4
Modelo de Oscilação de Neutrinos em (3+1) Gerações

Existem atualmente três assinaturas para oscilações de neutrinos. Duas dessas assinaturas correspondem às anomalias atmosférica e solar, tendo sido verificadas por vários experimentos, incluindo os que utilizam fontes terrestres (reatores e aceleradores). Os resultados de neutrinos atmosféricos podem ser explicados pelo desaparecimento de ν_μ devido às oscilações, enquanto que oscilações de ν_e explicam os resultados solares. A terceira assinatura é proporcionada pela Colaboração LSND, como um sinal de aparecimento de $\bar{\nu}_e$ (ν_e) em um feixe de $\bar{\nu}_\mu$ (ν_μ). Ao contrário das evidências anteriores, esta não foi confirmada independentemente. Sob o ponto de vista estatístico, contudo, ela corresponde a um excesso de 3.8 σ. O experimento MiniBooNE (36) que encontra-se tomando dados, está habilitado a confirmar ou refutar os resultados do LSND.

As três assinaturas envolvem três diferenças de massa quadradas independentes e parece não ser possível acomodá-las com os três auto-estados de massas tradicionais. Um modo de resolver esse enigma é adicionar uma ou mais gerações extras, sem qualquer acoplamento fraco padrão, geralmente chamadas de neutrinos estéreis.

No modelo (3+1) gerações um quarto neutrino estéril é adicionado às três gerações ativas tradicionais, o que exige a adição de um quarto auto-estado de massa. O quarto auto-estado de massa é responsável pelo alto Δm^2 devido ao LSND. Os três auto-estados mais baixos explicam as oscilações atmosférica e solar, como mostra a Figura 4.1. Esse esquema constitue a menor extensão do modelo com três gerações e é motivado por um critério de simplicidade: incluir a menor extensão ao Modelo Padrão para explicar a evidência experimental. De fato, um modelo com três neutrinos estéreis adicionais seria mais natural. Contudo, as complicações oriundas do número de parâmetros desconhecidos, tornam um modelo $(3+3)$ praticamente impossível de ser tratado analiticamente e computacionalmente exigente (17).

Neste capítulo abordaremos o modelo (3+1) gerações. Admitiremos que não haja qualquer violação de CP, de forma que poderemos ignorar as fases de Dirac e Majorana, por simplicidade.

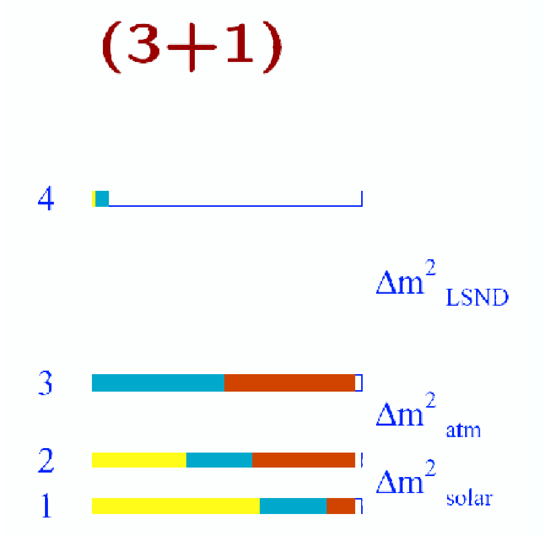

Figura 4.1: Composição de sabor dos auto-estados de massa do neutrino no esquema (3 + 1).

4.1
Matriz de Mistura Leptônica Estendida

Para descrever o modelo (3+1) gerações é preciso estender a matriz MNS para incorporar um neutrino estéril. Nossa representação será do seguinte tipo:

$$\begin{bmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \\ |\nu_s\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e_1} & U_{e_2} & U_{e_3} & U_{e_4} \\ U_{\mu_1} & U_{\mu_2} & U_{\mu_3} & U_{\mu_4} \\ U_{\tau_1} & U_{\tau_2} & U_{\tau_3} & U_{\tau_4} \\ U_{s_1} & U_{s_2} & U_{s_3} & U_{s_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \\ |\nu_4\rangle \end{bmatrix} . \qquad (4\text{-}1)$$

Construiremos uma matriz de mistura 4×4 a partir de uma rotação no plano 14 (42, 43) aplicada à matriz MNS [Eq.(2-34)] isenta das fases δ, α_1 e α_2.

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13} & 0 \\ (-s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}) & (\ \ c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}) & s_{23}c_{13} & 0 \\ (\ \ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}) & (-c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}) & c_{23}c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} c_{14} & 0 & 0 & s_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{14} & 0 & 0 & c_{14} \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}2)$$

Cada sabor ativo – ν_e, ν_μ, ν_τ – é formado por uma mistura dos quatro auto-estados de massa – ν_1, ν_2, ν_3, ν_4. O sabor estéril – ν_s – é composto por uma mistura dos auto-estados de massa ν_1, ν_4, ou seja,

$$|\nu_s\rangle = -s_{14}|\nu_1\rangle + c_{14}|\nu_4\rangle. \tag{4-3}$$

A fração de cada auto-estado de massa que cada sabor terá, é determinada pelos coeficientes da matriz de mistura estendida $U_{\ell i}$ – $\ell = \nu$, μ, τ; $i =$ 1, 2, 3, 4 – que dependem ângulos de mistura envolvidos – θ_{12}, θ_{13}, θ_{23}, θ_{14}.

Apesar dessa composição, o auto-estado estéril é dominantemente formado pelo auto-estado de massa ν_4. Isso é apenas uma conseqüência da parametrização escolhida. Contudo, é importante ressaltar que a proposta do modelo é provocar uma perturbação na matriz de mistura em três gerações, para poder explicar o resultado anômalo do LSND, preservando a capacidade de se explicar as oscilações atmosférica e solar, com os três outros auto-estados de massa - ν_1, ν_2, ν_3. Conseqüentemente, θ_{14} precisa ser pequeno. Caso contrário, a contribuição do auto-estado de massa ν_4 para os sabores ativos seria significativa e essa perturbação já teria sido observada nas escalas solar e atmosférica.

Para antineutrinos, a matriz de mistura permanece a mesma, visto que desprezamos todas as fases complexas. Todos os seus elementos são agora reais, tal que $U = U^*$.

4.2
Impacto do modelo sobre experimentos com reatores nucleares

Para aplicar o modelo desenvolvido na seção anterior, é preciso que se façam algumas considerações a respeito dos parâmetros de oscilação. Como admitimos que o autovalor do auto-estado de massa ν_4 é muito elevado, imediatamente conclui-se que

$$\Delta m^2_{41} \gg \Delta m^2_{23}, \Delta m^2_{13}, \Delta m^2_{12} \tag{4-4}$$

$$\Delta m^2_{41} \approx \Delta m^2_{42} \approx \Delta m^2_{43}. \tag{4-5}$$

$$\Delta m^2_{13} \approx \Delta m^2_{23} \gg \Delta m^2_{12}. \tag{4-6}$$

Apesar das diferenças de massa quadradas e dos ângulos de mistura que aparecem no modelo de três gerações tornarem-se grandezas efetivas no formalismo de quatro gerações, estabelecemos uma equivalência entre os dois modelos, de modo que, em quatro gerações

$$\Delta m^2_{41} \equiv \Delta m^2_{LSND} \qquad (0.1 - 1.0 \text{ eV}^2) \tag{4-7}$$

$$\Delta m^2_{12} \equiv \Delta m^2_{solar} \qquad (7.0 - 8.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2) \tag{4-8}$$

$$\begin{aligned} \Delta m^2_{23} &\equiv \Delta m^2_{atm} \qquad (1.9 - 3.2 \times 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2) &\text{(4-9)}\\ \Delta m^2_{13} &\approx \Delta m^2_{23}. &\text{(4-10)}\end{aligned}$$

Essa aproximação é justificada pelo fato de que estamos considerando que θ_{14} é pequeno, da ordem de θ_{13} ou menor.

Com estas considerações podemos determinar as probabilidades de sobrevivência para antineutrinos de reatores nucleares. Em uma estrutura com uma escala de massa dominante, a probabilidade de conversão de sabor na aproximação de dois neutrinos ou "quase dois neutrinos"resulta da aplicação Eq.(2-25) e pode ser escrita de uma forma mais conveniente (17)

$$P(\overset{(-)}{\nu}_\ell \to \overset{(-)}{\nu}_{\ell'}) = \delta_{\ell\ell'} - 4U_{\ell 4}U_{\ell' 4}(\delta_{\ell\ell'} - U_{\ell 4}U_{\ell' 4})\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}). \qquad \text{(4-11)}$$

Então obtemos

$$P(\overset{(-)}{\nu}_\ell \to \overset{(-)}{\nu}_{\ell'}) = \mathrm{sen}^2 2\theta_{\ell\ell'}\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}) \qquad \text{(4-12)}$$

e

$$P(\overset{(-)}{\nu}_\ell \to \overset{(-)}{\nu}_{\ell}) = 1 - \mathrm{sen}^2 2\theta_{\ell\ell}\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}). \qquad \text{(4-13)}$$

A Eq.(4-12) aplica-se às medidas de aparecimento, enquanto a Eq.(4-13) ao desaparecimento.

Ao invés de admitirmos oscilações em apenas dois sabores, pode ser mais interessante explorar todo o espaço de parâmetros de acordo com a razão L/E do experimento. Em experimentos de como Gösgen e Bugey, onde a distância entre a fonte e o detector é pequena (da ordem de 100 m), apenas Δm^2_{41} é relevante. Nesse caso, a probabilidade de sobrevivência, calculada pela Eq.(4-13), reduz-se a

$$P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) \approx 1 - 4U^2_{e4}(1 - U^2_{e4})\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E}), \qquad \text{(4-14)}$$

onde a amplitude de oscilação é calculada em função do elemento da matriz leptônica estendida [Eq.(4-2)],

$$U^2_{e4} = \cos^2_{12}\cos^2_{13}\mathrm{sen}^2_{14}. \qquad \text{(4-15)}$$

Para experimentos como Chooz e Palo Verde, nos quais a distância entre a fonte e o detector é da ordem de 1 km, além da diferença de massa quadrada, Δm^2_{41}, existe mais um termo oscilatório dependente de Δm^2_{13}. A sobrevivência de antineutrinos é calculada com a seguinte probabilidade

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U^2_{e3}(U^2_{e1} + U^2_{e2})\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{13}L}{4E})\\ &+ U^2_{e4}(U^2_{e1} + U^2_{e2} + U^2_{e3})\mathrm{sen}^2(\frac{\Delta m^2_{41}L}{4E})], \qquad \text{(4-16)}\end{aligned}$$

onde

$$U_{e1}^2 = \cos_{12}^2\cos_{13}^2\cos_{14}^2, \tag{4-17}$$

$$U_{e2}^2 = \text{sen}_{12}^2\cos_{13}^2, \tag{4-18}$$

$$U_{e3}^2 = \text{sen}_{13}^2. \tag{4-19}$$

Levando em consideração que

$$U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2 + U_{e4}^2 = 1, \tag{4-20}$$

a Eq.(4-16) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e3}^2(1 - U_{e3}^2 - U_{e4}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}) \\ &+ U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E})], \end{aligned} \tag{4-21}$$

ou ainda

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e3}^2(1 - U_{e3}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}) \\ &- U_{e3}^2 U_{e4}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}) \\ &+ U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E})]. \end{aligned} \tag{4-22}$$

A primeira linha da Eq.(4-22) corresponde à probabilidade no formalismo de três gerações. Definindo a diferença entre a probabilidade em quatro gerações e a probabilidade em três gerações como

$$\delta P \equiv P^{(3+1)} - P^{(3)} \tag{4-23}$$

concluímos que

$$\delta P = 4U_{e4}^2 \left[(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}) - U_{e3}^2\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E})\right]. \tag{4-24}$$

Como o elemento de matriz U_{e4} é proporcional ao senθ_{14}, que consideramos ser pequeno, podemos desprezar os termos proporcionais a sen$^4\theta_{14}$. Além disso, como $L/E \sim 300$, podemos usar o fato que $\langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2}$. Dessa forma, obtemos

$$\delta P \approx 4U_{e4}^2 \left[\frac{1}{2} - U_{e3}^2\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E})\right]. \tag{4-25}$$

Em KamLAND, os reatores encontram-se a uma distância média de 180 km do alvo. Essa distância permite que as amplitudes relacionadas às três fases oscilatórias contribuam com a probabilidade de sobrevivência. Encontramos, então,

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) &\approx& 1 - 4[U_{e1}^2 U_{e2}^2 \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \\ &+& U_{e3}^2(U_{e1}^2 + U_{e2}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}) \\ &+& U_{e4}^2(U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2)\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E})], \end{aligned} \tag{4-26}$$

Usando a Eq.(4-20) e as aproximações

$$\langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2} \qquad \text{e} \qquad \langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2}, \tag{4-27}$$

a Eq.(2-25) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) &\approx& 1 - 4[U_{e1}^2 U_{e2}^2 \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \\ &+& \frac{1}{2}U_{e3}^2(1 - U_{e3}^2 - U_{e4}^2) \\ &+& \frac{1}{2}U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)]. \end{aligned} \tag{4-28}$$

Com as Eqs.(4-15), (4-17), (4-18) e (4-19) encontramos que

$$\begin{aligned} \delta P &=& \cos^4\theta_{13}\text{sen}^2\theta_{14}[2\cos\theta_{12}(1 - \cos^2\theta_{12}\text{sen}^2\theta_{14}) \\ &+& \text{sen}^2 2\theta_{12}\text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E})] \end{aligned} \tag{4-29}$$

Nos três casos discutidos, observamos que a probabilidade ou a diferença entre os valores da probabilidade encontrada em três e quatro gerações é proporcional a $\text{sen}^2 2\theta_{14}$ e que, dada a sua pequenez, torna-se improvável determinar qualquer diferença entre os resultados do formalismo de três para o de quatro gerações. Deve-se notar, entretanto, que para experimentos com reatores nucleares caracterizados por distâncias entre a fonte e o detector da ordem de dezenas (ou poucas centenas) de metros e energias médias inferiores a 10 MeV, a única possibilidade de se observar uma distorção no fluxo de antineutrinos requer que Δm^2 seja muito maior que os limites atuais para Δm_{solar}^2 e Δm_{atm}^2.