

**Thiago Ferreira de Noronha**

**Algoritmos para Problemas de Otimização  
Aplicados a Roteamento e Atribuição de  
Comprimentos de Onda**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática.

Orientadores: Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro  
Prof. Carlos José Pereira de Lucena

Rio de Janeiro  
Setembro de 2008

**Thiago Ferreira de Noronha**

**Algoritmos para Problemas de Otimização  
Aplicados a Roteamento e Atribuição de  
Comprimentos de Onda**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção Do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro**

Orientador

Universidade Federal Fluminense

**Prof. Carlos José Pereira de Lucena**

Presidente

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Prof. Cid Carvalho de Souza**

Universidade Estadual de Campinas

**Prof. Edward Hermann Haeusler**

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Prof. Luciana Salete Buriol**

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Simone de Lima Martins**

Universidade Federal Fluminense

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 05 de Setembro de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Thiago Ferreira de Noronha**

Possui graduação em Ciências da Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2001) e mestrado em Informática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2004). Tem experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em Otimização Combinatória, atuando principalmente nos seguintes temas: metaheurísticas, programação matemática e otimização combinatória.

#### Ficha Catalográfica

Noronha, Thiago Ferreira de

Algoritmos para Problemas de Otimização Aplicados a Roteamento e Atribuição de Comprimentos de Onda / Thiago Ferreira de Noronha; orientador: Celso da Cruz Carneiro Ribeiro; co-orientador: Carlos José Pereira de Lucena. — 2008.

89 f.: il. ; 30 cm

1. Tese (Doutorado em Informática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática, 2008.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Tese. 2. Otimização Combinatória. 3. Heurísticas. 4. Algoritmos exatos. 5. Roteamento e atribuição de comprimentos de onda. I. Ribeiro, Celso. II. Lucena, Carlos. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 004

## Agradecimentos

À minha esposa Luzia Sergina de França Neta pelo amor, carinho e compreensão.

À minha mãe, irmãs e família por terem me incentivado a lutar por este sonho, mesmo sofrendo com minha ausência.

Aos meus orientadores, pelo apoio e incentivo para a realização deste trabalho.

Aos meus colegas da PUC-Rio, que sempre me incentivaram e me apoiaram.

Aos funcionários do departamento de Informática, pela ajuda de todos os dias.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## Resumo

Noronha, Thiago Ferreira de; Ribeiro, Celso; Lucena, Carlos. **Algoritmos para Problemas de Otimização Aplicados a Roteamento e Atribuição de Comprimentos de Onda**. Rio de Janeiro, 2008. 89p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda em redes óticas WDM consiste em rotear um conjunto de caminhos óticos e atribuir um comprimento de onda para cada um deles de modo que dois caminhos óticos cujas rotas compartilham alguma fibra ótica tenham comprimentos de onda diferentes. O objetivo é minimizar o número total de comprimentos de onda utilizados para rotear todos os caminhos óticos. Este problema é conhecido na literatura como min-RWA e está provado que ele pertence à classe dos problemas NP-Difíceis. Primeiramente, são propostos nesta tese algoritmos e estruturas de dados que permitem a implementação eficiente das melhores heurísticas na literatura. Em seguida propõe-se um algoritmo genético com chaves aleatórias para min-RWA. Este algoritmo estende a melhor heurística na literatura adaptando-a a um paradigma evolucionário. Por fim, propõe-se um algoritmo de Branch-and-Cut para o problema de coloração de partições (PCP), o qual é uma generalização do problema de coloração de grafos. Algoritmo para PCP vem sendo usados na literatura como ferramentas para construção de algoritmos para min-RWA. São propostas uma formulação por programação linear inteira para PCP, desigualdades válidas e um algoritmo de planos de corte. Experimentos computacionais são apresentados para instâncias em grafos aleatórios e instâncias de PCP originadas de instâncias de min-RWA.

## Palavras-chave

Otimização Combinatória. Heurísticas. Algoritmos exatos. Roteamento e atribuição de comprimentos de onda.

## Abstract

Noronha, Thiago Ferreira de; Ribeiro, Celso; Lucena, Carlos. **Algorithms for Optimization Problems Applied to Routing and Wavelength Assignment**. Rio de Janeiro, 2008. 89p. PhD Thesis — Department of Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The problem of routing and wavelength assignment in WDM optical networks consists in routing a set of lightpaths and assigning a wavelength to each of them, such that lightpaths whose routes share a common fiber are assigned to different wavelengths. The objective is to minimize the total number of wavelengths used for routing all connections. This problem is called min-RWA and was shown to be NP-hard. In this thesis, we first propose efficient implementations of the state-of-art heuristics in the literature and reevaluate them on a broader set of test instances. Following, we propose a random-keys genetic algorithm for min-RWA. This algorithm extends the best heuristic in the literature by embedding it into an evolutionary framework. Computational results showed that the new heuristic improves the state-of-the-art algorithms in the literature even when they were close to the optimal solution. Finally, we propose a branch-and-cut algorithm for the Partition Coloring Problem (PCP), which is a generalization of the graph coloring problem. Algorithms for PCP have been used in the literature as building blocks for algorithms for min-RWA. An integer programming formulation, valid inequalities, and a cutting plane procedure are proposed. Computational experiments are reported for random graphs and for PCP instances originating from min-RWA instances.

## Keywords

Optimization problems. Heuristics. Branch-and-Cut. Routing and wavelength assignment.

## Sumário

1	Introdução	11
2	Trabalhos Relacionados	15
2.1	Heurística de Bannerjee e Mukherjee	15
2.2	Heurística de Hyytiä e Virtamo	17
2.3	Heurística de Li e Simha	19
2.4	Heurística de Manohar, Manjunath e Shevgaonkar	21
2.5	Heurística de Noronha e Ribeiro	23
2.6	Heurística de Skorin-Kapov	26
3	Implementação Eficiente das Heurísticas para min-RWA	29
3.1	Análise da Complexidade Computacional	29
3.2	Implementações Avançadas	31
3.3	Heurística de Multi-partida para min-RWA	34
3.4	Experimentos Computacionais	34
4	Algoritmo Genético com Chaves Aleatórias	44
4.1	Visão Geral	44
4.2	Algoritmo Genético para min-RWA	45
4.3	Framework para Algoritmos Genéticos com Chaves Aleatórias	46
4.4	Experimentos Computacionais	48
5	Algoritmo Exato para Coloração de Partições	57
5.1	Algoritmos para Coloração de Grafos	57
5.2	Formulação por Representantes para Coloração de Partições	59
5.3	Branch-and-cut para Coloração de Partições	62
5.4	Experimentos Computacionais	70
6	Conclusões	79
	Referências Bibliográficas	81

## Lista de figuras

1.1	(a) Grafo particionado e (b) sua coloração ótima com duas cores.	13
2.1	Formulação do problema de roteamento.	16
2.2	Pseudocódigo do procedimento BGAforEDP.	22
2.3	Pseudocódigo do procedimento Greedy-EDP-RWA.	23
2.4	Pseudocódigo do procedimento $k$ -EDR.	24
2.5	Pseudocódigo do procedimento TS-PCP.	26
2.6	Pseudocódigo das heurísticas FF-RWA e BF-RWA.	28
3.1	Exemplo de uma topologia em grade $3 \times 4$ .	36
3.2	(a) Desvios relativos médios e (b) tempos de execução médios (em segundos) de FF-RWA <sup>STD</sup> , BF-RWA <sup>STD</sup> , FFD-RWA <sup>STD</sup> e BFD-RWA <sup>STD</sup> sobre as 187 instâncias.	37
3.3	Média dos tempos de execução de (a) FF-RWA <sup>NRRt</sup> , (b) FFD-RWA <sup>NRRt</sup> , (c) BF-RWA <sup>NRRt</sup> e (d) BFD-RWA <sup>NRRt</sup> nos conjuntos de instâncias $K$ , $Y$ , $Z$ e $W$ . Os tempos são apresentados como um desvio percentual dos tempos de BF-RWA <sup>STD</sup> .	40
4.1	Ilustração do processo de transição entre gerações sucessivas.	45
4.2	Diagrama de classes do <i>framework</i> para algoritmos genéticos com chaves aleatórias.	48
4.3	Exemplo de aplicação do <i>framework</i> de algoritmos genéticos para min-RWA.	49
4.4	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância Y.5.80.1.	52
4.5	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância Y.5.100.2.	52
4.6	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância Z.4x25.60.	53
4.7	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância Z.10x10.20.	53
4.8	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância ATT.	54
4.9	Distribuição empírica de probabilidade das heurísticas MS-BFD e GA-RWA atingirem o alvo para a instância ATT2.	54
5.1	Decomposição do PCP sobre o grafo $G_P$ em dois subproblemas de coloração de partições definidos sobre os grafos $G_1$ e $G_2$ .	64
5.2	(a) Conjunto particionado e (b) Conjunto independente particionado.	65
5.3	Grafo com os respectivos valores de $h$ .	69
5.4	Média dos limites inferiores e superiores para o número ótimo de cores variando-se o número de vértices.	71
5.5	Média dos limites inferiores e superiores para o número ótimo de cores variando-se a densidade das arestas.	72



## Lista de tabelas

3.1	Desvios relativos médios e tempos de execução médios (em segundos) de FF-RWA <sup>STD</sup> , BF-RWA <sup>STD</sup> , FFD-RWA <sup>STD</sup> e BFD-RWA <sup>STD</sup> para as instâncias dos conjuntos $K$ , $Y$ , $Z$ e $W$ .	37
3.2	Média dos tempos de execução das diferentes implementações das heurísticas FF-RWA, FFD-RWA, BF-RWA e BFD-RWA nos conjuntos de instâncias $K$ , $Y$ , $Z$ e $W$ . Os tempos são apresentados como o desvio percentual em relação aos tempos das respectivas heurísticas implementadas com STD.	39
3.3	Resultados computacionais de BFD-RWA e MS-BFD para o conjunto de instâncias $Y$ .	41
3.4	Resultados computacionais de BFD-RWA e MS-BFD para o conjunto de instâncias $Z$ .	42
3.5	Resultados computacionais de BFD-RWA e MS-BFD para o conjunto de instâncias $W$ .	43
4.1	Tempos médios obtidos por MS-BFD e diferentes versões de GA-RWA para encontrar uma solução com custo tão bom quanto o alvo.	51
4.2	Desvio relativo das soluções encontradas por GA-RWA e 2-EDR+TS-PCP em 10 minutos de execução.	56
5.1	Número de instâncias resolvidas exatamente em duas horas de processamento para diferentes valores da densidade de arestas.	73
5.2	Contribuição dos cortes externos e internos a relaxação linear.	74
5.3	Instâncias de coloração de vértices.	75
5.4	Resultados computacionais para instâncias de min-RWA associadas a três redes com topologia em anel.	77
5.5	Resultados computacionais para instâncias de RWA associadas com a rede NSFnet.	78

*Ciência da computação tem tanto a ver com o computador como a Astronomia com o telescópio, a Biologia com o microscópio, ou a Química com os tubos de ensaio. A Ciência não estuda ferramentas, mas o que fazemos e o que descobrimos com elas.*

**Edsger Dijkstra.**