**. Princeton University Press, 1994, 476 p.

FROTA, A. E. F. **Avaliação de Opções Americanas Tradicionais e Complexas**. 2003. 143f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

FU, M.; LAPRISE, S.B.; MADAN D.B.; SU Y.; WU, R. **Pricing American Options: A Comparison of Monte Carlo Simulation Approaches**. Working Paper, University of Maryland at College Park, April 2000, 44 pp.

GLASSERMAN, P.; YU, B. **Number of Paths Versus Number of Basis Functions in American Option Pricing**. Annals of Applied Probability, vol. 14, no. 4, 2004, p.2090-2119.

GRANT, D.; VORA, G.; WEEKS, D.E. **Simulation and the Early-Exercise Option Problem**. The Journal of Finance Engineering, v. 5, n.3, 1996, p.211-227.

HITT, L. M.; BRYNJOLFSSON, E. **Productivity, Business Profitability, and Consumer Surplus: Three Different Measures of Information Technology Value**. MIS Quarterly. v. 20, 1996, p.121-142

LONGSTAFF, F.A.; SCHWARTZ, E.S. **Valuing American Options By Simulation: A Simple Least-Square Approach**. Review of Financial Studies, vol.14, no 1, Spring 2001, p.113-147.

PINDYCK, R.S. **Investments of Uncertain Cost**. Journal of Financial Economics. Vol. 34, 1993, p. 53-76.

SCHWARTZ, E.S. **Patents and R&D as Real Options**. Working paper, UCLA, 2002.

SCHWARTZ, E.S. AND MOON, M. (2000) **Evaluating Research and Development Investments, in Project Flexibility, Agency, and Competition**. Oxford University Press: New York, 2000, p. 85-106

SCHWARTZ, E. S.; ZOZAYA-GOROSTIZA, C. **Valuation of Information Technology Investments as Real Options**. In: American Finance Association 2001 Meeting, 2001, New Orleans. 2000. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=246576>> Acesso em: 11 mar. 2004

SINGH, N. **Electronic Commerce: Economics and Strategy**. Draft 1.0, 2000, Prentice Hall, no prelo. Disponível em: <<http://econ.ucsc.edu/~boxjenk/>> Acesso em: 2 abr. 2004

SMIT, H. T. J.; TRIGEORGIS, L. **Quantifying the Strategic Option Value of Technology Investments**. Real Options 8th Annual Conference, Montréal Canada, 2004. Disponível em: <<http://www.realoptions.org/abstracts/abstracts04.html>> Acesso em: 30 jun. 2004

TRIGEORGIS, L. **Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation**. MIT Press, 1996, 406p.

TSITSIKLIS, J.; VAN ROY, B. **Optimal Stopping of Markov Processes: Hilbert Space Theory, Approximation Algorithms, and an Application to Pricing High-Dimensional Financial Derivatives**. IEEE Transactions on Automatic Control, v.44, 1999, p.1840-1851

Apêndice A: Resultados da Análise de Sensibilidade do Projeto de P&D

A seguir, são mostrados os resultados das simulações referentes à análise de sensibilidade do exemplo do projeto de P&D do capítulo 5 com relação aos parâmetros do modelo. Primeiramente, são exibidas algumas tabelas os resultados numéricos da análise. Por último, foram incluídos alguns gráficos que não foram mostrados no capítulo 5.

A.1. Resultados Numéricos

Nas tabelas relacionadas a seguir, os valores referentes ao caso base encontram-se formatados em negrito.

	Valor do Projeto com Opção	Porcentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
K_0				
13	5.351	14.1%	4.873	0.478
14	4.339	19.3%	3.671	0.668
15	3.409	25.2%	2.501	0.909
16	2.654	33.2%	1.371	1.283
17	1.989	42.2%	0.273	1.715
I_m				
1.0	0.053	94.7%	-3.672	3.725
2.0	1.657	44.8%	0.090	1.567
3.0	3.409	25.2%	2.501	0.909
4.0	4.711	18.3%	4.054	0.658
5.0	5.708	13.9%	5.169	0.539
β				
0.4	3.022	24.5%	2.263	0.759
0.5	3.206	24.7%	2.377	0.829
0.5	3.409	25.2%	2.501	0.909
0.6	3.629	25.9%	2.637	0.991
0.6	3.855	26.1%	2.784	1.071

Tabela 20: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros de custo

	Valor do Projeto com Opção	Porcentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
C_0				
1.0	0.037	96.1%	-4.529	4.566
1.5	0.982	56.4%	-1.014	1.996
2.0	3.409	25.2%	2.501	0.909
2.5	6.547	13.8%	6.016	0.531
3.0	9.845	8.9%	9.531	0.315
α				
0.03	1.353	49.2%	-0.434	1.787
0.04	2.222	35.8%	0.932	1.290
0.05	3.409	25.2%	2.501	0.909
0.06	4.977	17.6%	4.308	0.670
0.07	6.840	12.5%	6.393	0.447
ϕ				
0.20	3.090	21.2%	2.458	0.632
0.25	3.227	23.3%	2.481	0.746
0.30	3.409	25.2%	2.501	0.909
0.35	3.584	27.0%	2.512	1.072
0.40	3.720	28.2%	2.507	1.213
η				
0.04	6.840	12.5%	6.393	0.447
0.05	4.977	17.6%	4.308	0.670
0.06	3.409	25.2%	2.501	0.909
0.07	2.222	35.8%	0.932	1.290
0.08	1.353	49.2%	-0.434	1.787

Tabela 21: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros do fluxo de caixa

	Valor do Projeto com Opção	Porcentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
<i>T</i>				
18	2.761	30.7%	1.638	1.123
19	3.090	27.5%	2.081	1.009
20	3.409	25.2%	2.501	0.909
21	3.728	23.2%	2.891	0.837
22	4.067	21.4%	3.276	0.790
<i>r</i>				
3.0%	6.398	14.9%	5.764	0.635
4.0%	4.770	19.2%	3.999	0.771
5.0%	3.409	25.2%	2.501	0.909
6.0%	2.365	33.4%	1.228	1.137
7.0%	1.601	43.7%	0.146	1.454
<i>ρ</i>				
-0.10	3.409	25.2%	2.501	0.909
-0.05	3.289	25.3%	2.413	0.877
0.00	3.163	24.8%	2.324	0.839
0.05	3.054	24.8%	2.235	0.819
0.10	2.940	24.9%	2.134	0.806
<i>λ</i>				
0.012	4.293	21.1%	3.403	0.890
0.024	3.821	23.1%	2.935	0.886
0.036	3.409	25.2%	2.501	0.909
0.048	3.044	27.3%	2.097	0.947
0.060	2.702	30.1%	1.722	0.979
<i>M</i>				
1	2.669	31.7%	1.503	1.166
2	3.019	28.1%	2.002	1.017
3	3.409	25.2%	2.501	0.909
4	3.826	22.6%	2.999	0.827
5	4.264	20.4%	3.498	0.766

Tabela 22: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros restantes

A.2. Gráficos Complementares

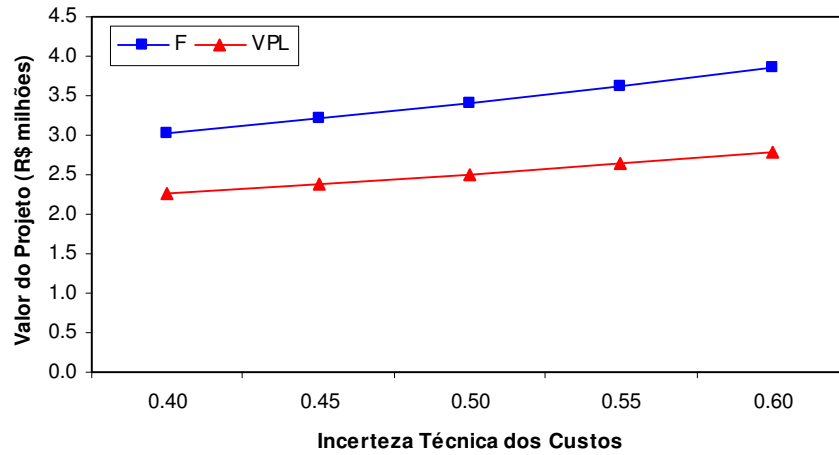


Figura 35: Gráfico da incerteza técnica dos custos versus o valor do projeto de P&D

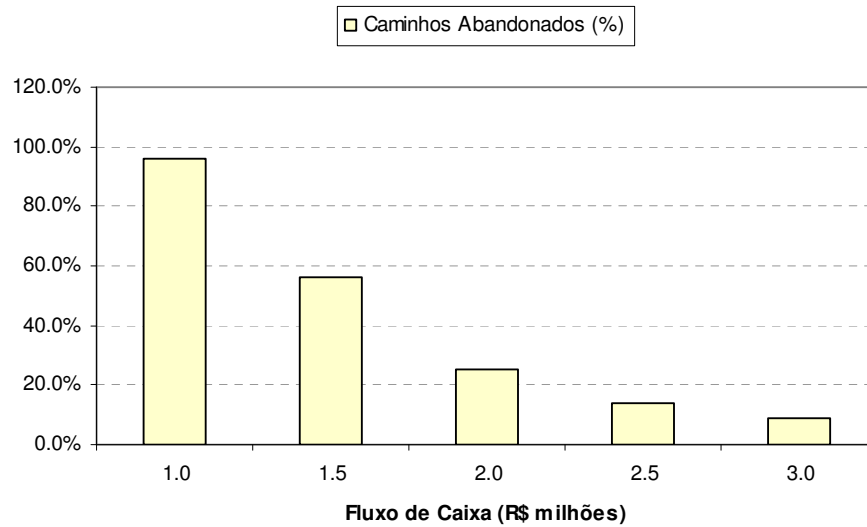


Figura 36: Percentual de caminhos abandonados em relação ao valor do fluxo de caixa no projeto de P&D

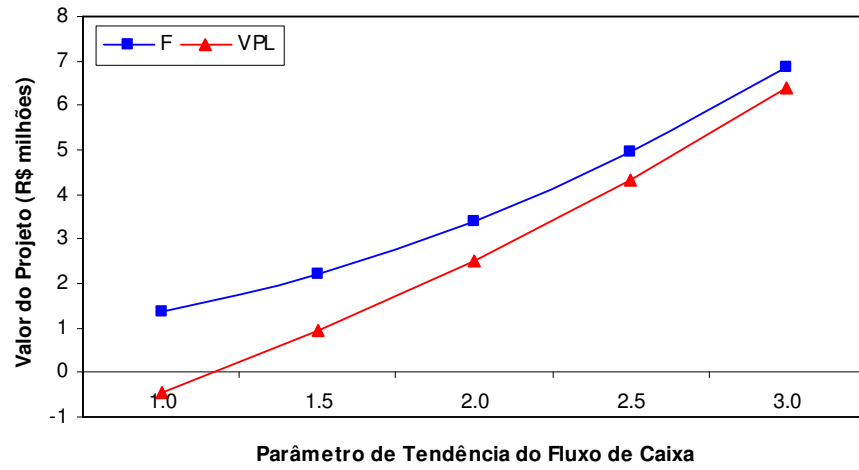


Figura 37: Gráfico do parâmetro de tendência do fluxo de caixa versus o valor do projeto de P&D

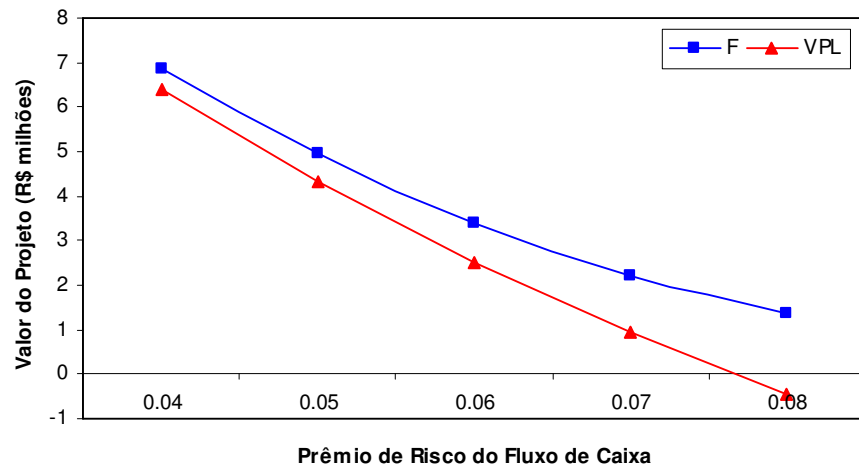


Figura 38: Gráfico do prêmio de risco do fluxo de caixa versus o valor do projeto de P&D

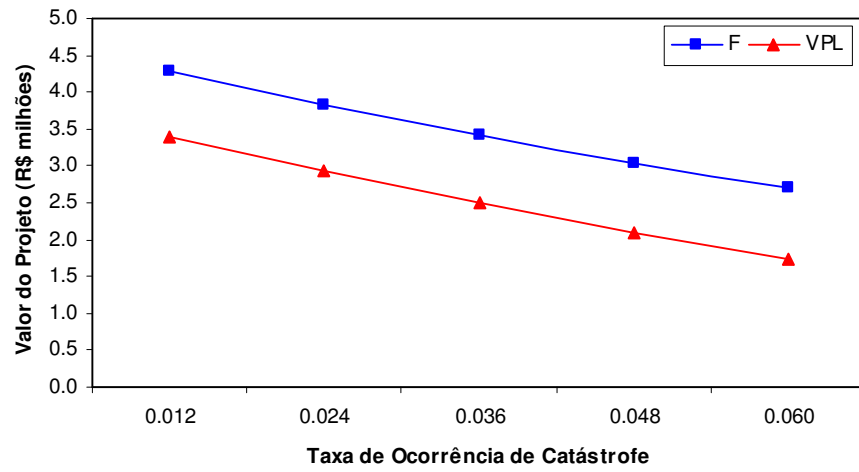


Figura 39: Gráfico da taxa de ocorrência de catástrofe versus o valor do projeto de P&D

Apêndice B: Resultados da Análise de Sensibilidade do Projeto de Aquisição

A seguir, é mostrado o resultado das simulações referente à análise de sensibilidade dos parâmetros do exemplo do projeto de aquisição do capítulo 5. Em primeiro lugar, são exibidas as tabelas com os resultados numéricos da análise. Em seguida, seguem alguns gráficos complementares.

B.1. Resultados Numéricos

Nas tabelas relacionadas a seguir, os valores referentes ao caso base encontram-se formatados em negrito.

	Valor do Projeto com Opção	Tempo Médio de Espera (anos)	Caminhos com Investimento Adiado (%)	Caminhos com Investimento Imediato (%)	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
K_0						
250	89.978	2.75	29.4%	22.4%	68.337	21.641
275	79.363	2.82	28.3%	18.8%	43.805	35.557
300	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
325	62.370	2.85	26.1%	12.7%	-5.258	67.628
350	55.980	2.84	25.5%	10.0%	-29.790	85.770
δ						
-0.14	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
-0.07	64.155	2.17	16.1%	16.4%	17.206	46.950
0.00	59.984	1.54	9.7%	17.0%	15.123	44.861
0.07	57.186	1.07	6.0%	17.5%	13.026	44.160
0.14	55.505	0.76	4.3%	17.7%	10.914	44.591
γ						
0.10	64.119	2.59	18.2%	16.5%	19.285	44.834
0.15	67.034	2.69	22.4%	16.0%	19.279	47.755
0.20	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.25	74.150	2.92	32.5%	15.1%	19.268	54.881
0.30	78.153	3.02	38.1%	14.5%	19.264	58.889
η_k						
0.00	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.01	71.471	2.91	29.6%	15.3%	19.568	51.903
0.02	72.595	2.97	31.6%	15.2%	19.862	52.734
0.03	73.691	3.07	33.9%	15.1%	20.155	53.536
0.04	74.817	3.13	36.1%	15.0%	20.449	54.368

Tabela 23: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros de custo

	Valor do Projeto com Opção	Tempo Médio de Espera (anos)	Caminhos com Investimento Adiado (%)	Caminhos com Investimento Imediato (%)	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
C_0						
40	40.295	2.90	24.1%	8.5%	-43.457	83.752
45	54.248	2.82	26.1%	11.6%	-12.092	66.340
50	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
55	88.255	2.82	28.4%	19.2%	50.639	37.617
60	107.974	2.75	29.4%	22.4%	82.004	25.970
α						
-0.02	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
-0.01	79.388	2.89	28.9%	16.9%	32.911	46.477
0.00	89.329	2.94	30.4%	18.3%	47.415	41.913
0.01	100.289	2.98	32.4%	19.3%	62.850	37.439
0.02	112.050	3.01	33.6%	20.6%	79.285	32.765
ϕ						
0.20	56.690	2.60	35.3%	17.9%	19.396	37.294
0.25	63.386	2.76	31.0%	16.7%	19.302	44.084
0.30	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.35	77.335	2.93	24.4%	14.4%	19.335	58.000
0.40	84.591	2.96	22.5%	13.0%	19.517	65.074
η_c						
0.00	100.289	2.98	32.4%	19.3%	62.850	37.439
0.02	84.168	2.92	29.4%	17.7%	40.051	44.117
0.03	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.05	58.415	2.73	24.9%	13.6%	0.311	58.104
0.06	48.308	2.62	23.0%	11.4%	-17.019	65.327

Tabela 24: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros do fluxo de caixa

	Valor do Projeto com Opção	Tempo Médio de Espera (anos)	Caminhos com Investimento Adiado (%)	Caminhos com Investimento Imediato (%)	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
<i>T</i>						
8	43.645	2.05	20.4%	11.6%	-20.887	64.532
9	57.110	2.41	23.8%	13.8%	0.208	56.902
10	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
11	83.316	3.30	30.9%	17.1%	36.649	46.668
12	95.424	3.67	34.1%	18.0%	52.337	43.088
<i>r</i>						
0.03	86.964	2.81	26.3%	18.6%	46.826	40.138
0.04	78.214	2.81	26.9%	17.0%	32.617	45.598
0.05	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.06	63.170	2.84	27.7%	14.1%	6.736	56.434
0.07	56.641	2.87	28.1%	12.7%	-5.050	61.692
<i>ρ</i>						
0.10	70.259	2.83	26.9%	15.5%	19.279	50.980
0.05	70.282	2.84	27.2%	15.5%	19.276	51.005
0.00	70.342	2.84	27.4%	15.5%	19.273	51.069
0.05	70.328	2.84	27.5%	15.6%	19.271	51.057
0.10	70.334	2.84	27.6%	15.6%	19.268	51.066

Tabela 25: Resultados da análise de sensibilidade sobre os parâmetros restantes

B.2.
Gráficos Complementares

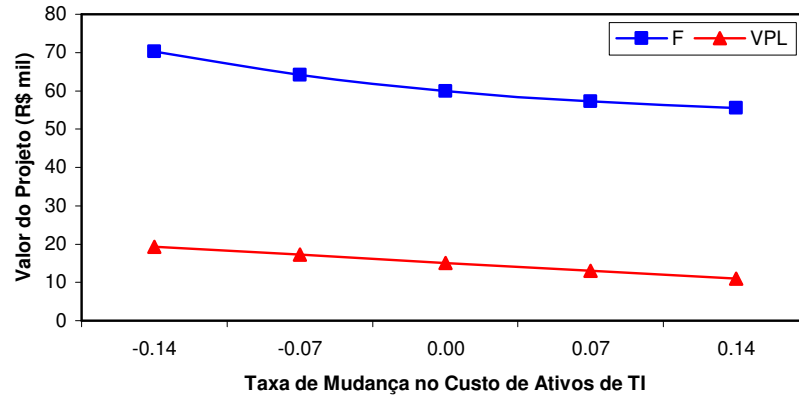


Figura 40: Gráfico da taxa de mudança no custo de ativos de TI versus o valor do projeto de aquisição

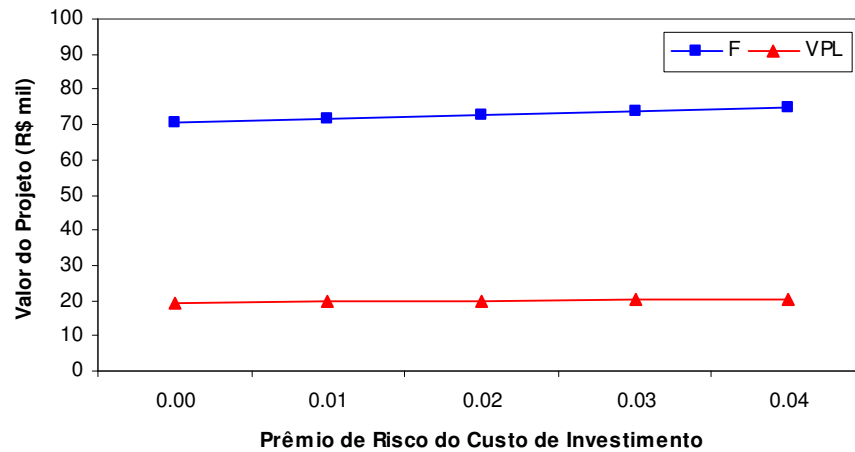


Figura 41: Gráfico do prêmio de risco dos custos versus o valor do projeto de aquisição

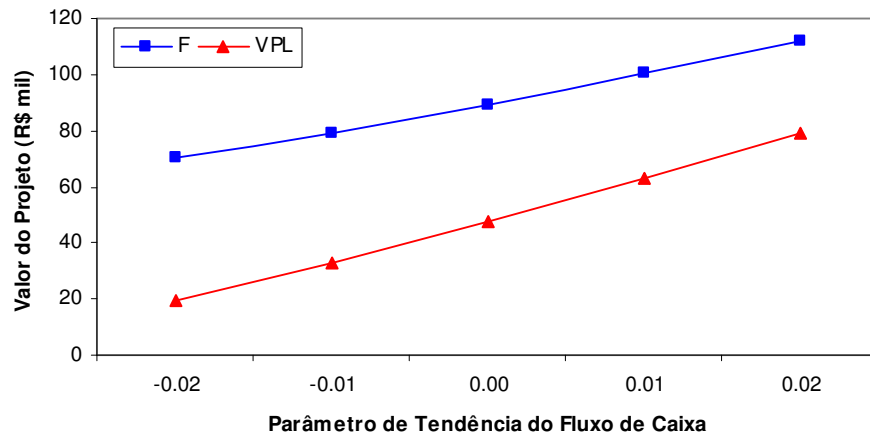


Figura 42: Gráfico do parâmetro de tendência do fluxo de caixa versus o valor do projeto de aquisição

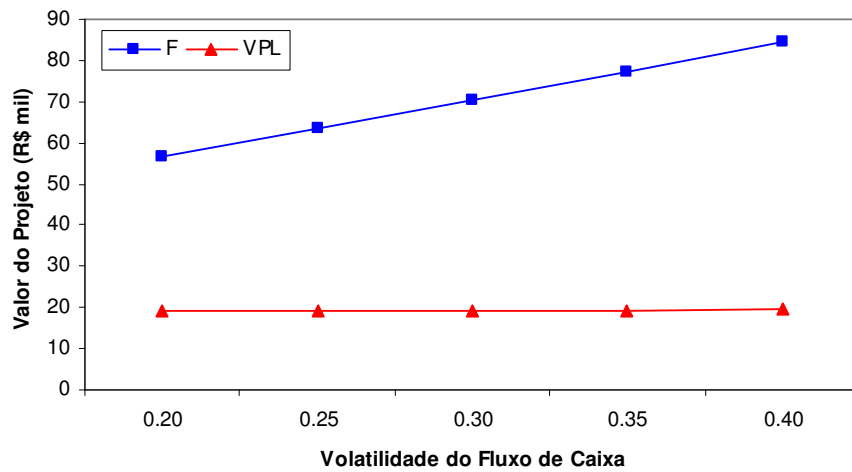


Figura 43: Gráfico da volatilidade do fluxo de caixa versus o valor do projeto de aquisição

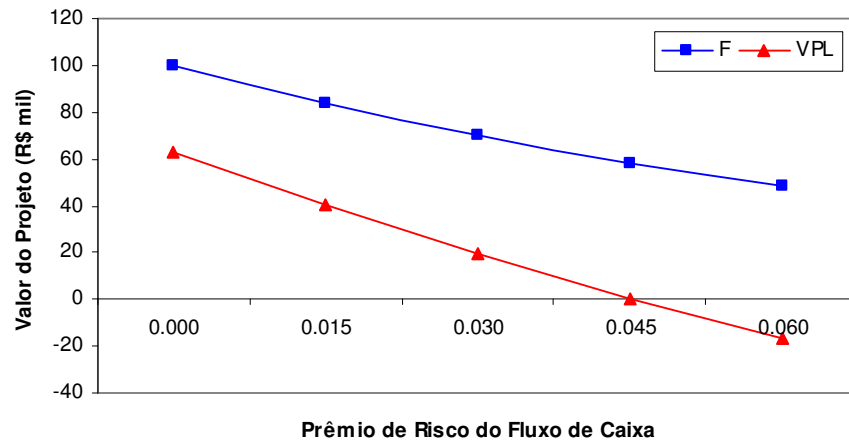


Figura 44: Gráfico do prêmio de risco do fluxo de caixa versus o valor do projeto de aquisição

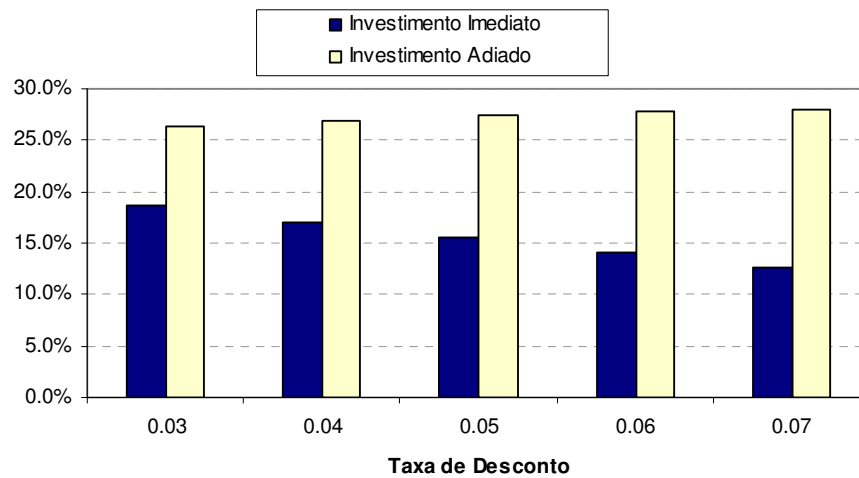


Figura 45: Gráfico da regra de investimento em relação à taxa de desconto no projeto de aquisição

Apêndice C: Réplica de Resultados de Araújo (2004)

Para fins de estudo, foram replicados os resultados de uma análise de sensibilidade do método LSM feita por Araújo (2004, cap. 6, p.76). Na análise em questão, o autor verificou a influência do número de simulações no valor de uma opção de venda americana, avaliada através do método LSM. O ativo base da opção, representado aqui por S , segue um movimento geométrico browniano:

$$dS = \alpha S dt + \sigma S dz$$

onde $\alpha = r - q$ e dz é um incremento de Wiener. O restante dos parâmetros da opção encontra-se abaixo:

<i>Parâmetros da Opção</i>		
Preço inicial do ativo base	S_0	720
Preço de exercício	K	800
Volatilidade da ação	σ	
Taxa livre de risco	r	10% a.a.
Taxa de dividendos	q	5% a.a.
Vencimento da opção	T	

Tabela 26: Parâmetros da opção de venda analisada por Araújo (2004)

Para a simulação, Araújo (2004) utilizou polinômios de grau oito para as regressões e variáveis antitéticas para reduzir a variância. A mesma técnica de redução de variância também foi utilizada para replicar os resultados de Araújo (2004). No entanto, neste trabalho, optou-se por utilizar polinômios de grau três para representar as funções base nas regressões. Os resultados replicados de Araújo (2004) encontram-se a seguir:

<i>m</i>	σ	<i>T</i>	Binomial (<i>n</i> = 1000)	LSM (média)	Erro (%)	Desvio Padrão (%)
10000	0.15	6	87.9842	76.8657	12.64%	0.55%
10000	0.20	4	104.9743	95.9434	8.60%	0.47%
10000	0.20	6	108.4038	99.9068	7.84%	0.24%
10000	0.20	10	111.3648	103.2043	7.33%	0.65%
10000	0.25	6	132.0920	124.4902	5.75%	0.51%
20000	0.15	6	87.9842	76.6491	12.88%	0.27%
20000	0.20	4	104.9743	95.8561	8.69%	0.49%
20000	0.20	6	108.4038	99.7749	7.96%	0.42%
20000	0.20	10	111.3648	103.0994	7.42%	0.29%
20000	0.25	6	132.0920	124.4338	5.80%	0.30%
50000	0.15	6	87.9842	76.5590	12.99%	0.17%
50000	0.20	4	104.9743	95.9538	8.59%	0.28%
50000	0.20	6	108.4038	99.7377	7.99%	0.16%
50000	0.20	10	111.3648	103.1029	7.42%	0.23%
50000	0.25	6	132.0920	124.2583	5.93%	0.26%
100000	0.15	6	87.9842	76.5738	12.97%	0.19%
100000	0.20	4	104.9743	95.8640	8.68%	0.14%
100000	0.20	6	108.4038	99.7939	7.94%	0.15%
100000	0.20	10	111.3648	103.0941	7.43%	0.12%
100000	0.25	6	132.0920	124.2111	5.97%	0.16%

Tabela 27: Réplica dos resultados da simulação de Araújo (2004)

Apêndice D: Réplica dos Resultados de Schwartz (2002)

Com o intuito de ilustrar a metodologia proposta no artigo, Schwartz (2002) avaliou um projeto de P&D para desenvolver uma droga ética. Em seguida, o autor fez uma análise de sensibilidade do resultado com relação a alguns parâmetros do modelo. Segundo Schwartz, os valores utilizados no exemplo replicam com fidelidade valores da indústria farmacêutica americana. Os dados do exemplo encontram-se na tabela a seguir:

<i>Parâmetros de Custo</i>		
Custo esperado para o término do projeto	K	\$100 milhões
Volatilidade dos custos	σ	0,5
Taxa de investimento máximo	Im	\$10 milhões por ano
<i>Parâmetros do Fluxo de Caixa</i>		
Fluxo de caixa estimado	C	\$20 milhões por ano
Parâmetro de Tendência	α	2% a.a.
Volatilidade do fluxo de caixa	ϕ	0,35
Prêmio de risco	η	3,6% a.a.
<i>Outros Parâmetros</i>		
Tempo de vida da patente	T	20 anos
Taxa livre de risco	r	5% a.a.
Tamanho do intervalo de tempo	Δt	0,25 anos
Número de simulações	N	100.000
Multiplicador do valor terminal do projeto	M	5
Correlação entre as incertezas de custo e fluxo de caixa	ρ	-0,1
Taxa de probabilidade de catástrofe	λ	0,07

Tabela 28: Parâmetros do projeto de P&D analisado por Schwartz (2002)

No exemplo analisado, a opção de abandono é avaliada ao final de cada intervalo de tempo, ou seja, a cada trimestre. Em seu artigo, Schwartz (2002)

rodou cinco simulações, com 100.000 caminhos para cada variável de estado. Em seguida, o autor fez uma análise de sensibilidade com relação aos parâmetros do modelo. Os resultados de Schwartz (2002) foram replicados, utilizando-se o mesmo procedimento, porém com 50.000 caminhos. Já para a análise de sensibilidade, foram usados 10.000 caminhos. Os resultados replicados da simulação e da análise de sensibilidade, respectivamente, encontram-se a seguir.

D.1. Resultados da Simulação

Simulação	Valor do Projeto com Opção	Porcentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
1	14.975	0.417	6.397	8.578
2	13.464	0.406	5.331	8.133
3	13.925	0.402	5.704	8.221
4	13.851	0.422	5.622	8.229
5	14.379	0.403	6.290	8.089
Média	14.1188	0.410168	5.8689	8.2499
Desvio Padrão (%)	4.10%	2.14%	7.77%	2.34%

Tabela 29: Réplica dos resultados da simulação de Schwartz (2002)

D.2. Resultados da Análise de Sensibilidade

	Valor do Projeto com Opção	Percentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
K_0				
80	33.9015	21.4%	31.0580	2.8435
90	22.5563	29.7%	17.4995	5.0568
100	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
110	7.2716	53.1%	-4.7537	12.0253
120	2.7462	68.3%	-13.8029	16.5491
I_m				
8.0	5.5875	56.1%	-5.7824	11.3699
9.0	9.2010	46.8%	-0.0568	9.2578
10.0	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
11.0	18.0685	34.7%	11.1815	6.8870
12.0	22.6052	29.9%	16.3893	6.2159
β				
0.40	9.6954	42.5%	1.7318	7.9636
0.45	11.4806	41.1%	3.6444	7.8362
0.50	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
0.55	15.7078	38.9%	7.8515	7.8563
0.60	18.0452	38.4%	10.1698	7.8754

Tabela 30: Análise dos parâmetros de custo

	Valor do Projeto com Opção	Percentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
C_0				
16.0	5.7418	56.9%	-6.4221	12.1639
18.0	9.3759	47.4%	-0.3818	9.7577
20.0	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
22.0	18.4844	35.9%	11.6989	6.7855
24.0	23.6394	32.3%	17.7392	5.9002
α				
0.00	3.7846	63.6%	-9.5183	13.3029
0.01	8.1437	50.7%	-2.5283	10.6720
0.02	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
0.03	21.3860	33.4%	15.2627	6.1233
0.04	30.8940	28.0%	26.5474	4.3466
ϕ				
0.25	11.6089	39.3%	4.9947	6.6142
0.30	12.6677	39.7%	5.3583	7.3094
0.35	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
0.40	14.2368	42.0%	5.8400	8.3968
0.45	15.2956	44.3%	5.8291	9.4665

Tabela 31: Análise dos parâmetros do fluxo de caixa

	Valor do Projeto com Opção	Porcentagem de Abandono	Valor do Projeto sem Opção	Valor da Opção
<i>T</i>				
18	11.0415	44.8%	1.8315	9.2100
19	12.1786	42.5%	3.7609	8.4177
20	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
21	14.7525	38.8%	7.3006	7.4519
22	16.2413	37.1%	9.0528	7.1885
<i>r</i>				
3.0%	28.2181	31.4%	21.6795	6.5386
4.0%	20.3202	35.5%	12.9098	7.4104
5.0%	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
6.0%	8.9094	47.8%	-0.3242	9.2336
7.0%	5.3742	57.0%	-5.2472	10.6214
<i>ρ</i>				
-0.10	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
-0.05	12.2568	41.0%	4.2423	8.0145
0.00	10.9151	40.6%	2.7951	8.1200
0.05	9.6734	40.6%	1.3604	8.3130
0.10	8.3726	41.7%	-0.0458	8.4184
<i>λ</i>				
0.05	19.6747	35.7%	11.7119	7.9628
0.06	16.3889	37.8%	8.5203	7.8686
0.07	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
0.08	11.1982	43.5%	3.0940	8.1042
0.09	9.3744	47.0%	0.7977	8.5767
<i>M</i>				
3	9.9362	46.9%	0.1742	9.7620
4	11.6491	43.5%	2.9164	8.7327
5	13.4994	40.6%	5.6585	7.8409
6	15.7608	38.0%	8.4007	7.3601
7	17.7566	35.7%	11.1429	6.6137

Tabela 32: Análise do restante dos parâmetros do modelo

Apêndice E: Desenvolvimento Matemático

Neste apêndice, são desenvolvidas as principais equações dos modelos de opções reais relacionados neste estudo.

E.1. Modelo de Schwartz e Zozaya (2000)

E.1.1. Equação (4.7) da Oportunidade de Investimento do Projeto de Desenvolvimento

No modelo de Schwartz e Zozaya (2000) para projetos de desenvolvimento de TI, o valor do projeto e o custo de investimento para o término do mesmo seguem, respectivamente, os seguintes processos:

$$dV = (\alpha - \eta_v)Vdt + \sigma Vdy$$

$$dK = (-I - \delta K - \eta_k)dt + \beta(IK)^{\frac{1}{2}}dz + \gamma Kdw$$

Para se obter o processo seguido pela oportunidade de investimento $F(V,K)$, aplica-se o lema de Ito, conforme a seguir:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial V}dV + \frac{\partial F}{\partial K}dK + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial V^2}dV^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)\frac{\partial^2 F}{\partial V\partial K}dVdK + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}dK^2 \quad (E.1)$$

Adotando-se uma notação mais simples e rearranjando os termos, vem que

$$dF = F_v dV + F_k dK + \frac{1}{2} [F_{vv} dV^2 + 2F_{vk} dVdK + F_{kk} dK^2] \quad (E.2)$$

Pode-se verificar que os termos dV^2 , $dVdK$ e dK^2 são dados pelas respectivas expressões a seguir:

$$dV^2 = \sigma^2 V^2 dt \tag{E.3}$$

$$dVdK = \sigma\gamma\rho_{dwdy}VKdt \tag{E.4}$$

$$dK^2 = (\beta^2 IK + \gamma^2 K^2) dt \tag{E.5}$$

A Substituição das equações (E.3), (E.4) e (E.5), assim como as equações das variáveis de estado do projeto, na equação (E.2) resulta na seguinte expressão:

$$dF = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} F_{VV} \sigma^2 V^2 + F_{VK} \sigma\gamma\rho_{dwdy}VK + \frac{1}{2} F_{KK} (\beta^2 IK + \gamma^2 K^2) \\ &+ F_V (\alpha - \eta_V)V - F_K (-I - \delta K - \eta_K) \end{aligned} \right\} dt \tag{E.6}$$

$$+ F_V \sigma V dy + F_K \beta (IK)^{\frac{1}{2}} dz + F_K \gamma K dw$$

Recorda-se que neste modelo há a possibilidade de ocorrência de um evento catastrófico, o que caracterizaria o fim do projeto. Neste caso, a oportunidade de investimento não teria valor. Caso contrário, o processo regido por $F(V,K)$ deverá ser o mesmo da equação (E.6). Assume-se então que o termo dF tem uma parte contínua, dada pela equação (E.6), e uma parte discreta, relacionada à probabilidade de poisson de ocorrência de catástrofe. Logo, pode-se escrever:

$$dF = dF_{contínuo} + dF_{discreto} \tag{E.7}$$

A parte discreta da equação acima pode ser melhor compreendida através do diagrama a seguir:

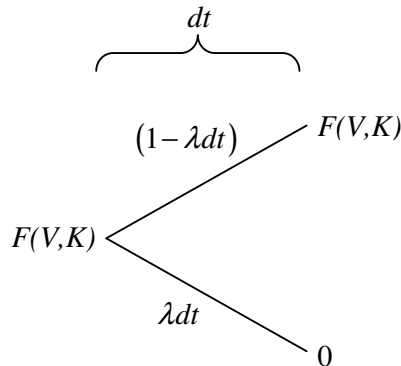


Figura 46: Influência da probabilidade de poisson no processo regido por $F(V,K)$

Na Figura 46, ilustra-se o que pode acontecer com a oportunidade de investimento durante um intervalo infinitesimal de tempo, do ponto de vista discreto. Observa-se que há uma probabilidade λdt de ocorrer um evento catastrófico, o que resultaria num abandono forçado e num valor nulo para a oportunidade de investimento. Por outro lado, a probabilidade de que nenhum “imprevisto” venha a ocorrer é dada por $(1 - \lambda dt)$. Nesse caso, somente as mudanças contínuas afetariam a oportunidade de investimento. Logo, assumindo-se neutralidade ao risco, pode-se dizer que:

$$\hat{E}[dF_{discreto}] = (1 - \lambda dt)(F - F) + \lambda dt(0 - F) = -F \lambda dt \quad (E.8)$$

A aplicação do valor esperado neutro ao risco sobre a equação (E.6) e a substituição das equações (E.8) e (E.7) na mesma resulta em:

$$\hat{E}[dF] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} F_{VV} \sigma^2 V^2 + F_{VK} \sigma \gamma \rho_{dwdy} VK + \frac{1}{2} F_{KK} (\beta^2 IK + \gamma^2 K^2) \\ + F_V (\alpha - \eta_V) V - F_K (-I - \delta K - \eta_K) - F \lambda \end{array} \right\} dt \quad (E.9)$$

Para maximizar o valor da oportunidade de investimento, aplica-se a equação de Bellman, que neste modelo é dada por:

$$rF(V, K) = \max \left\{ -I(t) + \frac{1}{dt} \hat{E}[dF] \right\}$$

Multiplicando-se a equação acima por dt resulta em:

$$rFdt = \max \left\{ -Idt + \hat{E}[dF] \right\} \quad (E.10)$$

Por fim, substituindo-se a equação (E.9) na equação (E.10) e novamente rearranjando os termos, chega-se à equação diferencial parcial (4.7), reescrita a seguir:

$$\text{Max}_I \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + \frac{1}{2} \beta^2 I K F_{KK} + \frac{1}{2} \gamma^2 K^2 F_{KK} + \rho_{dwdy} \sigma \gamma K F_{VK} \\ + (\alpha - \eta_V) V F_V - (I - \delta K - \eta_K) F_K - (r + \lambda) F - I \end{array} \right] = 0$$

E.1.2.

Equação (4.19) da Oportunidade de Investimento do Projeto de Aquisição

Os fluxos de caixa e o custo de investimento representam as variáveis de estado do modelo de Schwartz e Zozaya (2000) para projetos de aquisição de TI. Neste modelo, ambas as variáveis seguem o movimento geométrico browniano, isto é:

$$dC = (\alpha - \eta_C) C dt + \phi C dx$$

$$dK = (\delta - \eta_K) K dt + \gamma K dw$$

O processo regido pela oportunidade $F(C, K, t)$ é obtido através da aplicação do Lema de Ito, conforme ilustrado a seguir:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial C} dC + \frac{\partial F}{\partial K} dK + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial C^2} dC^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial C \partial K} dC dK + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} dK^2 \quad (\text{E.11})$$

Simplificando-se a notação e rearranjando os termos, pode-se escrever:

$$dF = F_C dC + F_K dK + F_t dt + \frac{1}{2} [F_{CC} dC^2 + 2F_{CK} dC dK + F_{KK} dK^2] \quad (\text{E.12})$$

É possível verificar que os termos dC^2 , $dC dK$ e dK^2 são dados pelas respectivas expressões a seguir:

$$dC^2 = \phi^2 C^2 dt \quad (\text{E.13})$$

$$dC dK = \phi \gamma \rho_{dwdx} C K dt \quad (\text{E.14})$$

$$dK^2 = \gamma^2 K^2 dt \quad (\text{E.15})$$

Substituindo-se as expressões de dC , dK , dC^2 , $dC dK$ e dK^2 na equação (E.12) e rearranjando os termos resulta na seguinte expressão:

$$dF = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} F_{CC} \phi^2 C^2 + F_{CK} \phi \gamma \rho_{dx dw} CK + \frac{1}{2} F_{KK} \gamma^2 K^2 \\ &+ F_C (\alpha - \eta_C) C + F_K (\delta - \eta_K) K \\ &+ F_C \phi C dx + F_K \gamma K dw \end{aligned} \right\} dt \quad (E.16)$$

Na região de continuação, a equação de Bellman para a oportunidade de investimento deste modelo é dada pela seguinte expressão:

$$rF(C, K, t) = \frac{1}{dt} \hat{E}[dF]$$

O termo $\hat{E}[dF]$ pode ser obtido aplicando-se o valor esperado neutro ao risco à equação (E.16) como a seguir:

$$\hat{E}[dF] = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} F_{CC} \phi^2 C^2 + F_{CK} \phi \gamma \rho_{dx dw} CK + \frac{1}{2} F_{KK} \gamma^2 K^2 \\ &+ F_C (\alpha - \eta_C) C + F_K (\delta - \eta_K) K \end{aligned} \right\} dt \quad (E.17)$$

Observa-se que os termos estocásticos de dF foram zerados na equação do valor esperado acima. Resta agora substituir a equação (E.17) na equação de Bellman. Após rearranjar os termos, obtém-se a EDP correspondente à equação (4.19):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} F_{CC} \phi^2 C^2 + F_{CK} \phi \gamma \rho_{dx dw} CK + \frac{1}{2} F_{KK} \gamma^2 K^2 + F_C (\alpha - \eta_C) C \\ &+ F_K (\delta - \eta_K) K - rF = 0 \end{aligned}$$

E.2. Modelo de Schwartz (2002)

E.2.1. Equação (4.23) do Valor do Projeto

O projeto de pesquisa e desenvolvimento do modelo de Schwartz (2002) tem como única variável de estado o fluxo de caixa, cujo processo ajustado ao risco é dado pela expressão a seguir:

$$dC = \alpha * C dt + \phi C dx$$

Para se obter o processo seguido pelo valor do projeto $V(C,t)$, aplica-se o Lema de Ito conforme a seguir:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial C} dC + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial C^2} dC^2, \quad (\text{E.18})$$

ou então

$$dV = V_C dC + V_t dt + \frac{1}{2} V_{CC} dC^2 \quad (\text{E.19})$$

Desenvolvendo-se a equação acima, obtém-se:

$$dV = \left[V_C \alpha^* C + V_t + \frac{1}{2} V_{CC} \phi^2 C^2 \right] dt + V_C \phi C dx \quad (\text{E.20})$$

Pode-se verificar que a equação de Bellman para o projeto deste modelo é dada por:

$$rV(C,t) = \max \left\{ C(t) + \frac{1}{dt} \hat{E}[dV] \right\}, \quad (\text{E.21})$$

Considerando-se a equação (E.21) na região de continuação e multiplicando-se a mesma por dt resulta na seguinte expressão:

$$rV(C,t)dt = C(t)dt + \hat{E}[dV] \quad (\text{E.22})$$

Finalmente, substitui-se a equação (E.17) na equação (E.22) para se obter a equação diferencial parcial (4.23) referente ao valor do projeto de pesquisa e desenvolvimento. O resultado, após manipulação dos termos é:

$$\frac{1}{2} \phi^2 C^2 V_{CC} + \alpha^* C V_C + V_t - rV + C = 0$$

E.2.2. Equação (4.27) da Oportunidade de Investimento

No modelo de Schwartz (2002) para projetos de desenvolvimento de TI, os benefícios (fluxos de caixa) do projeto e o custo de investimento para o término do mesmo seguem, respectivamente, os seguintes processos:

$$dC = \alpha C dt + \phi C dx$$

$$dK = -I dt + \beta (IK)^{\frac{1}{2}} dz$$

O processo seguido pela oportunidade de investimento $F(C, K, t)$, é obtido aplicando-se o Lema de Ito, conforme a seguir:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial C} dC + \frac{\partial F}{\partial K} dK + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial C^2} dC^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial C \partial K} dC dK + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} dK^2 \quad (E.23)$$

Adotando-se uma notação mais simples e rearranjando os termos, vem que:

$$dF = F_C dC + F_K dK + F_t dt + \frac{1}{2} [F_{CC} dC^2 + 2F_{CK} dC dK + F_{KK} dK^2] \quad (E.24)$$

Pode-se verificar que os termos dC^2 , $dC dK$ e dK^2 são dados pelas respectivas expressões a seguir:

$$dC^2 = \phi^2 C^2 dt \quad (E.25)$$

$$dC dK = \phi \beta \rho_{dx dz} C (IK)^{\frac{1}{2}} dt \quad (E.26)$$

$$dK^2 = \beta^2 IK dt \quad (E.27)$$

Substituindo-se as equações das variáveis de estado do projeto e as expressões (E.25), (E.26) e (E.27) na equação (E.24), obtém-se a seguinte expressão:

$$dF = \left\{ \frac{1}{2} F_{CC} \phi^2 C^2 + F_{CK} \phi \beta \rho_{dz} C (IK)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} F_{KK} \beta^2 IK + F_C \alpha^* C - F_K I + F_I \right\} dt + F_C \phi C dx + F_K \beta (IK)^{\frac{1}{2}} dz \quad (E.28)$$

Neste modelo, o projeto está sujeito à ocorrência de um evento catastrófico, o que caracterizaria o seu fim. Neste caso, a oportunidade de investimento não teria valor. Caso contrário, o processo de $F(C, K, t)$ deverá ser o mesmo da equação (E.28). Assume-se então que o termo dF tem uma parte contínua, dada pela equação (E.28), e uma parte discreta, dada pela probabilidade de poisson de ocorrência de catástrofe. Logo, pode-se escrever:

$$dF = dF_{contínuo} + dF_{discreto} \quad (E.29)$$

A parte discreta da equação acima pode ser melhor compreendida através do diagrama a seguir:

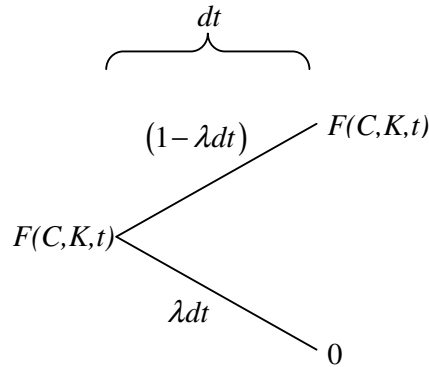


Figura 47: Influência da probabilidade de poisson no processo regido por $F(C, K, t)$

Na Figura 47, ilustra-se o que pode acontecer com a oportunidade de investimento durante um intervalo infinitesimal de tempo, do ponto de vista discreto. Observa-se que há uma probabilidade λdt de ocorrer um evento catastrófico, e uma probabilidade $(1 - \lambda dt)$ de que nada ocorra. Neste último caso, somente as mudanças contínuas afetariam a oportunidade de investimento. Logo, assumindo neutralidade ao risco, pode-se dizer que:

$$\hat{E}[dF_{discreto}] = (1 - \lambda dt)(F - F) + \lambda dt(0 - F) = -F \lambda dt$$

A aplicação do valor esperado neutro ao risco sobre a equação (E.29) e a substituição das expressões correspondentes às partes contínua e discreta de dF na equação resultante fornecerá a seguinte expressão:

$$\hat{E}[dF] = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} F_{CC} \phi^2 C^2 + F_{CK} \phi \beta \rho_{dx dz} C (IK)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} F_{KK} \beta^2 IK \\ &+ F_C \alpha^* C - F_K I + F_t - F \lambda \end{aligned} \right\} dt \quad (E.30)$$

Em seguida, deve-se maximizar o valor da oportunidade de investimento, aplicando-se a equação de Bellman. A equação para este modelo é dada por:

$$rF(C, K, t) = \max \left\{ -I(t) + \frac{1}{dt} \hat{E}[dF] \right\}$$

Finalmente, para se obter a EDP (4.27), substitui-se a equação (E.30) na equação de Bellman. Após rearranjar os termos, o resultado é a expressão a seguir:

$$\text{Max}_I \left[\begin{aligned} &\frac{1}{2} \phi^2 C^2 F_{CC} + \frac{1}{2} \sigma^2 (IK) F_{KK} + \phi \sigma \rho_{dx dz} C (IK)^{\frac{1}{2}} F_{CK} + \alpha^* C F_C \\ &- I F_K + F_t - (r + \lambda) F - I \end{aligned} \right] = 0$$

Apêndice F: Código Fonte dos Algoritmos

A seguir encontra-se uma relação dos códigos fonte dos algoritmos utilizados para se obter os resultados numéricos neste trabalho. Os algoritmos foram codificados na linguagem MATLAB, versão 6.5, e executados em um *Pentium IV*, 2.80 Ghz, com 256MB de memória.

F.1. Método Binomial para Opção Americana

```
function c = CRRA(S0, K, r, q, sigma, T, n, tipo)

%CRRA Cox-Ross-Rubinstein (Americana)
% c = CRRA(S0, K, r, q, sigma, T, n, tipo) calcula o preco de uma opcao
% americana atraves da aproximacao binomial de Cox, Ross e Rubinstein.
%
% O algoritmo usa programacao dinamica para calcular o valor da opcao de
% tras para frente.
%
% Parametros de entrada:
%
% S0    - preco do ativo base hoje
% K     - preco de exercicio da opcao
% r     - taxa de desconto
% q     - taxa de dividendos
% sigma - volatilidade do ativo base
% T     - tempo de maturidade da opcao, considerando quem no instante
%        inicial, t=0
% n     - numero de passos da binomial
% tipo  - tipo de opcao: CALL = 1; PUT = -1 (default eh 'CALL')
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% teste para verificar se o tipo da opcao foi informado
if nargin < 8    % caso tipo nao tenha sido incluso

    % assume-se que a opcao eh uma call
    tipo = 1;
end
```

```

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/n;

% calculo dos fatores de subida (u) e descida (d)
u = exp(sigma*sqrt(dt));
d = 1/u;

% calculo da probabilidade neutra ao risco
p = ( exp((r-q)*dt) - d ) / ( u - d );

% Valores da opcao em t = T
F = max( (S0*(u.^([0:n]')).*d.^([n:-1:0]'))-K)*tipo,0);

% Rotina para calcular o valor da opcao de tras para frente
for i = n:-1:1
    for j = 1:i
        F(j) = max( (S0*u^(j-1)*d^(i-j) - K)*tipo, exp(-r*dt)*(p*F(j+1)
+ (1-p)*F(j)) );
    end
end

% valor da opcao
c = F(1)

```

F.2 Método de GVW para Opção Americana sobre ativo com MGB

```

function [c, gatilho] = GVW_mgb(S0, K, r, alpha, sigma, T, nEx, tipo, m1, m2)

%GVW_mgb Grant-Vora-Weeks sobre Movimento Geometrico Browniano
% c = GVW_mgb(S0, K, r, alpha, sigma, T, nEx, m1, m2) calcula o valor de
% uma put americana atraves do metodo de simulacao de monte carlo (SMC)
% desenvolvido por Grant, Vora e Weeks. O algoritmo utiliza a SMC baseada
% no movimento geometrico browniano (mgb) para obter os valores criticos
% do ativo base a cada data de exercicio. A programacao dinamica eh usada
% para o calculo desses valores atraves da comparacao entre o valor de
% continuacao e o valor de exercicio imediato. O algoritmo,
% recursivamente, calcula os valores criticos, de tras para frente,
% começando pelo ultimo instante ate chegar no instante inicial,
% resultando na curva de gatilho do ativo base. Por ultimo, uma nova
% simulacao eh feita e atraves da curva de gatilho obtem-se o valor
% esperado da opcao
%
% Parametros de entrada:
%
% S0 - valor inicial do ativo base
% K - preco de exercicio do ativo base
% r - taxa de desconto

```

```

%      alpha - parametro de tendencia do ativo base
%      sigma - volatilidade do ativo base
%      T      - data de vencimento da opcao
%      nEx    - numero de datas de exercicio
%      m1     - numero de simulacoes de monte carlo para
%              se obter os valores criticos
%      m2     - numero de simulacoes utilizadas para
%              se calcular o valor da opcao
%      tipo   - tipo de opcao: CALL = 1; PUT = -1
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% teste para verificar se m2 foi passado como parametro de entrada
if nargin < 10      % caso m2 nao tenha sido incluso

    % assume-se que m1 eh igual a m2
    m2 = m1;
end

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/nEx;

% condicao terminal
gatilho(nEx) = K;

% parametros de inicializacao para a funcao fzero
maxiter = 50;
tol      = 1e-6;
option   = optimset('MaxIter', maxiter, 'TolFun', tol);

% inicializacao da variavel pos1
pos1 = 2;

%----- Calculo do Valor critico em ti -----

% calculo da curva de gatilho
for i = nEx-1:-1:1

    % posicao do ultimo valor critico obtido
    pos2 = i+1;

    % aproximacao inicial do valor critico
    aprox = gatilho(pos2);

    % solucao do valor critico via metodo de aceleracao de convergencia
    s = fzero( inline( '(S0 - K)*tipo - opcao_mgb(gatilho, S0,
K, r, alpha, sigma, dt, nEx, m1, pos1, pos2, tipo)*exp(-r*dt)', ...

```



```

        'S0','K', 'r', 'alpha', 'sigma', 'dt', 'nEx', 'm1',
'gatilho', 'pos1', 'pos2', 'tipo' ), ...
        aprox, option, K, r, alpha, sigma, dt, nEx, m1,
gatilho, pos1, pos2, tipo );

        % valor critico em ti armazenado no vetor de gatilho
        gatilho(i) = s;

    end

%----- Valor da Opcao -----

% atualizacao da posicao do ultimo valor critico obtido
    pos2 = pos2 - 1;

% inicializacao do vetor opcoes
    opcoes = zeros(m2,1);

% simulacao do mgb para se obter o valor da opcao
    smc = mgb(alpha, sigma, dt, nEx, m2, S0);

% calculo do valor das opcoes via simulacao
    for i=1:m2

        % calculo do valor de cada opcao a partir do caminho simulado
        opcoes(i) = opcao(gatilho, smc(i,:), K, r, dt, nEx, pos1, pos2,
tipo);

    end

% calculo do valor esperado da opcao
    c = mean(opcoes);

```

F.3. Método LSM

```

function [c, regra, FC] = LSM(smc, K, r, T, g, tipo)

%LSM Least Squares Monte Carlo
% [c, regra, FC] = LSM(smc, K, r, T, tipo) calcula o valor de uma opcao
% americana atraves do metodo dos minimos quadrados, LSM, desenvolvido
% por Longstaff e Schwartz (2001). O algoritmo utiliza como dado
% principal de entrada os caminhos do ativo base, previamente simulados,
% que juntos formam a matriz de simulacoes. O valor da opcao eh entao
% obtido atraves da analise da decisao otima em cada periodo. A
% estrategia principal consiste em comparar o valor de exercicio imediato
% da opcao com o valor esperado de continuacao, obtido atraves de uma
% regressao dos minimos quadrados em cima de dados cross-section dos

```

```

% caminhos previamente simulados.
%
% Parametros de entrada:
%
%     smc - matriz com n simulacoes em m instantes do ativo base
%     K   - preco de exercicio da opcao
%     r   - taxa de desconto
%     T   - data de vencimento da opcao
%     g   - grau do polinomio na regressao
%     tipo - tipo de opcao: CALL = 1; PUT = -1 (default eh 'CALL')
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% teste para verificar se o tipo da opcao foi informado
if nargin < 5 % caso tipo nao tenha sido incluso

    % assume-se que a opcao eh uma call
    tipo = 1;

end

% numero de linhas (m) e colunas (n) da matriz smc
[m n] = size(smc);

% numero de datas de exercicio da opcao
nEx = n-1;

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/nEx;

% inicializacao da matriz dos fluxos de caixa
FC = max( (smc(:,2:n) - K)*tipo, 0 );

% inicializacao da matriz com a regra de parada otima
regra = zeros(m, nEx);

% fator de desconto por periodo
d = exp(-r*dt);

% preenchimento da ultima coluna da matriz de regra otima de parada
parada = find( FC(:,end) ~= 0 );
regra(parada,end) = 1;

%----- Calculo da matriz de regra -----
-----

for i = nEx-1:-1:1

```

```

% selecao das posicoes onde a opcao esta "in the money" em ti
pos = find( FC(:,i) ~= 0 );

% calculo dos payoffs de continuacao
desc = desconto(d,nEx-i)';
payoff = FC(pos,i+1:end) .* regra(pos,i+1:end) * desc;

% calculo dos parametros para a regressao
x = smc(pos,i+1);
y = payoff;
X = [ones(size(x)) x x.^2 x.^3];

% regressao dos minimos quadrados na forma: y = a0 + a1*x + a2*x^2 + ..
a = regress(y,X);

% calculo dos valores de continuacao no instante ti
cont = X*a;

% calculo dos valores de exercicio no instante ti
ex = (x - K)*tipo;

% decisao otima no instante ti
otimo = max( cont(:), ex(:) );

% calculo das posicoes onde o exercicio eh otimo
pos_ex = find( ex(:) == otimo(:) ); %- posicao relativa
ex_otimo = pos(pos_ex); %- posicao real

% atualizacao da coluna i da matriz de regra otima de parada
regra(ex_otimo,i) = 1;

% atualizacao dos dados antigos da matriz regra
regra(ex_otimo,i+1:end) = 0;

end

%----- Valor da Opcao -----

% calculo da matriz dos fluxos de caixa de acordo com a regra otima
FC = regra .* FC;

% vetor de descontos
desc = desconto(d,nEx)';

% calculo do valor presente dos fluxos de caixa em cada simulacao
vp = FC*desc;

% calculo do valor da opcao, como media dos valores das SMC
c = mean(vp);

```

F.4. Valor do Projeto de P&D com Opção de Abandono via LSM

```
function [v, percentAbandono, abandonos, regraA] = LSM_PD(C, K, I, r, T, M,
lambda)

%LSM_PD Least Squares Monte Carlo aplicado a P&D
% [v, percentAbandono, tempoMedioAbandono, abandonos, regraA] = LSM_PD(C,
% K, I, r, T, M, lambda) calcula o valor de uma opcao americana atraves
% do metodo dos minimos quadrados, LSM, desenvolvido por Longstaff e
% Schwartz (2002). O algoritmo utiliza uma adaptacao feita por Schwartz
% (2002) para avaliar um projeto de P&D com opcao de abandono.
% Primeiramente, sao passados os caminhos simulados para o fluxo de caixa
% e o custo esperado para o termino do projeto. O valor da opcao eh entao
% obtido atraves da analise da decisao otima em cada periodo.
%
% Parametros de entrada:
%
% C - matriz de simulacao dos fluxos de caixa
% K - matriz de simulacao dos custos
% I - taxa de investimento
% r - taxa de desconto
% T - data de vencimento da patente
% M - multiplicador do valor terminal do projeto
% lambda - taxa de probabilidade de catastrofe
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% redimensionamento das matrizes de simulacao (eliminacao do valor inicial)
C = C(:,2:end);
K = K(:,2:end);

% numero de linhas (m) e colunas (n) da matriz smc
[m n] = size(C);

% numero de datas de exercicio
nEx = n;

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/nEx;

% inicializacao da matriz do projeto
V = zeros(m, nEx);

% inicializacao da matriz de fluxos de caixa realizados
FC = zeros(m, nEx);
```

```

% inicializacao da matriz com a regra otima de abandono
regraA = zeros(m, nEx);

% fator de desconto por periodo
d = exp(-r*dt);

% fator de desconto com probabilidade de poisson
dP = exp( -(r+lambda)*dt );

% preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto
V(:,end) = M * C(:, end);

% preenchimento da ultima coluna da matriz de fluxos de caixa
FC(:,end) = V(:,end);

%----- Calculo da matriz de regra de abandono -----
-----

for i = nEx-1:-1:1

    % selecao das posicoes onde nao ha mais investimento em ti
    pos_fim = find( K(:,i) == 0);

    % atualizacao do valor do projeto para as posicoes onde nao ha mais
investimento em ti
    FC(pos_fim,i) = C(pos_fim,i) * dt;
    V(pos_fim,i) = d * V(pos_fim,i+1) + FC(pos_fim,i);

    % selecao das posicoes onde ha investimento em ti
    pos_inv = find( K(:,i) > 0 );

    % calculo do valor futuro do projeto descontado para ti
    valorDesc = dP * V(pos_inv,i+1);

    % calculo dos parametros para a regressao
    y = valorDesc;
    x1 = C(pos_inv,i);
    x2 = K(pos_inv,i);
    X = [ones(size(x1)) x1 x2 x1.^2 x1.*x2 x2.^2 x1.*x2.^2
x2.*x1.^2 x1.^3 x2.^3];

    % regressao dos minimos quadrados na forma: y = a0 + a1*x1 + a2*x2 +
a3*x1*x2 + ...
    a = regress(y,X);

    % calculo dos valores de continuacao no instante ti
    cont = X*a;

    % calculo das posicoes onde o abandono eh otimo

```

```

pos_abandono = find( cont(:) < I*dt );
abandono_otimo = pos_inv( pos_abandono ); % posicao real

if pos_abandono

% atualizacao da regra de abandono para a posicao ti
    regraA(abandono_otimo,i) = 1;

% atualizacao das matrizes V, F e regraA para as posicoes antigas
    V(abandono_otimo,i+1:end) = 0;
    FC(abandono_otimo,i+1:end) = 0;
    regraA(abandono_otimo,i+1:end) = 0;

end

% calculo das posicoes onde a continuacao eh otima
pos_cont = find( cont(:) >= I*dt );
cont_otimo = pos_inv( pos_cont );

if pos_cont

% atualizacao do valor do projeto
    FC(cont_otimo,i) = -I*dt;
    V(cont_otimo,i) = cont(pos_cont) + FC(cont_otimo,i);

end

end

%----- Dados do Projeto com Opcao -----
--

% calculo da percentagem de caminhos onde houve exercicio imediato
numAbandono = find( regraA(:, :) == 1 );
[mA, nA] = size(numAbandono);
percentAbandono = mA / m;

% inicializacao da variavel contador
contador = 0;

% inicializacao do vetor abandonos
abandonos = zeros(1, nEx);

% rotina para calcular o numero de abandonos por periodo
% por periodo
for i=1:nEx

    pos_Abandono = find( regraA(:,i) == 1 );
    [mA2, nA2] = size(pos_Abandono);

```

```

        abandonos(i) = mA2;

    end

    % valor do tempo medio de abandono
    tempoMedioAbandono = contador * dt / mA;

    % percentagem de abandonos por periodo
    abandonos = abandonos / m;

    %----- Valor do Projeto com Opcao -----
    --

    % inicializacao da matriz do projeto realizado
    Vr = zeros(m, nEx);

    % preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto realizado
    Vr(:,end) = V(:, end);

    for i = nEx-1:-1:1

        % selecao das posicoes onde nao ha mais investimento em ti
        pos_fim = find( K(:,i) == 0);

        % atualizacao do valor do projeto para as posicoes onde nao ha mais
investimento em ti
        Vr(pos_fim,i) = d * Vr(pos_fim,i+1) + FC(pos_fim,i);

        % selecao das posicoes onde ha investimento em ti
        pos_inv = find( K(:,i) > 0 );

        % selecao das posicoes onde ha abandono em ti
        pos_abandono = find( regraA(pos_inv,i) == 1 );

        % atualizacao dos valores presentes para as posicoes de abandono
        Vr(pos_inv(pos_abandono),i:end) = 0;

        % selecao das posicoes onde ha investimento e nao ha abandono em ti
        pos_cont = find( regraA(pos_inv,i) == 0 );

        % atualizacao dos valores presentes para as posicoes onde ha investimento
e nao ha abandono
        Vr(pos_inv(pos_cont),i) = dP * Vr(pos_inv(pos_cont),i+1) +
FC(pos_inv(pos_cont),i);

    end

    % calculo do valor da oportunidade, como media dos valores das SMC
    v = mean(Vr(:,1)*dP);

```

F.5. VPL do Projeto de P&D

```
function v = VPL_PD(C, K, I, r, T, M, lambda)

%VPL_PD Solucao Numerica para Projetos de P&D (sem opcao de abandono)
% v = VPL_PD(C, K, I, r, T, M, lambda) avalia um projeto de P&D de acordo
% com o modelo desenvolvido por Schwartz (2002), porem sem a opcao de
% abandono. Em outras palavras, o algoritmo calcula o VPL do projeto de
% P&D.
%
% Parametros de entrada:
%
% C      - matriz de simulacao dos fluxos de caixa
% K      - matriz de simulacao dos custos
% I      - taxa de investimento
% r      - taxa de desconto
% T      - data de vencimento da patente
% M      - multiplicador do valor terminal do projeto
% lambda - taxa de probabilidade de catastrophe
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% redimensionamento das matrizes de simulacao (eliminacao do valor inicial)
C = C(:,2:end);
K = K(:,2:end);

% numero de linhas (m) e colunas (n) da matriz smc
[m n] = size(C);

% numero de datas de exercicio
nEx = n;

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/nEx;

% inicializacao da matriz do projeto
V = zeros(m, nEx);

% inicializacao da matriz de fluxos de caixa realizados
FC = zeros(m, nEx);

% inicializacao da matriz com a regra otima de abandono
regraA = zeros(m, nEx);

% fator de desconto por periodo
```



```

    d = exp(-r*dt);

    % fator de desconto com probabilidade de poisson
    dP = exp( -(r+lambda)*dt );

    % preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto
    V(:,end) = M * C(:, end);

    % selecao das posicoes onde nao ha mais investimento em T
    pos_fim = find( K(:,end) == 0 );

    % atualizacao dos fluxos de caixa para as posicoes onde nao ha mais
investimento em T
    FC(pos_fim,end) = V(pos_fim,end);

    % selecao das posicoes onde ha investimento em T
    pos_inv = find( K(:,end) > 0 );

    % atualizacao dos fluxos de caixa para as posicoes onde nao ha investimento
em T
    FC(pos_inv,end) = -I*dt;

    %----- Valor do Projeto sem Opcao -----
    --

    % inicializacao da matriz do projeto realizado
    Vr = zeros(m, nEx);

    % preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto realizado
    Vr(:,end) = FC(:, end);

    for i = nEx-1:-1:1

        % selecao das posicoes onde nao ha mais investimento em ti
        pos_fim = find( K(:,i) == 0 );

        % atualizacao do valor do projeto para as posicoes onde nao ha mais
investimento em ti
        Vr(pos_fim,i) = d * Vr(pos_fim,i+1) + C(pos_fim,i)*dt;

        % selecao das posicoes onde ha investimento em ti
        pos_inv = find( K(:,i) > 0 );

        % atualizacao dos valores presentes para as posicoes onde ha investimento
        Vr(pos_inv,i) = dP * Vr(pos_inv,i+1) - I*dt;

    end

    % calculo do valor da opcao, como media dos valores das SMC
    v = mean(Vr(:,1)*dP);

```

F.6. Valor do Projeto de Aquisição com Opção de Espera via LSM

```
function [v, percentEspera, percentExImediato, tempoMedioEspera, regra] =
LSM_TI_AQ(C, K, r, T)

%LSM_PD Least Squares Monte Carlo aplicado a Projetos de Aquisicao de TI
% [v, percentEspera, percentExImediato, TempoMedioEspera, regra] =
% LSM_TI_AQ(C, K, r, T) calcula o valor de uma oportunidade de
% investimento com exercicio americano atraves do metodo dos minimos
% quadrados, LSM, desenvolvido por Longstaff e Schwartz (2001). O
% algoritmo foi adaptado para avaliar o projeto de aquisicao de TI do
% modelo de Schwartz e Zozaya (2000) para avaliar um projeto de aquisicao
% de TI com opcao de espera. Primeiramente, sao passados os caminhos
% simulados para o fluxo de caixa e o custo de investimento. O valor da
% opcao de espera eh entao obtido atraves da analise da decisao otima em
% cada periodo.
%
% Parametros de entrada:
%
% C - matriz de simulacao dos fluxos de caixa
% K - matriz de simulacao dos custos
% r - taxa de desconto
% T - data de vencimento da opcao
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% redimensionamento das matrizes de simulacao (eliminacao do valor inicial)
C = C(:,2:end);
K = K(:,2:end);

% numero de linhas (m) e colunas (n) da matriz smc
[m n] = size(C);

% numero de datas de exercicio
nEx = n;

% tamanho de cada intervalo de tempo
dt = T/nEx;

% inicializacao da matriz do projeto
V = zeros(m, nEx);

% inicializacao da matriz dos fluxos de caixa
FC = zeros(m, nEx);
```

```

% inicializacao da matriz com a regra de parada otima
regra = zeros(m, nEx);

% fator de desconto por periodo
d = exp(-r*dt);

% preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto
V(:,end) = C(:,end)*dt;

% preenchimento da ultima coluna da matriz de fluxos de caixa
FC(:,end) = max( V(:,end) - K(:,end), 0 );

% atualizacao da ultima coluna da regra otima de exercicio
parada = find( FC(:,end) ~= 0 );
regra(parada,end) = 1;

%----- Calculo da matriz de regra -----
-----

for i = nEx-1:-1:1

    % atualizacao da matriz do valor do projeto em ti
    V(:,i) = d * V(:,i+1) + C(:,i) * dt;

    % preenchimento da coluna i da matriz de fluxos de caixa
    FC(:,i) = max( V(:,i) - K(:,i), 0 );

    % selecao das posicoes onde a opcao esta "in the money" em ti
    pos_itm = find( FC(:,i) ~= 0 );

    % calculo dos payoffs de continuacao
    desc = desconto(d,nEx-i)';
    payoff = FC(pos_itm,i+1:end) .* regra(pos_itm,i+1:end) * desc;

    % calculo dos parametros para a regressao
    x1 = C(pos_itm,i);
    x2 = K(pos_itm,i);
    y = payoff;
    X = [ones(size(x1)) x1 x2 x1.^2 x1.*x2 x2.^2 x1.*x2.^2
x2.*x1.^2 x1.^3 x2.^3];

    % regressao dos minimos quadrados na forma: y = a0 + a1*x + a2*x^2
    a = regress(y,X);

    % calculo dos valores de continuacao no instante ti
    cont = X*a;

    % calculo dos valores de exercicio no instante ti
    ex = FC(pos_itm,i);

```

```

% decisao otima no instante ti
    otimo = max( cont(:), ex(:) );

% calculo das posicoes onde o exercicio eh otimo
    pos_ex = find( ex(:) == otimo(:) ); %- posicao relativa
    ex_otimo = pos_itm(pos_ex); %- posicao real

% atualizacao da coluna i da matriz de regra otima de parada
    regra(ex_otimo,i) = 1;

% atualizacao dos dados antigos da matriz regra
    regra(ex_otimo,i+1:end) = 0;

end

%----- Dados do Projeto com Opcao -----
--

% calculo da percentagem de caminhos onde o exercicio foi adiado
    numEspera = find( regra(:,2:end) == 1 );
    [mE, nE] = size(numEspera);
    percentEspera = mE / m;

% calculo da percentagem de caminhos onde houve exercicio imediato
    numExImediato = find( regra(:,1) == 1 );
    [mI, nI] = size(numExImediato);
    percentExImediato = mI / m;

% inicializacao da variavel contador
    contador = 0;

% rotina para calcular o tempo medio de adiamento
    for i=2:nEx

        pos_Espera = find( regra(:,i) == 1 );
        [mE2, nE2] = size(pos_Espera);
        contador = mE2*(i-1) + contador;

    end

% valor do tempo medio de adiamento
    tempoMedioEspera = contador * dt / mE;

%----- Valor do Projeto com Opcao -----
--

% calculo da matriz dos fluxos de caixa de acordo com a regra otima
    FC = regra .* FC;

```

```

% vetor de descontos
    desc = desconto(d,nEx)';

% calculo do vetor de valor presente dos fluxos de caixa em cada simulacao
    vp = FC*desc;

% calculo do valor da opcao, como media dos valores das SMC
    v = mean(vp);

```

F.7. VPL do Projeto de Aquisição

```

function v = VPL_TI_AQ(C, K, r, T)

%VPL_TI_AQ Solucao Numerica aplicada a Projetos de Aquisicao de TI
% v = VPL_TI_AQ(C, K, r, T) foi adaptada para avaliar o projeto de
% aquisicao de TI do modelo de Schwartz e Zozaya (2000) para avaliar um
% projeto de aquisicao de um ativo de TI, porem sem a opcao da espera. Em
% outras palavras, o algoritmo calcula o VPL do projeto de aquisicao.
%
% Parametros de entrada:
%
% C - matriz de simulacao dos fluxos de caixa
% K - matriz de simulacao dos custos
% r - taxa de desconto
% T - data de vencimento da opcao
%
% -----
% Autor: André Fichel Nascimento
% -----

% obtencao dos valores iniciais dos fluxos de caixa e custos
    C0 = C(:,1);
    K0 = K(:,1);

% redimensionamento das matrizes de simulacao (eliminacao do valor inicial)
    C = C(:,2:end);
    K = K(:,2:end);

% numero de linhas (m) e colunas (n) da matriz smc
    [m n] = size(C);

% numero de datas de exercicio
    nEx = n;

% tamanho de cada intervalo de tempo
    dt = T/nEx;

```

```

% inicializacao da matriz do projeto
V = zeros(m, nEx);

% fator de desconto por periodo
d = exp(-r*dt);

% preenchimento da ultima coluna da matriz do projeto
V(:,end) = C(:,end)*dt;

%----- Calculo da matriz de projeto -----
-----

for i = nEx-1:-1:1

    % atualizacao da matriz do valor do projeto em ti
    V(:,i) = d * V(:,i+1) + C(:,i)*dt;

end

%----- Valor da Projeto sem Opcao -----
-----

% calculo dos fluxo do projeto no instante inicial
FC1 = V(:,1) - K(:,1);

% calculo do vetor de valor presente dos fluxos de caixa em cada simulacao
vp = FC1 * d;

% calculo do valor do projeto, como media dos VPLs
v = mean(vp);

```