6
Implementação

Neste capítulo serão discutidas algumas características do ativo objeto de nossa análise, assim como outros fatores de suma importância para o trabalho, tais como: fonte de dados, taxa de juros e volatilidade .

Antes de apresentar os resultados, surge a necessidade de se fazer algumas considerações sobre certos padrões e funcionalidades de mercado que foram adotados neste trabalho.

O trabalho se concentrou exclusivamente na avaliação de opções de compra sobre DI Futuro. Esta decisão se deveu ao fato de que as opções de venda sobre o mesmo ativo estavam totalmente sem liquidez. É importante ressaltar que mesmo as opções de compra se encontram com pouca liquidez no pregão da Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F).

6.1
Características da Opção sobre Futuro de Depósitos Financeiros de 1 dia

A seguir, estão descritas as principais características das opções européias de compra e venda sobre o futuro de DI.

6.1.1
Tipo de opção

A opção é do tipo europeu, isto é, será exercida somente na data de vencimento do contrato.

6.1.2
Ativo Objeto da opção

O ativo objeto da opção é a taxa *forward* embutida na operação sobre um determinado Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI1) .

Com objetivo de simplificar o entendimento, suponha DI_t como sendo o preço unitário, numa data "t", de um contrato de DI Futuro:

$$DI_t = \frac{100000}{\left(1 + r_{t \to T}\right)^{WD_{t \to T}/252}}$$

e

$$FR_{T_1 \to T_2} = \left[\left(\frac{DI_t^2}{DI_t^1} \right)^{252/WD_{T_1 \to T_2}} - 1 \right]$$

onde, $FR_{T1 \to T2}$ é a taxa *forward* entre as datas T_1 (data de vencimento do contrato de DI Futuro) and T_2, (data de vencimento da opção) e $WD_{T1 \to T2}$ é o número de dias úteis entre as datas T_1 and T_2.

6.1.3
Preço de Exercício

O preço de exercício, na forma definida pela BM&F, é expresso em taxa de juros efetiva ao ano, base 252 dias úteis. Entretanto, todos os modelos mencionados anteriormente, tais como o modelo de Black, ou a expressão de Jamshidian para o modelo de Vasicek e o algoritmo de apreçamento do modelo de Black-Derman-Toy, não consideram como parâmetro de entrada para o preço de exercício uma taxa e sim um valor, que no caso de uma opção sobre DI Futuro é o PU do contrato futuro. Desta maneira, se torna obrigatório a transformação desta taxa de exercício em PU de exercício. A transformação é feita da seguinte forma:

$$X = \frac{100.000}{(1 + r_x)^{\frac{u-T}{252}}}$$

Onde :

X: Preço de exercício na forma de preço

r_x : Preço de exercício na forma como definido no contrato da opção na BM&F (% a.a./252)

u: Número de dias úteis para o vencimento do ativo-objeto;

T: Número de dias úteis para o vencimento da opção.

Como exemplo, considere no dia 15/12/2005, uma opção de compra de taxa de juros do tipo 1, a JA52 (conforme definido pelo contrato negociado na Bolsa de Mercadorias & Futuros) com preço de exercício r_x igual a 19.50% a.a. e vencimento em 02/01/2006. Como a opção é do tipo 1, o seu ativo-objeto será o contrato de DI-Futuro com vencimento 3 meses após o vencimento da opção, isto é, o ativo-objeto será o contrato de DI-Futuro, ABR06, que vence em 31/03/2006.

Com isso, o preço de exercício equivalente à taxa de exercício será:

$$X = \frac{100.000}{(1 + 0.195)^{\frac{62}{252}}} = 95.711{,}70$$

6.1.4
Séries de Vencimento

Serão estabelecidos três tipos de séries, referindo-se ao prazo entre a data de vencimento da opção e a data de vencimento de seu contrato futuro-objeto, conforme segue:

i) Tipo 1: quando o objeto da opção é o contrato futuro com vencimento três meses depois do vencimento da opção;

ii) Tipo 2: quando o objeto da opção é o contrato futuro com vencimento seis meses depois do vencimento da opção;

iii) Tipo 1: quando o objeto da opção é o contrato futuro com vencimento um ano meses depois do vencimento da opção;

6.1.5
Pay-off

O termo *pay-off* representa o valor que a opção pode assumir ao longo da sua vida ou no seu vencimento. No caso particular das opções sobre Futuro de DI, tem-se:

$$PayOff_{call} = Max\left[\frac{100000}{\left(1+r_{strike}\right)^{WD_{T_1 \to T_2}/252}} - DI_{T_1}^{2};\, 0\right]$$

$$PayOff_{put} = Max\left[0;\, DI_{T_1}^{2} - \frac{100000}{\left(1+r_{strike}\right)^{WD_{T_1 \to T_2}/252}}\right]$$

Um fato importante que diz respeito ao *pay-off* deste instrumento é que uma opção de compra sobre taxa de juros terá *pay-off* análogo ao de uma opção de venda sobre preço (PU) ou, de forma análoga, uma opção de venda sobre taxa terá payoff análogo ao de uma opção de compra sobre preço (PU). Por este motivo, uma opção de compra na forma como definida no contrato deverá ser precificada como uma opção de venda no modelo de Black.

6.1.6
Meses de Vencimento

Os meses que se caracterizarem como de início de trimestre e que tiverem o vencimento do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia, objeto da opção, autorizado à negociação.

6.1.7
Day trade

São admitidas operações day trade (compra e venda, no mesmo dia de pregão, da mesma quantidade de contratos para o mesmo vencimento e de mesmo preço de exercício), que se liquidarão automaticamente, desde que realizadas em nome do mesmo cliente, por intermédio da mesma Corretora associada.

6.1.8
Margem de garantia para o lançador

Será exigida margem de garantia de todos os lançadores, cujo valor será apurado segundo a metodologia divulgada pela BM&F e poderá ser atualizado diariamente.

6.2
Descrição dos dados

Os dados utilizados para o cálculo da volatilidade da taxa de juros foram obtidos junto à Algorithmics (www.algorithmics.com). A empresa forneceu o histórico diário para um período de cinco anos. Foram informados tanto o valor do CDI (Certificado de Depósito Interbancário) quanto a estrutura a termo de juros Brasil. A estrutura a termo é calculda com base nos contratos futuros de DI negociados na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F).

Quanto às séries de opções sobre DI Futuro (tipos 1, 2 e 3) e o preço de ajuste dos contratos de DI, os mesmos foram obtidos junto à BM&F. O período informado vai de Janeiro de 2004 até março de 2006.

O ativo escolhido para ser avaliado foi uma opção série tipo 1, código JA54, preço de exercício 17% e com vencimento em 03 de Janeiro de 2005. O período escolhido para análise vai de 17 de junho de 2004 até 30 de dezembro de 2004. A escolha desta opção e o período de avaliação foi baseada em um único critério: a liquidez. Infelizmente, este tipo de opção vem perdendo liquidez nos últimos meses. A falta de liquidez, caso não seja levada em consideração, pode vir a comprometer seriamente os resultados obtidos, uma vez que o objetivo deste trabalho é propor um modelo que seja uma alternativa para avaliarmos este derivativo. Para tanto, se fez presente a necessidade de se comparar os preços negociados pelo mercado e listados na BM&F com os valores obtidos pelo modelo proposto.

6.3
Estutura a Termo de Taxa de Juros

Para apreçar ou calcular o risco de um instrumento denominado em reais, seja um fluxo de caixa ou um derivativo, é necessária uma estrutura a termo de projeções de taxas de juros pré-fixadas em reais. A estrutura a termo de taxa de juros representa a relação, em determinado instante, entre prazo para o vencimento e taxa de retorno de títulos de renda fixa oriundos de uma mesma classe de risco. Outro benefício obtido com o uso de uma estrutura a termo é que a partir dela é possível mensurar, com facilidade, as taxas *forwards* (termo). A taxa *forward* fornece uma descrição dinâmica das variações futuras nas taxas de juros, ou seja, é a melhor previsão para a taxa à vista esperada no futuro.

Com o intuito de fixar e esclarecer o conceito e a importância da taxa forward, considerem-se as taxas à vista para um e dois anos. Um investidor poderá escolher entre fazer um investimento de dois anos, à taxa atual, e fazer um investimento de um ano, renovando-o, ao término do período, por mais um ano. Pressupondo-se neutralidade ao risco, a expectativa seria a de que as alternativas de investimento proporcionassem o mesmo retorno:

$$(1+R_2)^2 = (1+R_1)(1+E[R_{1,1}])$$

onde,

$R_1 =$ taxa a vista para o vértice de um ano

$R_2 =$ taxa a vista para o vértice de dois anos

$E[R_{1,1}] =$ taxa de um ano, esperada em um ano

Fazendo $E[R_{1,1}] = F_{1,2}$ sendo a taxa *forward* de um a dois anos, teremos:

$$(1+R_2)^2 = (1+R_1)(1+F_{1,2})$$

A taxa *forward* pode ser representada graficamente de forma a facilitar a sua compreensão, conforme demostrado na figura 2.

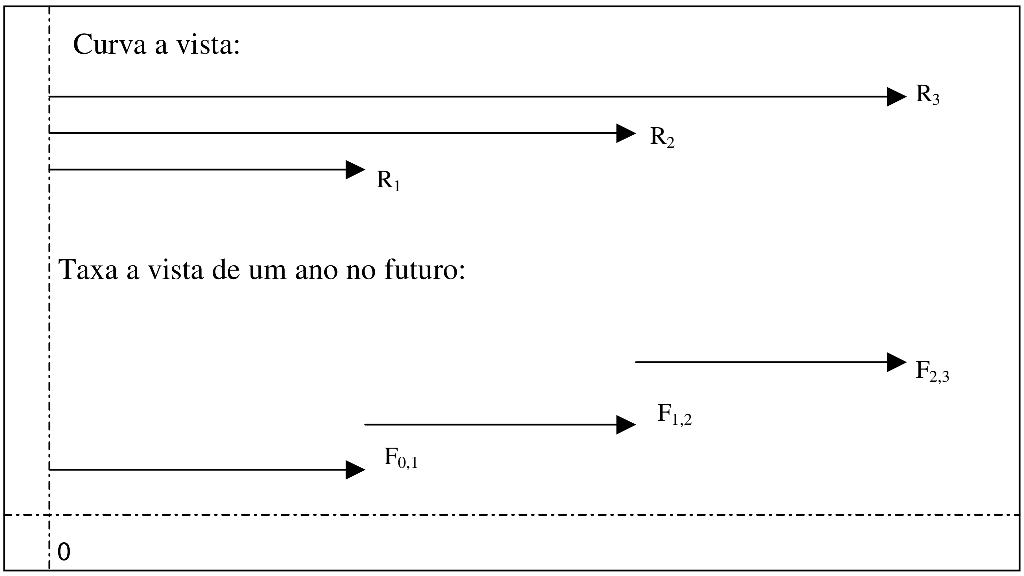

Figura 2: Representação gráfica da Taxa *Forward*

6.4 Estrutura a Termo de Volatilidade

De forma análoga à definição de estrutura a termo das taxas de juro, a estrutura a termo das volatilidades consiste na correspondência entre as volatilidades das taxas de juro associadas a um vértice da curva de juros.

Por simplificação, todas as análises feitas no presente trabalho fizeram uso de volatilidade constante ao longo do tempo.

6.5 Cálculo da Volatilidade

A volatilidade é uma das principais variáveis num modelo de avaliação de derivativos. Quanto maior a expectativa de grandes movimentos no preço do ativo objeto, maior a probabilidade de que a opção seja exercida obtendo-se um ganho e, portanto, maior será o prêmio pago por esta opção.

A volatilidade pode ser:

- Histórica
- Implícita

Enquanto a volatilidade Histórica é medida pelo desvio padrão dos movimentos no preço do ativo objeto, expressa em percentual, e calculada, de preferência, para pequenos e bem recentes períodos, quase sempre diários, o cálculo da volatilidade Implícita toma como base o prêmio da opção mais líquida do mercado (*At the money*). A partir destas informações é possível se obter o nível de volatilidade implícita que carrega o preço de mercado da opção objeto de estudo. A volatilidade ímplicita pode ser então comparada com a que o investidor considera apropriada, e esta comparação é usada como guia para a negociação da opção.

Entretanto, devido a falta de liquidez das opções sobre DI Futuro, o que prejudicaria em muito qualquer tentativa de se usar a Volatilidade Implícita, optou-se por utilizar a volatilidade Histórica.

A estimativa usual, s, do desvio padrão dos valores de uma amostra é dada pela seguinte fórmula:

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{T} \frac{(r_i - \bar{r})^2}{n-1}}$$

onde r_i é o retorno no período t para n observações.

Pela equação abaixo, tem-se : (ver Apêndice A.2)

$$\ln \frac{S_T}{S} \sim \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{T-t}\right]$$

O desvio padrão dos valores de r_i é $\sigma\sqrt{T-t}$. A variável s é, portanto, uma estimativa de $\sigma\sqrt{T-t}$. Desta forma, o próprio σ pode ser estimado como s^*, onde:

$$s^* = \frac{s}{\sqrt{T-t}}$$

O erro padrão dessa estimativa é de aproximadamente $s^* / \sqrt{2n}$.

Escolher uma valor apropriado para n não é uma tarefa fácil. *Ceteris paribus*, mais dados conduzem a uma exatidão maior. Entretanto, σ varia com o tempo, e dados muito antigos poderão não ser relevantes para prever o futuro. Uma solução que parece funcionar razoavelmente bem é utilizar os valores de fechamente diários, verificados num período mais recente. Uma regra prática bastante utilizada é fazer com que o período de tempo sobre o qual a volatilidade será medida seja igual ao período sobre o qual ela será aplicada. Assim, se a volatilidade for usada para avaliar uma opção de um ano, será utilizado um ano de dados históricos.

Quando os parâmetros de volatilidade estão sendo estimados, é importante determinar se o tempo deve ser medido em dias corridos ou em dias úteis. Pesquisas empíricas conduzidas até hoje indicam que, para fins de cálculo de volatilidade, devem ser utilizados os dias úteis.

O cálculo da volatilidade a partir de dados históricos possui algumas limitações, tais como:

a. a variância do ativo objeto é constante no tempo;
b. observações antigas e recentes possuem o mesmo peso.

Uma alternativa para contornar a limitação imposta por se dar o mesmo peso à todas as observações é utilizar o conceito de alisamento exponencial, conhecido como Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), aonde pesos maiores são atribuídos às observações mais recentes. Este conceito é largamente utilizado na prática, uma vez que é extremamente simples de implementar e requer somente um parâmetro de entrada – o fator de alisamento (amortecimento) exponencial λ.

$$\sigma_t^2 = \lambda\sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)r_t^2$$

Conforme mencionado anteriormente, as volatilidades estimadas e utilizadas no presente trabalho, foram calculadas a partir da série histórica das taxa *forward* $F_{t,T}$ compreendida entre a data de vencimento da opção e o vencimento do contrato futuro (ativo objeto). É importante ressaltar que a taxa *forward* foi obtida a partir da estrutura a termo de juros e que sua volatilidade foi obtida a partir do uso do conceito de alisamento exponencial.

A partir do momento em que se faz a opção por se utilizar o conceito de alisamento exponencial, vem a discussão de qual será o valor ótimo de λ adotado para a análise. Na teoria, o processo de escolha de fatores de amortecimento (λ) ótimos a serem usados para gerar previsões de volatilidades e covariâncias é relativamente simples. A solução envolve um problema de pesquisa operacional no qual tenta-se produzir valores de λ que gerem boas previsões de volatilidades e covariâncias e que sejam consistentes com a matriz de variâncias-covariâncias á qual eles pertencem. Contudo, na prática, esta solução tem se revelado ser bem mais complexa do que se imagina, nos forçando assim a buscar novas metodologias alternativas para a obtenção de λ ótimo.

Uma destas metodologias é a sugerida pelo RiskMetrics® [15], largamente utilizada em diversos trabalhos e que se baseia no critério da Raiz do Erro Médio Quadrado **(*Root Mean squared Error* – RMSE**). É importante salientar que a demonstração desta metodologia não faz parte do escopo deste trabalho.

Para escolher o fator de alisamento exponencial ótimo (λ*), o RiskMetrics® processa aproximadamente 480 séries temporais e encontra um λ* que minimiza a raiz do erro médio quadrado da previsão de variância associado a cada uma dessas séries. O fator de amortecimento exponencial ótimo sera uma média dos fatores de amortecimento de cada uma das series temporais ponderados pela acurácia das previsões individuais.

$$\lambda^* = \sum_{i=1}^{N} \phi_i \lambda_i$$

onde,

$\lambda_i =$ iésimo fator de amortecimento exponencial ótimo

$\phi_i =$ peso a ser dado ao fator de amortecimento de cada série

Aplicando essa metodologia para os retornos diários e mensais, o RiskMetrics® determinou que o valor sugerido para λ é 0.94 para observações diárias e 0.97 para observações mensais.

Conforme descrito acima, fica bem claro que o esforço computacional para gerar o fator de alisamento ótimo é considerável, optando-se assim por utilizar os valores sugeridos pelo RiskMetrics® , ou seja, λ igual a 0.94 para observações diárias. Com o objetivo de se tentar capturar efeitos mais recentes e avaliar o comportamento da volatilidade, utilizou-se também λ igual a 0.85.

Os valores obtidos para as volatilidades encontram-se na tabelas 6.5.1, mostrada abaixo:

	$F_{t,T}$
λ = 0.85	**33,11% a.a**
λ = 0.94	**42,69% a.a**
λ = 1.00	**37,15% a.a**

Tabela 6.5.1: Volatilidade histórica para a taxa forward $F_{t,T}$