Referências Bibliográficas

[1] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse and A. D. McGuire, Science **124**, 103 (1956). 1.1

[2] G. Danby, J. M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. B. Mistry, M. Schwartz and J. Steinberger, Phys. Rev. Lett. **9**, 36 (1962). 1.1

[3] K. Kodama *et al.* [DONUT Collaboration], Phys. Lett. B **504**, 218 (2001) [arXiv:hep-ex/0012035]. 1.1

[4] R. J. Davis, D. S. Harmer and K. C. Hoffman, Phys. Rev. Lett. **20**, 1205 (1968). 1.1, 4.1

[5] Bahcall,J.N., and M.H. Pinsonneault, 1992, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 885; Bahcall,J.N., and H.M. Pinsonneault, 1995, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 781 (document), 1.1, 4.1, 4.1

[6] C. V. Achar *et al*, Phys. Lett. B **18**, 196 (1965); 1.1, 4.2

[7] F. Reines *et al*, Phys. Rev. Lett. **15**, 429 (1965). 1.1, 4.2

[8] Pontecorvo, B., 1957, J. Exptl. Theoret. Phys. **33**, 549 [Sov. Phys. JETP **6**, 429 (1958)]. 1.1

[9] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962). 1.1, 3.2

[10] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **26**, 984 (1968) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **53**, 1717 (1967)]. 1.1

[11] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978). 1.1, 1.2, 3.1.2, 3.1.2, 4.1, 5.1

[12] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 913 (1985) [Yad. Fiz. **42**, 1441 (1985)]; Nuovo Cim. C **9**, 17 (1986). 1.1, 3.1.2, 4.1

[13] K. S. Hirata *et al.* [KAMIOKANDE-II Collaboration], Phys. Rev. Lett. **63**, 16 (1989). 1.1

[14] K. Hirata *et al.* [KAMIOKANDE-II Collaboration], Phys. Rev. Lett. **58**, 1490 (1987); R. M. Bionta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1494 (1987). 1.1

[15] K. S. Hirata *et al.* [KAMIOKANDE-II Collaboration], Phys. Lett. B **205**, 416 (1988). 1.1, 4.2

[16] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Lett. B **433**, 9 (1998) [arXiv:hep-ex/9803006]; Phys. Lett. B **436**, 33 (1998) [arXiv:hep-ex/9805006]. 1.1, 3.2

[17] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998) [arXiv:hep-ex/9807003]. 1.1, 3.2

[18] W. W. M. Allison *et al.* [Soudan-2 Collaboration], Phys. Lett. B **449**, 137 (1999) [arXiv:hep-ex/9901024]. 1.1, 4.2

[19] Y. Ashie *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **93**, 101801 (2004) [arXiv:hep-ex/0404034]. (document), 1.1, 3.2, 4.2, 4.5

[20] Ahn S.H. *et al*. Colab. K2K [arXiv:hep-ex/0212007]. E. Aliu *et al.* [K2K Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 081802 (2005) [arXiv:hep-ex/0411038]; M. H. Ahn *et al.* [K2K Collaboration], Phys. Rev. D **74**, 072003 (2006) [arXiv:hep-ex/0606032]. (document), 1.1, 3.2, 4.4, 4.4.1, 4.10, 4.4.2, 5.2.2

[21] D. G. Michael *et al.* [MINOS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **97**, 191801 (2006) [arXiv:hep-ex/0607088]; 1.1, 3.2, 4.4, 4.4.2, 4.4.2

[22] K. S. Hirata *et al.* [KAMIOKANDE-II Collaboration], Phys. Rev. Lett. **63**, 16 (1989); Y. Fukuda *et al.* [Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **77**, 1683 (1996). 1.1, 3.2, 4.1

[23] J. N. Abdurashitov *et al.* [SAGE Collaboration], Phys. Rev. C **60**, 055801 (1999) [arXiv:astro-ph/9907113]; J. N. Abdurashitov *et al.* [SAGE Collaboration], J. Exp. Theor. Phys. **95**, 181 (2002) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **122**, 211 (2002)] [arXiv:astro-ph/0204245]. 1.1, 3.2, 4.1

[24] P. Anselmann *et al.* [GALLEX Collaboration], Phys. Lett. B **285** (1992) 376; W. Hampel *et al.* [GALLEX Collaboration], Phys. Lett. B **447**, 127 (1999). 1.1, 3.2, 4.1

[25] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1158 (1998) [Erratum-ibid. **81**, 4279 (1998)] [arXiv:hep-ex/9805021]; Phys. Rev. Lett. **86**, 5651 (2001) [arXiv:hep-ex/0103032]. 1.1, 3.2, 4.1

[26] B. T. Cleveland *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998). 1.1

[27] S. N. Ahmed *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001) [arXiv:nucl-ex/0106015]; Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002) [arXiv:nucl-ex/0204008]. (document), 1.1, 3.2, 4.1, 4.2, 4.3

Phys. Rev. Lett. **92**, 181301 (2004) [arXiv:nucl-ex/0309004];

[28] K. Eguchi *et al.* [KamLAND Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **90**, 021802 (2003) [arXiv:hep-ex/0212021]; T. Araki *et al.* [KamLAND Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 081801 (2005) [arXiv:hep-ex/0406035]. (document), 1.1, 3.2, 4.3, 4.3, 4.8, 4.9

[29] Apollonio M, *et al*. Colab. $CHOOZ$, *Phys. Lett.*, **B466**, 415, 1.1, 3.2

[30] C. Athanassopoulos *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996) [arXiv:nucl-ex/9605003]. 1.1, 1.2, 5.2.1

[31] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* [The MiniBooNE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 231801 (2007) [arXiv:0704.1500 [hep-ex]]. 1.1

[32] M. Maltoni and T. Schwetz, Phys. Rev. D **76**, 093005 (2007) [arXiv:0705.0107 [hep-ph]]. 1.1

[33] H. V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Dietz, H. L. Harney and I. V. Krivosheina, Mod. Phys. Lett. A **16**, 2409 (2001) [arXiv:hep-ph/0201231]. 1.1

[34] C. E. Aalseth *et al.*, Mod. Phys. Lett. A **17**, 1475 (2002) [arXiv:hep-ex/0202018].

[35] Araki T, *et al.* (KamLAND) *Nature* **436**, 499-503 (2005). 1.1

[36] J. F. Beacom and N. F. Bell, Phys. Rev. D **65**, 113009 (2002) [arXiv:hep-ph/0204111]; J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, S. Pakvasa and T. J. Weiler, Phys. Rev. Lett. **90**, 181301 (2003) [arXiv:hep-ph/0211305]. 1.2

[37] K. Fujikawa and R. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980). C. S. Lim and W. J. Marciano, Phys. Rev. D **37**, 1368 (1988). E. K. Akhmedov, Phys. Lett. B **213**, 64 (1988). 1.2

[38] S. R. Coleman and S. L. Glashow, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999) [arXiv:hep-ph/9812418]; S. R. Coleman and S. L. Glashow, Phys. Lett. B **405** (1997) 249 [arXiv:hep-ph/9703240]. 1.2

[39] J. W. F. Valle, Phys. Lett. B **199**, 432 (1987). 1.2, 5.1

[40] M. M. Guzzo, A. Masiero and S. T. Petcov, Phys. Lett. B **260**, 154 (1991). 1.2, 5.1

[41] E. Roulet, Phys. Rev. D **44**, 935 (1991). 1.2, 5.1

[42] V. D. Barger, R. J. N. Phillips and K. Whisnant, Phys. Rev. D **44**, 1629 (1991). 1.2, 5.1

[43] P. I. Krastev and J. N. Bahcall, arXiv:hep-ph/9703267. 1.2, 5.1

[44] M. C. Gonzalez-Garcia *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3202 (1999) [arXiv:hep-ph/9809531]. 1.2, 5.1

[45] S. Bergmann, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, P. I. Krastev and H. Nunokawa, Phys. Rev. D **62**, 073001 (2000) [arXiv:hep-ph/0004049]. 1.2, 5.1

[46] N. Fornengo, M. Maltoni, R. T. Bayo and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **65**, 013010 (2002) [arXiv:hep-ph/0108043]. (document), 1.2, 5.1, 5.2, 5.2.2, 5.1, 7.4

[47] A. Friedland, C. Lunardini and M. Maltoni, Phys. Rev. D **70**, 111301 (2004) [arXiv:hep-ph/0408264]. 1.2, 5.1, 5.2, 5.2.2

[48] J. Kopp, M. Lindner, T. Ota and J. Sato, Phys. Rev. D **77**, 013007 (2008) [arXiv:0708.0152 [hep-ph]]. 1.2, 5.1, 7.4

[49] S. Davidson, C. Pena-Garay, N. Rius and A. Santamaria, JHEP **0303**, 011 (2003) [arXiv:hep-ph/0302093]. (document), 1.2, 5.1, 5.1, 5.2, 5.2.1, 5.2.1, 5.2.1, 5.2.1, 5.2.2, 5.1, 5.2, 7.4

[50] A. Friedland, C. Lunardini and C. Pena-Garay, Phys. Lett. B **594**, 347 (2004) [arXiv:hep-ph/0402266]. 1.2, 5.1

[51] A. M. Gago, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, H. Nunokawa, O. L. G. Peres, V. Pleitez and R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **65**, 073012 (2002) [arXiv:hep-ph/0112060]. 1.2, 5.1

[52] M. M. Guzzo, P. C. de Holanda and O. L. G. Peres, Phys. Lett. B **591**, 1 (2004) [arXiv:hep-ph/0403134]. 1.2, 5.1

[53] N. C. Ribeiro, H. Nunokawa, T. Kajita, S. Nakayama, P. Ko and H. Minakata, Phys. Rev. D **77**, 073007 (2008) [arXiv:0712.4314 [hep-ph]]. 1.2, 7, 7.2

[54] N. C. Ribeiro, H. Minakata, H. Nunokawa, S. Uchinami and R. Zukanovich-Funchal, JHEP **0712**, 002 (2007) [arXiv:0709.1980 [hep-ph]]. 1.2, 8.8

[55] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, In Elementary Particle Theory Proc. (8th Nobel Symp), N. Svartholm, ed Wiley-Interscience (1968). 2.1

[56] D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. D **8**, 3633 (1973); H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973). 2.1

[57] W. J. Teves, *Tese de Doutorado. USP.* (2003).

[58] S. Schael *et al.* [ALEPH Collaboration], Phys. Rept. **427**, 257 (2006) [arXiv:hep-ex/0509008]. 2.1

[59] W. M. Yao *et al.* [Particle Data Group], J. Phys. G **33**, 1 (2006); http://pdg.lbl.gov. 2.1, 2.1, 3.1.2, 3.2

[60] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv:0803.0547 [astro-ph]. 2.1

[61] T. Okumura, T. Matsubara, D. J. Eisenstein, I. Kayo, C. Hikage, A. S. Szalay and D. P. Schneider, arXiv:0711.3640 [astro-ph]. 2.1

[62] Weyl H. *Z. Phys.* **56**, 330 (1929) 2

[63] Majorana E. *Nuovo Cim.* **14**, 171 (1937) 2.2

[64] P. Minkowski, Phys. Lett. B **67**, 421 (1977); T. Yanagida, *Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos*, in *Proceedings of the Workshop on The Unified Theory and the Baryon Number in the Universe* (O. Sawada and A. Sugamoto, eds.), KEK, Tsukuba, Japan, 1979, p. 95; S. L. Glashow, *The future of elementary particle physics*, in *Proceedings of the 1979 Cargèse Summer Institute on Quarks and Leptons* (M. Lévy, J.-L. Basdevant, D. Speiser, J. Weyers, R. Gastmans, and M. Jacob, eds.), Plenum Press, New York, 1980, p. 687; M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, *Complex spinors and unified theories*, in *Supergravity* (P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, eds.), North Holland, Amsterdam, 1979, p. 315; 2.2, 2.2

[65] R. N. Mohapatra and A. Y. Smirnov, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **56**, 569 (2006) [arXiv:hep-ph/0603118]. 2.2

[66] H. Nunokawa, S. J. Parke and J. W. F. Valle, Prog. Part. Nucl. Phys. **60**, 338 (2008) [arXiv:0710.0554 [hep-ph]]. 2.2

[67] J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **22**, 2227 (1980). 3

[68] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973). 3

[69] Gonzales-Garcia M.C, Nir Y. *Rev. Mod. Phys.* **75**, 345 (2003). (document), 3.1, 3.1, 3.2, A

[70] V. Barger, D. Marfatia and K. Whisnant, Int. J. Mod. Phys. E **12**, 569 (2003) [arXiv:hep-ph/0308123]. 3.2

[71] C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985). 3.2

[72] Cabibbo N, *Phys. Lett.*, **72 B**, 333 (1978). 3.2

[73] Barger V, Whisnant K, Pakvasa S, Phillips J. N. *Phys. Rev. D*, **22**, 2718, (1980) . 3.2

[74] A. Cervera, A. Donini, M. B. Gavela, J. J. Gomez Cadenas, P. Hernandez, O. Mena and S. Rigolin, Nucl. Phys. B **579**, 17 (2000) [Erratum-ibid. B **593**, 731 (2001)] [arXiv:hep-ph/0002108]. 3.2, 8.2, 8.3, 8.8, C

[75] Kayser B, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci* **49**, 481-527 (1999), (document), 4.1

[76] R. Becker-Szendy *et al.*, Phys. Rev. D **46**, 3720 (1992). 4.2

[77] K. Daum *et al.* [Frejus Collaboration.], Z. Phys. C **66**, 417 (1995). 4.2

[78] M. Aglietta *et al.* [The NUSEX Collaboration], Europhys. Lett. **8**, 611 (1989). 4.2

[79] M. Ambrosio *et al.* [MACRO Collaboration], Phys. Lett. B **434**, 451 (1998) [arXiv:hep-ex/9807005]. 4.2

[80] Y. Ashie *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. D **71**, 112005 (2005) [arXiv:hep-ex/0501064]. (document), 4.4, 4.6, 4.4.1, 4.4.2, 5.2.2

.

[81] Vogel P. e Engel J, *Phys. Rev. D* **39**, 3378-3383 (1989) Phys. Rev. D **39**, 3378 (1989). 4.3

[82] P. Vogel and J. F. Beacom, Phys. Rev. D **60**, 053003 (1999) [arXiv:hep-ph/9903554]. 4.3

[83] A. Strumia and F. Vissani, Phys. Lett. B **564**, 42 (2003) [arXiv:astro-ph/0302055]. 4.3

[84] G. Zacek *et al.* [CALTECH-SIN-TUM COLLABORATION Collaboration], Phys. Rev. D **34**, 2621 (1986). 4.3

[85] Y. Declais *et al.*, Nucl. Phys. B **434**, 503 (1995). 4.3, 7.1

[86] Apollonio M. *et al Phys. Rev. Lett. B* **420**,397-404 (1998). 4.3

[87] Apollonio M. *et al Phys. Rev. Lett. B* **466**,415-430 (1999). 4.3

[88] Boehm F, *et al Phys. Rev. D* **64**,112001 (2001). 4.3

[89] G. S. Vidyakin *et al.*, JETP Lett. **59**, 390 (1994) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **59**, 364 (1994)] Sov. Phys. JETP **66**, 243 (1987) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **93**, 424 (1987)]. 4.3

[90] Anjos J. C.*et al* (Angra Colaboradores) *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **155**,231 (2006).[arXiv:hep-ex:0511059] 4.3, 7.4

[91] F. Ardellier *et al.* [Double Chooz Collaboration], arXiv:hep-ex/0606025. 4.3, 7.4

[92] X. Guo *et al.* [Daya Bay Collaboration], arXiv:hep-ex/0701029; 4.3

[93] P. J. Litchfield [MINOS Collaboration], AIP Conf. Proc. **957**, 225 (2007). 4.4.2

[94] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], arXiv:0711.0769 [hep-ex]. (document), 4.11, 4.12

[95] A. M. Gago, M. M. Guzzo, H. Nunokawa, W. J. C. Teves and R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **64**, 073003 (2001) [arXiv:hep-ph/0105196]. 5.1, 8.7, 8.7

[96] J. Kopp, M. Lindner and T. Ota, Phys. Rev. D **76**, 013001 (2007) [arXiv:hep-ph/0702269]. Kopp J., Lindner M., Ota T e Sato J. arxiv:0702269 [hep-th] 5.1, 7.3, 8.8, 8.8

[97] M. Blennow, T. Ohlsson and J. Skrotzki, Phys. Lett. B **660**, 522 (2008) [arXiv:hep-ph/0702059]. 5.1, 5.2, 5.2.2

[98] Y. Grossman, Phys. Lett. B **359**, 141 (1995) [arXiv:hep-ph/9507344]. 5.1

[99] Gonzales-Garcia M.C., Grossman Y., Gusso M. e Nir Y. Phys. Rev. D **64**, 096006 (2001) [arXiv:hep-ph/0105159]. (document), 4.7, 5.1, 8.8

[100] A. Friedland and C. Lunardini, Phys. Rev. D **72**, 053009 (2005) [arXiv:hep-ph/0506143]. (document), 5.2, 5.2.2, 5.2.2, 5.2

[101] Y. Itow *et al.* [The T2K Collaboration], arXiv:hep-ex/0106019. (document), 6.1, 6.1, 7.4

[102] Hayato Y. Colab. T2K. *Nucl. Phys. Proc. Suppl* **B143**, 269, 2005; Yamada Y. Colab. T2K. *Nucl. Phys. Proc. Suppl* **B155**, 207, 2005. 6.1

[103] Ayres D.S. *et al*, Colab. NOνA, arxiv:hep-ex:0503053, (2005). 6.2, 7.4

[104] S. Geer, Phys. Rev. D **57**, 6989 (1998) [Erratum-ibid. D **59**, 039903 (1999)] [arXiv:hep-ph/9712290]; A. De Rujula, M. B. Gavela and P. Hernandez, Nucl. Phys. B **547**, 21 (1999) [arXiv:hep-ph/9811390]. 6.3

[105] Melissimo A.C, notas não publicadas, 1960, disponível em http://pubhep1-.princenton.edu/mumu/physics/meliss1/1html. 6.3

[106] Cline D. e Neuffer *D.AIP Conf. Proc.* **68**, 846, 1980 6.3

[107] Ankeubrandt M.C.*et al Phys. Rev. ST. Accel. Beams* **2**, 081001, 1999 (document), 6.3, 6.2

[108] Muon Collider Collab. disponível na web: http://www.cap.bnl.gov/mumu. 6.3

[109] Ishitsuka M.Kajita, Minakata H., Nunokawa H. *Phys. Rev.* **D72** 033003 (2005) [hep-ph/0504026] 7.1

[110] Kajita T., Minakata H., Nunokawa H. e Nakayama S. *Phys Rev.* **75** 013006 (2007) [hep-ph/0609286] 7.1

[111] Y. Itow *et al.*, arXiv:hep-ex/0106019.
7.1

para uma verão atualizada pode ser encontrada em: http://neutrino.kek.jp/jhfnu/loi/loi.v2.030528.pdf

[112] D. Ayres *et al.* [Nova Collaboration], arXiv:hep-ex/0503053. 7.1

[113] H. Minakata, H. Sugiyama, O. Yasuda, K. Inoue and F. Suekane, Phys. Rev. D **68**, 033017 (2003) [Erratum-ibid. D **70**, 059901 (2004)] [arXiv:hep-ph/0211111]. 7.1

[114] K. Anderson *et al.*, arXiv:hep-ex/0402041. 7.1

[115] K. Hagiwara, N. Okamura and K. i. Senda, Phys. Lett. B **637**, 266 (2006) [Erratum-ibid. B **641**, 486 (2006)] [arXiv:hep-ph/0504061] Phys. Rev. D **76**, 093002 (2007) [arXiv:hep-ph/0607255]. 7.1

[116] K. Okumura, Talk at the 2nd International Workshop on a Far Detector in Korea for the J-PARC Neutrino Beam, Seoul National University, Seoul, July 13-14, 2006. 7.1

[117] F. Dufour, Talk at the 2nd International Workshop on a Far Detector in Korea for the J-PARC Neutrino Beam, Seoul National University, Seoul, July 13-14, 2006. 7.1

[118] A. Rubbia, Talk at the 2nd International Workshop on a Far Detector in Korea for the J-PARC Neutrino Beam, Seoul National University, Seoul, July 13-14, 2006. 7.1

[119] P. Huber, J. Kopp, M. Lindner, M. Rolinec and W. Winter, JHEP **0605**, 072 (2006) [arXiv:hep-ph/0601266]. 7.4

[120] P. Huber, J. Phys. G **29**, 1853 (2003) [arXiv:hep-ph/0210140]. 8.2

[121] P. Huber and W. Winter, Phys. Rev. D **68**, 037301 (2003) [arXiv:hep-ph/0301257]. 8.2

[122] V. Barger, D. Marfatia and K. Whisnant, Phys. Rev. D **65**, 073023 (2002) [arXiv:hep-ph/0112119]. 8.2

[123] A. Y. Smirnov, arXiv:hep-ph/0610198.

[124] Huber H, *J.Phys. G.* **29** (2003) 1853 [arxiv:hep-ph/0210140]

[125] Minakata H., Nunokawa H. *JHEP* **10** 001 (2001) [hep-ph/0108085] *Nucl. Phys.* **110** *Proc. Suppl.* 404 (2002) [hep-ph/01111131] 8.3

[126] Para altas energias as secções de choque são dadas por: $\sigma_{\mu_\tau}(E) = 0.67 \times 10^{-38}\mathrm{Ecm}^2/\mathrm{GeV}$ e $\sigma_{\bar{\mu}_\tau}(E) = 0.34 \times 10^{-38}\mathrm{Ecm}^2/\mathrm{GeV}$. 8.7

Eur. Phys. J. **D64**, 096006, (2001) arxiv:hep-ph/0105159

[127] Huber P., Schwetz T e Valle J.W.F *Phys. Rev. Lett.* **88**, 101804, (2002) arxiv:hep-ph/0111224 8.8

[128] Ota T., sato J., e Yamashita N. *Phys. rev.* **D65**, 093015, 1997 arxiv:hep-ph/0112329 8.8

[129] Yasuda O. arxiv:07041531 [hep-th] 8.8

[130] Burguet-Castell J., Gavela M.B., Gomez-Cadenas J.J., Hernandez P. e Mena O. *Nucl. Phys.* **B608** 301 (2001) [arxiv:hep-ph 0103258] 8.10

[131] Minakata H. e Nunokawa H. *JHP* **10** 001 (2001) [arxiv:hep-ph/ 0108085] *Nucl. Phys.* **110** 404 (2001) [arxiv:hep-ph/0111131] 8.10

[132] Fogli G.L. e Lisi E. *Phys. Rev.* **D54** 3667 (1996) [arxiv:hep-ph/9604415] 8.10

[133] K. Kimura, A. Takamura and H. Yokomakura, Phys. Lett. B **537** (2002) 86 [arXiv:hep-ph/0203099]; C, C, C

[134] Halprin, A., 1986, Phys. Rev. D **34**, 3462.

[135] A. J. Baltz and J. Weneser, Phys. Rev. D **37**, 3364 (1988). B

A
Obtenção do Potencial Efetivo

Derivamos em detalhes o potencial efetivo para a evolução do ν_e na média com elétrons, prótons e nêtrons. A Hamiltoniana efetiva para baixa energia descrita na interação relevante do neutrino é dada por(69) :

$$H_W = \frac{G_F}{\sqrt{2}}[J^{(+)\alpha}(x)J_\alpha^{(-)}(x) + \frac{1}{4}J^{(N)\alpha}(x)J_\alpha^{(N)}(x)] \ , \qquad \text{(A-1)}$$

onde J_α's são as correntes de interação fermiônica padrão,

$$\begin{aligned}
J_\alpha^{(+)}(x) &= \overline{\nu_e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e(x) \ , && \text{(A-2)}\\
J_\alpha^{(-)}(x) &= \overline{e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\nu_e(x) \ , && \text{(A-3)}\\
J_\alpha^{(N)}(x) &= \overline{\nu_e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\nu_e(x) - \overline{e}(x)[\gamma_\alpha(1-\gamma_5) - 4\sin^2\theta_W\gamma_\alpha]e(x) \\
&\quad +\overline{p}(x)[\gamma_\alpha(1-g_A^{(p)}\gamma_5) - 4\sin^2\theta_W\gamma_\alpha]p(x) \\
&\quad -\overline{n}(x)\gamma_\alpha(1-g_A^{(n)}\gamma_5)n(x) \ . && \text{(A-4)}
\end{aligned}$$

$g_A^{(n,p)}$ são os acoplamentos para os nêtrons e prótons respectivamente. Por simplicidade concentramos o efeito de interação de corrente carregada CC, onde a Hamiltoniana efetiva CC para os elétrons na média é:

$$\begin{aligned}
H_C^{(e)} = &\ \tfrac{G_F}{\sqrt{2}} \int d^3p_e f(E_e,T) && \text{(A-5)}\\
&\times \left\langle \langle e(s,p_e)|\overline{e}(x)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)\nu_e(x)\overline{\nu_e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e(x)|e(s,p_e)\rangle \right\rangle \\
= &\ \tfrac{G_F}{\sqrt{2}}\ \overline{\nu_e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\nu_e(x)\int d^3p_e f(E_e,T)\left\langle \langle e(s,p_e)|\overline{e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e(x)|e(s,p_e)\rangle \right\rangle \ ,
\end{aligned}$$

onde s é o spin do elétron e p_e o seu momentum. A função distribuição de energia dos elétrons na média é dada por $f(E_e,T)$, e é admitido por ser homogênio e isotrópico e normalizado a 1, isto é:

$$\int d^3p_e f(E_e,T) = 1 \ . \qquad \text{(A-6)}$$

Expandindo os campos de elétrons $e(x)$[1] em base de ondas planas, encontramos:

$$\begin{aligned} & \langle e(s,p_e) \quad | \quad \overline{e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e(x)|e(s,p_e)\rangle \\ = \frac{1}{V} & \langle e(s,p_e) \quad | \quad \overline{u_s}(p_e)a_s^\dagger(p_e)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)a_s(p_e)u_s(p_e)|e(s,p_e)\rangle \ , \end{aligned} \tag{A-7}$$

onde V é um fator de normalização. A média nos fornece:

$$\frac{1}{V}\Big\langle \langle e(s,p_e)|a_s^\dagger(p_e)a_s(p_e)|e(s,p_e)\rangle \Big\rangle = N_e(p_e)\frac{1}{2}\sum_s \ , \tag{A-8}$$

onde $N_e(p_e)$ é a densidade número de elétrons com momentum p_e. Nó admitimos aqui que a média os elétrons tem o mesmo número de spins $+1/2$ e $-1/2$, e usamos o fato que $a_s^\dagger(p_e)a_s(p_e) = \mathcal{N}_e^{(s)}(p_e)$ é um operador número. Assim nós obtemos:

$$\begin{aligned} & \Big\langle \langle e(s,p_e)|\overline{e}(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e(x)|e(s,p_e)\rangle \Big\rangle \\ = \ & N_e(p_e)\frac{1}{2}\sum_s \overline{u_{(s)}}(p_e)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)u_{(s)}(p_e) \\ = \ & \frac{N_e(p_e)}{2}\mathrm{Tr}\Big[\frac{m_e+\not{p}}{2E_e}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\Big] = N_e(p_e)\frac{p_e^\alpha}{E_e} \ . \end{aligned} \tag{A-9}$$

A isotropia implica que $\int d^3p_e\vec{p_e}f(E_e,T) = 0$. Assim, apenas o termo p^0 contribui na integração, com $\int d^3p_e f(E_e,T)N_e(p_e) = N_e$, onde N_e é a densidade número de elétrons. Substituindo a Eq. (A-9) na Eq. (A-5), obtemos:

$$H_C^{(e)} = \frac{G_F N_e}{\sqrt{2}}\overline{\nu_e}(x)\gamma_0(1-\gamma_5)\nu_e(x) \ . \tag{A-10}$$

o potencial efetivo para ν_e induzido pela sua corrente de intareação carregada com os elétrons na matéria é então dada por:

$$V_C = \langle \nu_e| \int d^3x \ H_C^{(e)}|\nu_e\rangle = \frac{G_F N_e}{\sqrt{2}}\frac{2}{V}\int d^3x \ u_\nu^\dagger u_\nu = \sqrt{2}G_F N_e \ . \tag{A-11}$$

Para $\overline{\nu_e}$ o sinal de V tem um sinal $-$. Esse potencial pode ser expresso em termos da densidade de matéria ρ:

$$V_C = \sqrt{2}G_F N_e \simeq 7.6\, Y_e \, \frac{\rho}{10^{14}\mathrm{g/cm}^3} \ \mathrm{eV} \ , \tag{A-12}$$

onde $Y_e = \frac{N_e}{N_p+N_n}$ é a densidade número relativo.

[1] A coerência implica que o spin s e o momento p_e são os mesmos nos estados inicial e final dos elétrons.

B
Obtenção da Equação de Movimento na Matéria em 2 gerações

Existem várias derivações na literatura da equação de movimento de um sistema de neutrinos na matéria, . Nós seguiremos a discurssão de Baltz e Weneser (135)

Considere um estado na qual duas espécies de neutrinos estão misturados $|\nu_e\rangle$ e $|\nu_X\rangle$, ou, equivalentemente, do $|\nu_1\rangle$ e $|\nu_2\rangle$:

$$\Phi(x) = \Phi_e(x)|\nu_e\rangle + \Phi_X(x)|\nu_X\rangle = \Phi_1(x)|\nu_1\rangle + \Phi_2(x)|\nu_2\rangle \qquad \text{(B-1)}$$

A evolução do Φ na média é descrito por um sistema de equações de Dirac acopladas:

$$\begin{aligned} E\Phi_1 &= \left[\frac{\hbar}{i}\alpha_x\frac{\partial}{\partial x} + \beta m_1 + V_{11}\right]\Phi_1 + V_{12}\Phi_2, \\ E\Phi_2 &= \left[\frac{\hbar}{i}\alpha_x\frac{\partial}{\partial x} + \beta m_2 + V_{22}\right]\Phi_2 + V_{12}\Phi_1 \ , \end{aligned} \qquad \text{(B-2)}$$

onde $\beta = \gamma_0$ e $\alpha_x = \gamma_0\gamma_1$. O termo V_{ij} nos fornece o potencial efetivo para os auto-estados de massas. Eles simplismente são derivados do potencial para os auto-estados de interação [tal como V_{ee} da Eq. (A-11)]:

$$V_{ij} = \langle\nu_i|\int d^3x H_{int}^{\text{medium}}|\nu_j\rangle = U_{i\alpha}V_{\alpha\alpha}U^*_{j\alpha} \ . \qquad \text{(B-3)}$$

Nós decompomos o estado do neutrinos: $\Phi_i(x) = C_i(x)\phi_i(x)$. Onde $\phi_i(x)$ é o a parte spinor de Dirac que satisfaz:

$$\left(\alpha_x\{[E - V_{ii}(x)]^2 - m_i^2\}^{1/2} + \beta m_i + V_{ii}\right)\phi_i(x) = E\phi_i(x) \ . \qquad \text{(B-4)}$$

Assim $\phi_i(x)$ tem a forma de soluções de partículas livres com energia local: $\mathcal{E}_i(x) = E - V_{ii}(x)$:

$$\phi_i(x) = \left[\frac{\mathcal{E}_i + m_i}{2\mathcal{E}_i}\right]^{1/2} \times \left[\begin{array}{c} \chi \\ \frac{\sqrt{\mathcal{E}_i{}^2 - m_i^2}}{\mathcal{E}_i + m_i}\sigma_x\chi \end{array}\right], \qquad \text{(B-5)}$$

Onde χ é um spinor de Pauli. Nós fezemos a seguintes aproximações:

(i) A escala de V mudança é muito maior de que o comprimento de onda do neutrinos: $\frac{\partial V}{\partial x}/V \ll \hbar m/E^2$.

(ii) Expandindo para primeira ordem em V implica que $V_{12}\,\alpha_x\,\phi_2 \simeq \phi_1$, $V_{12}\,\alpha_x\,\phi_1 \simeq \phi_2$ e $\{[E - V_{ii}(x)]^2 - m_i^2\}^{1/2} \simeq E - V_{ii}(x) - \frac{m_i^2}{2E}$.

Do item (i) nós encontramos que a equação de Dirac tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} EC_1\phi_1 &= \frac{\hbar}{i}\alpha_x\frac{\partial C_1}{\partial x}\phi_1 + (\beta m_1 + V_{11})C_1\phi_1 + V_{12}C_2\phi_2, \\ EC_2\phi_2 &= \frac{\hbar}{i}\alpha_x\frac{\partial C_2}{\partial x}\phi_2 + (\beta m_2 + V_{22})C_2\phi_2 + V_{12}C_1\phi_1. \end{aligned} \tag{B-6}$$

Então multiplicando por α_x e usando a equação de moviemnto de ϕ_i e o item (ii), Nós podemos tirar a dependência no spinor ϕ e então obter:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar}{i}\frac{\partial C_1}{\partial x} &= [E - V_{11}(x) - \frac{m_1^2}{2E}]C_1 - V_{12}C_2, \\ \frac{\hbar}{i}\frac{\partial C_2}{\partial x} &= [E - V_{22}(x) - \frac{m_2^2}{2E}]C_2 - V_{12}C_1\ . \end{aligned} \tag{B-7}$$

Mudando de notação $C_{i,\alpha}(x) \to \nu_{i,\alpha}(x)$, nós re-escrevemos a Eq. (B-7) numa forma matricial:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E - V_{11} - \frac{m_1^2}{2E} & -V_{12} \\ -V_{12} & E - V_{22} - \frac{m_2^2}{2E} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}\ . \tag{B-8}$$

Depois de remover o pedaço diagonal, que é proporcional a E, nós podemos rotacionar a Eq. (B-8) para a base de sabor ($\hbar = 1$) :

$$-\,i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_x \end{pmatrix} = \left(-\frac{M_w^2}{2E}\right)\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_x \end{pmatrix}\ , \tag{B-9}$$

Onde nós temos definido uma matriz de massa efetiva na matéria:

$$M_w^2 = \begin{pmatrix} \frac{m_1^2+m_2^2}{2} + 2EV_e - \frac{\Delta m^2}{2}\cos 2\theta & \frac{\Delta m^2}{2}\sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{2}\sin 2\theta & \frac{m_1^2+m_2^2}{2} + 2EV_x + \frac{\Delta m^2}{2}\cos 2\theta \end{pmatrix}. \tag{B-10}$$

Onde $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$.

C
O obtenção da Probabilidade de Oscilação Aproximado com Efeito Não Padrão pelo método KTY

Neste apêndice vamos encontrar uma expressão para anal ítica aproximada para a probabilidade de oscilação para o canal de aparecimento $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ simultânea na presença dos prâmetros NSI ε_{ee} e $\varepsilon_{e\tau}$. Por simplicidade, nos limitaremos as sistema $\varepsilon_{e\tau} - \varepsilon_{ee}$, e usamos o método desenvolvido por Kimura, Takamura e Yokomakura, KTY (133).

Para esse sistema, a matriz NSI da Eq. de movimento (5-4) se reduz para:

$$H^{mat} = a(x) \begin{bmatrix} 1+\varepsilon_{ee} & 0 & \varepsilon_{e\tau} \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{e\tau}^* & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{C-1}$$

onde todos os parâmetros são os mesmos definidos no capítulo 5.

Podemos redefinir os coeficientes $\varepsilon_{e\tau}$ como,

$$\tilde{a} \equiv a(1+\varepsilon_{ee}) \qquad\qquad \tilde{\varepsilon}_{e\tau} \equiv \frac{\varepsilon_{e\tau}}{1+\varepsilon_{ee}} \tag{C-2}$$

Portanto, o termo de matéria na Hamiltoniana é redefinido por:

$$\tilde{a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tilde{\varepsilon}_{e\tau} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\varepsilon}_{e\tau}^* & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{C-3}$$

Assim, o problema é reduzido em um sistema efetivo de 2 gerações do tipo, $\tilde{\varepsilon}_{e\tau}$. Definimos o auto-estado de massa na matéria ν_i^m usando a seguinte transformação:

$$\nu_\alpha = (V)_{\alpha i}\, \nu_i^m, \tag{C-4}$$

onde V é uma matriz unitária o qual diagoniza a Hamiltoniana com os seguinte autovalores λ $V^\dagger H V = H_{\text{diag}} \equiv diag(\tilde{a}\lambda_1, \tilde{a}\lambda_2, \tilde{a}\lambda_3)$. Obtemos a expressão do auto-estados da Hamiltoniana (C-1), o qual são determinados pela equação de de autovetores e autovalores cujo determinante é $det[H - \lambda \tilde{a} I] = 0$ que tem raíz cúbica λ:

$$\begin{aligned}
& \lambda^3 - (1 + \delta_{31} + \delta_{21})\lambda^2 \\
+ & \Big[c_{13}^2 \delta_{31} + \left\{\delta_{31} + c_{12}^2 + s_{12}^2 s_{13}^2 + 2c_{12}s_{12}s_{23}c_{13} Re(\tilde{\varepsilon}_{e\tau})\right\} \delta_{21} \\
& \qquad -2c_{23}c_{13}s_{13}(\delta_{31} - s_{12}^2\delta_{21}) Re(\tilde{\varepsilon}_{e\tau} e^{i\delta}) - |\tilde{\varepsilon}_{e\tau}|^2\Big]\lambda \\
- & \delta_{21}\delta_{31}\Big[c_{12}^2 c_{13}^2 + 2c_{12}s_{12}s_{23}c_{13} Re(\tilde{\varepsilon}_{e\tau}) - 2c_{12}^2 c_{23}c_{13}s_{13} Re(\tilde{\varepsilon}_{e\tau} e^{i\delta})\Big] \\
+ & |\tilde{\varepsilon}_{e\tau}|^2 \Big[s_{23}^2 c_{13}^2 \delta_{31} + (c_{12}^2 c_{23}^2 + s_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 - 2c_{12}s_{12}c_{23}s_{23}s_{13}\cos\delta)\delta_{21}\Big] \\
= & \ 0.
\end{aligned} \tag{C-5}$$

onde redefinimos δ_{21} and δ_{31} como diferença de massa quadrada,

$$\delta_{21} \equiv \frac{\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}}, \qquad \delta_{31} \equiv \frac{\Delta m_{31}^2}{\tilde{a}}. \tag{C-6}$$

Seguindo o método KTY (133) para encontrarmos $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ e escrever as equações abaixo:

$$\begin{aligned}
H_{e\mu} &= H_{e\mu}^{vac}, \\
H_{e\tau}H_{\tau\mu} - H_{e\mu}H_{\tau\tau} &= (H_{e\tau}^{vac} + \tilde{\varepsilon}_{e\tau})H_{\tau\mu}^{vac} - H_{e\mu}^{vac}H_{\tau\tau}^{vac}.
\end{aligned} \tag{C-7}$$

Onde nos fornece uma relação entre a matriz hamiltoniana de vácuo e de matéria:

$$\begin{aligned}
\sum_i \lambda_i V_{ei}V_{\mu i}^* &= \sum_i \delta_{j1} U_{ei} U_{\mu i}^* \equiv p, \\
\sum_{ijk}^{cyclic} \lambda_j \lambda_k V_{ei} V_{\mu i}^* &= \sum_{ijk}^{cyclic} \delta_{j1}\delta_{k1} U_{ei}U_{\mu i}^* + \tilde{\varepsilon}_{e\tau} \sum_i \delta_{i1} U_{\tau i} U_{\mu i}^* \equiv q.
\end{aligned} \tag{C-8}$$

Notamos que o efeito de $\tilde{\varepsilon}_{e\tau}$ é restringido por apenas em q, onde resolvendo a eq. (C-8) para $V_{ei}V_{\mu i}^*$ sob a restrição de unitariedade $\sum_i V_{ei}V_{\mu i}^* = 0$ obtemos

$$V_{ei}V_{\mu i}^* = \frac{p\lambda_i + q}{\Delta_{ji}\Delta_{ki}} \tag{C-9}$$

onde $\Delta_{ji} \equiv \lambda_j - \lambda_i$ e (i, j, k) são cíclicas.

Então, a probabilidade de aparecimento $P(\nu_e \to \nu_e)$ que é dado exatamente por (133),

$$
\begin{aligned}
P(\nu_e \to \nu_\mu) &= 4 \sum_{(ijk)}^{\text{cyclic}} (\text{Re}\tilde{J}^{ij}_{e\mu} + \text{Re}\tilde{J}^{jk}_{e\mu}) \cos\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{ki}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{ij}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{jk}\right), \\
&+ 8 \sum_{(ijk)}^{\text{cíclico}} \tilde{J} \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{12}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{23}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{31}\right), \qquad \text{(C-10)}
\end{aligned}
$$

onde a soma em todas as permutações é implícida e

$$
\begin{aligned}
\text{Re}\tilde{J}^{ij}_{e\mu} &= \frac{|p|^2\lambda_i\lambda_j + |q|^2 + \text{Re}(pq^*)(\lambda_i + \lambda_j)}{\Delta_{ij}\Delta_{12}\Delta_{23}\Delta_{31}}, \qquad \text{(C-11)} \\
\tilde{J} &= \frac{\text{Im}(pq^*)}{\Delta_{12}\Delta_{23}\Delta_{31}}. \qquad \text{(C-12)}
\end{aligned}
$$

É conveniente calcular a combinação $\text{Re}\tilde{J}^{ij}_{e\mu} + \text{Re}\tilde{J}^{jk}_{e\mu}$,

$$
\text{Re}\tilde{J}^{ij}_{e\mu} + \text{Re}\tilde{J}^{jk}_{e\mu} \equiv \frac{-1}{(\Delta_{ij}\Delta_{jk})^2} J_j \qquad \text{(C-13)}
$$

onde

$$
\begin{aligned}
J_j &\equiv |p|^2\lambda_j^2 + 2\text{Re}(pq^*)\lambda_j + |q|^2 \\
&= C_j + 2A_j^{(I)}\cos\delta + 2A_j^{(II)}\cos 2\delta + 2B_j^{(I)}\sin\delta + 2B_j^{(II)}\sin 2\delta \qquad \text{(C-14)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_j &= (p_0^2 + p_1^2)\lambda_j^2 + 2\{p_0\text{Re}(q_0) + p_1\text{Re}(q_1)\}\lambda_j + |q_0|^2 + |q_1|^2 + |q_2|^2 \\
A_j^{(I)} &= p_0p_1\lambda_j^2 + \{p_0\text{Re}(q_1+q_2) + p_1\text{Re}(q_0)\}\lambda_j + \text{Re}(q_0)\text{Re}(q_1+q_2) + \text{Im}(q_0)\text{Im}(q_1+q_2) \\
A_j^{(II)} &= p_1\text{Re}(q_2)\lambda_j + \text{Re}(q_1)\text{Re}(q_2) + \text{Im}(q_1)\text{Im}(q_2) \\
B_j^{(I)} &= \{p_0\text{Im}(q_1-q_2) - p_1\text{Im}(q_0)\}\lambda_j + \text{Re}(q_0)\text{Im}(q_1-q_2) - \text{Im}(q_0)\text{Re}(q_1-q_2) \\
B_j^{(II)} &= -p_1\text{Im}(q_2)\lambda_j + \text{Im}(q_1)\text{Re}(q_2) - \text{Re}(q_1)\text{Im}(q_2) \qquad \text{(C-15)}
\end{aligned}
$$

$\tilde{J}$ é dado por

$$
\tilde{J} = \frac{1}{\Delta_{12}\Delta_{23}\Delta_{31}}\left[J^{(I)}\sin\delta + J^{(II)}\sin 2\delta + K^{(0)} + K^{(I)}\cos\delta + K^{(II)}\cos 2\delta\right] \qquad \text{(C-16)}
$$

onde

$$
\begin{aligned}
J^{(I)} &= \{p_0\text{Re}(q_1-q_2) - p_1\text{Re}(q_0)\} \\
J^{(II)} &= -p_1\text{Re}(q_2) \\
K^{(0)} &= -p_0\text{Im}q_0 - p_1\text{Im}q_1 \\
K^{(I)} &= -\{p_0\text{Im}(q_1+q_2) + p_1\text{Im}(q_0)\}
\end{aligned}
$$

$$K^{(II)} = -p_1 \text{Im}(q_2) \qquad \text{(C-17)}$$

Os coeficientes p e q, são definidos na eq. (C-8), podemos escrevê-los como

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_1 e^{-i\delta} \\ q &= q_0 + q_1 e^{-i\delta} + q_2 e^{+i\delta} \end{aligned} \qquad \text{(C-18)}$$

onde

$$\begin{aligned} p_0 &= \delta_{21} c_{12} s_{12} c_{23} c_{13}, \\ p_1 &= (\delta_{31} - s_{12}^2 \delta_{21}) s_{23} c_{13} s_{13} \\ q_0 &= -\delta_{31}\delta_{21} c_{12} s_{12} c_{23} c_{13} + \tilde{\varepsilon}_{e\tau} c_{23} s_{23} \Big[\delta_{31} c_{13}^2 - \delta_{21}(c_{12}^2 - s_{12}^2 s_{13}^2)\Big]. \\ q_1 &= \delta_{21}\Big[-\delta_{31} c_{12}^2 s_{23} c_{13} s_{13} + \tilde{\varepsilon}_{e\tau} c_{12} s_{12} s_{23}^2 s_{13}\Big], \\ q_2 &= -\tilde{\varepsilon}_{e\tau}\delta_{21} c_{12} s_{12} c_{23}^2 s_{13}. \end{aligned} \qquad \text{(C-19)}$$

O coeficiente p é idêntico com o caso padrão, enquanto que q tem uma dependência um pouco mais complexa com δ e o termo q_2 e os coeficientes q_i $(i = 0 - 2)$ tem partes imaginárias.

Coletando as fórmulas dadas nas equações (C-10) para (C-19) e usando os autovalores exato pela resolução da eq. cúbica (C-5), obtemos a expressão exata para o canal de aparecimentos $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ com neutrino NSI ε_{ee} e $\varepsilon_{e\tau}$. Notamos que $\tilde{a}$ e $\tilde{\varepsilon}_{e\tau}$ são quantidades renormalizadas definidas por (C-2).

$$\begin{aligned} & P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon_{ee}, \varepsilon_{e\tau}) \\ = \; & 8 \sum_{(ijk)}^{\text{cyclic}} \frac{-1}{(\Delta_{ij}\Delta_{jk})^2} \Big[\frac{1}{2} C_j + A_j^{(I)} \cos\delta + A_j^{(II)} \cos 2\delta + B_j^{(I)} \sin\delta + B_j^{(II)} \sin 2\delta\Big] \\ \times \; & \cos\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{ki}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{ij}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{jk}\right), \\ + \; & 8 \frac{1}{\Delta_{12}\Delta_{23}\Delta_{31}} \Big[J^{(I)} \sin\delta + J^{(II)} \sin 2\delta + K^{(0)} + K^{(I)} \cos\delta + K^{(II)} \cos 2\delta\Big] \\ \times \; & \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{12}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{23}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\Delta_{31}\right). \end{aligned} \qquad \text{(C-20)}$$

No cenário pertubativo, temos para a expressão aproximada do canal de aparecimento $P(\nu_e \to \nu_\mu)$. Nós consideramos δ_{31} e a como da ordem e adimitimos que $s_{13} \simeq \delta_{21} \simeq \tilde{\varepsilon}_{e\tau}$ onde $\epsilon \sim 10^{-2}$. Se organizarmos a expansão pertubativa em termos de ϵ, onde consideramos o termo até a ordem ϵ^2 para a probabilidade de em $P(\nu_e \to \nu_\mu)$. Para a próxima ordem em ϵ, as soluções das equações são dadas considerando a convenção $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ por:

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= c_{12}^2 \delta_{21}, \\
\lambda_2 &= \delta_{31} - \frac{\delta_{31}}{1-\delta_{31}} \left\{ s_{13}^2 + 2c_{23}s_{13}\mathrm{Re}(\tilde{\varepsilon}_{e\tau}e^{i\delta}) \right\} \\
\lambda_3 &= 1 + \frac{\delta_{31}}{1-\delta_{31}} \left\{ s_{13}^2 + 2c_{23}s_{13}\mathrm{Re}(\tilde{\varepsilon}_{e\tau}e^{i\delta}) \right\} + s_{12}^2\delta_{21}
\end{aligned}
\tag{C-21}
$$

Na Eq. (C-21) nós temos ignorado maeso para correções menores para autovalores mais baixos por que isso está na ordem de ϵ^3.

$$
\begin{aligned}
&P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon_{ee}, \varepsilon_{e\tau})|_{2nd} = P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon = 0)|_{2nd} \\
&- \frac{4c_{23}s_{23}^2}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)^2} \left[2\tilde{a}\Delta m_{31}^2 s_{13}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\tau}e^{i\delta}) + c_{23}\tilde{a}^2|\varepsilon_{e\tau}|^2 \right] \\
&\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right) \sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \\
&+4c_{23}s_{23}\left[\frac{(\Delta m_{31}^2)^2}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)^2} s_{23}\left(2s_{13}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\tau}e^{i\delta}) + c_{23}|\varepsilon_{e\tau}|^2\right) + \frac{2\Delta m_{31}^2\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)} c_{12}s_{12}c_{23}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\tau}) \right] \\
&\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \\
&+4c_{23}s_{23}\left[c_{23}s_{23}|\varepsilon_{e\tau}|^2 - 2\frac{\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}} c_{12}s_{12}c_{23}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\tau}) \right] \\
&\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right) \\
&- \frac{8c_{23}s_{23}}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)} \left[\Delta m_{31}^2 s_{23}s_{13}\mathrm{Im}(\varepsilon_{e\tau}e^{i\delta}) + \Delta m_{21}^2 c_{12}s_{12}c_{23}\mathrm{Im}(\varepsilon_{e\tau}) \right] \\
&\qquad\qquad \times \sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right),
\end{aligned}
\tag{C-22}
$$

onde $P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon = 0)|_{2nd}$ nada mais é que a expressão de Cervera *et al.* (74)

$$
\begin{aligned}
&P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon = 0)|_{2nd} = 4\frac{(\Delta m_{31}^2)^2}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)^2} s_{23}^2 s_{13}^2 \sin^2\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \\
&+8J_r \frac{\Delta m_{31}^2\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)} \sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \cos\left(\delta - \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right) \\
&+4\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}}\right)^2 c_{12}^2 s_{12}^2 c_{23}^2 \sin^2\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right).
\end{aligned}
\tag{C-23}
$$

Se é que os efeitos de NSI sobrevive na ordem, $\simeq \epsilon^2$. Se queremos ter uma expressão explícita com $\varepsilon_{e\tau}$ e ε_{ee} nós apenas usamos a relação (C-2) em (C-22). A fórmula para $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ é válida apenas para $\varepsilon_{e\tau}$ pequena mas para qualquer tamanho finito de ε_{ee}. A probabilidade para antineutrino pode ser obtida pela seguinte substituição $\delta \to -\delta$, $a \to -a$, e $\varepsilon_{\alpha\beta} \to \varepsilon_{\alpha\beta}^*$. Nós checamos que a mesma fórmula anaítica são obtidas quando expressadas em termos de quantidades física observáveis

Similarmente, a fórmula de $P(\nu_e \to \nu_\mu)$ com $\tilde{\varepsilon}_{e\mu}$ pode ser obtida como:

$$
\begin{aligned}
&P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon_{ee}, \varepsilon_{e\mu})|_{2nd} = P(\nu_e \to \nu_\mu; \varepsilon = 0)|_{2nd} \\
&-\frac{4\tilde{a}s_{23}^3}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)^2}\left[2\Delta m_{31}^2 s_{13}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\mu}e^{i\delta}) + s_{23}\tilde{a}|\varepsilon_{e\mu}|^2\right] \\
&\qquad\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right)\sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \\
&+4\frac{(\tilde{a}-c_{23}^2\Delta m_{31}^2)}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)^2}\left[2\Delta m_{31}^2 s_{23}s_{13}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\mu}e^{i\delta}) + (\tilde{a}-c_{23}^2\Delta m_{31}^2)|\varepsilon_{e\mu}|^2\right. \\
&\qquad\qquad\qquad \left. +2(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}}\right)c_{12}s_{12}c_{23}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\mu})\right] \\
&\qquad\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right)\sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right) \\
&+4c_{23}^3\left[c_{23}|\varepsilon_{e\mu}|^2 + 2\frac{\Delta m_{21}^2}{\tilde{a}}c_{12}s_{12}\mathrm{Re}(\varepsilon_{e\mu})\right] \\
&\qquad\qquad\qquad \times \cos\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right)\sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{L}{4E}\Delta m_{31}^2\right) \\
&+\frac{8c_{23}s_{23}}{(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)}\left[\Delta m_{31}^2 c_{23}s_{13}\mathrm{Im}(\varepsilon_{e\mu}e^{i\delta}) - \Delta m_{21}^2 c_{12}s_{12}s_{23}\mathrm{Im}(\varepsilon_{e\mu})\right] \\
&\qquad\qquad\qquad \times \sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}\right)\sin\left(\frac{\tilde{a}L}{4E}\right)\sin\left(\frac{L}{4E}(\tilde{a}-\Delta m_{31}^2)\right). \quad \text{(C-24)}
\end{aligned}
$$