

### 3

## Planejamento de Experimentos

Segundo Montgomery (2004) os métodos de controle estatístico do processo e o planejamento experimental, são duas ferramentas muito poderosas para a melhoria e otimização do processo e estão intimamente correlacionados. Por exemplo, se um processo está sob controle estatístico, mas ainda tem capacidade inferior, então será necessário reduzir a variabilidade para melhorar a capacidade do processo. Os experimentos planejados podem oferecer uma maneira mais eficaz de fazer isto do que o Controle Estatístico do processo (CEP). O CEP é um método passivo: observamos o processo e esperamos por alguma informação que nos leve a uma mudança útil. No entanto, se o processo está sob controle, a observação passiva pode não produzir muita informação útil. Por outro lado, o planejamento experimental é um método estatístico ativo: realmente realizamos uma série de ajustes no processo, fazendo mudanças nas entradas e observando as mudanças correspondentes nas saídas, o que produzirá informação que pode levar à melhoria do processo.

Os métodos de planejamento experimental podem, também, ser muito úteis no estabelecimento de controle estatístico de um processo. Por exemplo, suponha que um gráfico de controle indique que o processo está fora de controle, e que o processo tenha várias variáveis de entrada controláveis. A menos que saibamos quais variáveis de entrada são importantes, poderá ser muito difícil trazer o processo de volta ao controle. Os métodos de planejamento experimental podem ser usados para indicar essas variáveis influentes no processo.

O planejamento experimental é uma ferramenta de engenharia criticamente importante para melhorar um processo de fabricação. Tem, também, aplicação extensiva no desenvolvimento de novos processos. A aplicação dessas técnicas no desenvolvimento do processo podem resultar em:

1. Produção melhorada
2. Variabilidade reduzida e conformidade mais próxima do nominal

3. Tempo de desenvolvimento reduzido
4. Custos totais reduzidos

### 3.1

#### Diretrizes para o Planejamento de Experimentos

Como descrito anteriormente os experimentos planejados são uma poderosa ferramenta para melhoria de processo onde o resultado depende de diversas variáveis ou da combinação destas. O sucesso de um planejamento de experimentos dependerá em grande parte da forma com que este é estruturado e como será realizado, entender claramente quais são os objetivos de realizar um experimento é necessário antes de qualquer ação para executá-lo. Em Montgomery (1997) é fornecido um roteiro para elaboração de um planejamento de experimentos, as etapas que o compõem são abordadas na seguinte ordem:

- 1ª) Reconhecimento e relato do problema.** Torna-se bastante difícil reconhecer e aceitar a existência de um problema, se não ficar claro para todos qual é o problema, quais são os objetivos a serem alcançados com a solução do mesmo não teremos resultados esperados com o planejamento. É de fundamental importância a participação de todos no entendimento do problema, Manutenção, Engenharia, Qualidade e principalmente os Operadores. A participação dos operadores é de grande importância pela sua habilidade prática e sensibilidade quando da análise das diversas variáveis do processo.
  
- 2ª) Escolha dos fatores e dos níveis.** Devem ser levados em conta os intervalos sobre os quais esses fatores irão variar, e os níveis específicos em que cada rodada será realizada. É importante investigar todos os fatores que possam ser importantes e não deixar ser influenciado por experiências passadas. Quando o objetivo é a varredura dos fatores ou caracterização do processo, é, em geral, melhor manter baixo o número de níveis de fatores.

- 3ª) Seleção da variável resposta.** Na seleção da variável resposta, muitas vezes, a média ou o desvio padrão (ou ambos) da característica medida será a variável resposta. Respostas múltiplas não são raras. A capacidade do medidor é, também, um fator importante. Se a capacidade do medidor é baixa, então apenas efeitos grandes serão detectados pelo experimento ou será necessária replicação adicional.
- 4ª) Escolha do planejamento experimental.** A escolha do planejamento envolve consideração pelo tamanho da amostra (número de replicações), seleção de uma ordem adequada de rodadas para as tentativas experimentais, ou se a formação de blocos ou outras restrições de aleatorização estão envolvidas.
- 5ª) Realização do experimento.** Quando da realização do experimento, é de vital importância monitorar o processo, para garantir que tudo esteja sendo feito de acordo com o planejamento. Erros no procedimento experimental neste estágio, em geral, destruirão a validade do experimento.
- 6ª) Análise dos dados.** Métodos estatísticos devem ser usados para analisar os dados, de modo que os resultados e conclusões sejam objetivos. Se o experimento foi planejado corretamente e se foi realizado de acordo com o planejamento, então os tipos de métodos estatísticos exigidos não são complicados.
- 7ª) Conclusões e recomendações.** Uma vez analisados os dados, o experimento deve acarretar conclusões práticas sobre os resultados e recomendar um curso de ação. Métodos gráficos são, em geral, usados neste estágio, particularmente na apresentação dos resultados para outras pessoas. Seqüências de acompanhamento e testes de confirmação devem ser também realizados para validar as conclusões do experimento.

## 3.2

### Experimento no Processo de Laminação

Como foi descrito no Capítulo 1, o material para a fabricação de latas de aço de duas peças teve sua espessura nominal reduzida de 0,276 mm (com tolerância de 1,8%) para 0,248 mm (com tolerância de 1,0%).

No capítulo 2, descrevemos o processo de laminação a frio e seu principal objetivo que é a redução da espessura do material. Entretanto, como em qualquer processo ocorrem oscilações da variável resposta, portanto, conhecer as variáveis do processo que afetam diretamente a espessura é fundamental para reduzir sua variação, e garantir que o produto esteja dentro das especificações. A grande dificuldade é o entendimento de quais variáveis tem maior efeito, e principalmente como estas se interagem e afetam o resultado final.

Por diversas vezes, alterações isoladas em determinados parâmetros do processo levaram a resultados que não se consolidaram em outros momentos. O objetivo é então determinar uma faixa ótima de trabalho para as variáveis controláveis. Desta maneira, é possível tornar o processo robusto o suficiente, mesmo que nas ocasiões onde ocorram oscilações das variáveis não controláveis, ainda assim o resultado final não fique comprometido.

Foi decidido então realizar um experimento para determinar uma faixa ótima de trabalho para as variáveis controláveis, tendo em vista as necessidades do cliente.

O sucesso de um experimento dependerá em grande parte da forma com que este é estruturado e como será realizado, entender claramente quais são os objetivos de realizar um experimento é necessário antes de qualquer ação para executá-lo. Como discutido em 3.1 as etapas que compõe um planejamento de experimento, são de fundamental importância para o sucesso do mesmo.

No presente caso o problema identificado é verificar quais são as combinações das variáveis de controle do processo de laminação tendo em vista as necessidades do cliente.

### 3.3

#### **Escolha dos Fatores e dos Níveis**

Devem ser levados em conta os intervalos sobre os quais esses fatores irão variar, e os níveis específicos em que cada rodada será realizada. É importante investigar todos os fatores que possam ser importantes e não deixar ser influenciado por experiências passadas. Quando o objetivo é a varredura dos fatores ou caracterização do processo, é, em geral, melhor manter baixo o número de níveis de fatores.

Nesta etapa é de fundamental importância à participação de todos que conhecem o processo, principalmente os operadores. São eles os que mais podem contribuir, pois estão diariamente vivenciando todos os problemas do equipamento e de matéria prima e produto acabado. Foram realizadas diversas reuniões com operadores, técnicos e engenheiros com objetivo de definir as variáveis que fariam parte do experimento. A figura A3.1 (anexo) mostra o diagrama causa efeito para as variáveis que farão parte do experimento. A seguir abordaremos cada variável escolhida e os valores de nível alto e baixo para realização dos experimentos.

#### **Fator A - Redução da Cadeira 1**

A decisão de escolha desta variável está associada à característica da cadeira 1 do equipamento. Sua configuração com (06) cilindros permite altas taxas de redução o que pode influenciar na variação de espessura do produto final. Experiências anteriores mostraram que aumentando a redução nesta cadeira, resultava em aumento de variação da espessura do produto final, tal situação era confirmada para espessura final de 0.280mm. Entretanto, para materiais com espessura inferiores a 0.250mm o efeito observado foi contrário ao que se esperava; ou seja, um aumento na redução da cadeira 1, resultava em menor variação da espessura do produto final. Os valores a serem trabalhos com relação aos níveis “alto e baixo” foram definidos em função da redução média, sendo obtida pela seguinte relação:

$$R_{\text{média}} = [1 - (\text{esp final}/\text{esp inicial})]^{1/n}$$

Onde  $1/n$  representa a relação do número de passes de laminação, ou número de cadeiras do laminador (5). Para o produto DWI a espessura inicial é de 2.25mm e a espessura final de 0.248mm, tal relação fornece uma redução média de 35,66%. Quando se faz a distribuição das reduções por passe, nossa estratégia é buscar valores os mais próximos possíveis da redução média, uma situação ideal seria distribuir reduções iguais a 35,66% em cada passe. Entretanto, limitações de potência de motores nos conduzem a criar uma faixa de trabalho em torno do valor médio.

Esta faixa conduz a valores compreendidos entre  $(0.8R_{\text{média}} - 1.2r_{\text{média}})$ , desta forma buscamos convergir dentro de determinados valores para a redução média. Os valores dos níveis, “alto e baixo”, deste parâmetro ficaram definidos em 38% e 33% respectivamente.

### **Fator B - Redução da Cadeira 5**

A cadeira 5 representa o último passe de laminação e qualquer oscilação nesta pode resultar em problemas de qualidade do produto final. A escolha deste parâmetro no experimento, se justifica porque a mesma não sofre interferência direta do controlador através da função, “*feedback 2*”, desta maneira qualquer flutuação na redução poderia causar eventuais distúrbios na espessura de saída. Os valores de nível “alto e baixo” foram de 33% e 30% respectivamente. Da mesma forma que para a cadeira 1 vale também a estratégia da redução média, ou seja,  $(0.8R_{\text{média}} - 1.2R_{\text{média}})$ .

### **Fator C - Tensão de estiramento entre as cadeiras 4 e 5**

A tensão de estiramento entre o 4º e 5º passe de laminação influencia diretamente na espessura do material. Experiências realizadas em lotes do material DWI mostraram uma relação entre este parâmetro e a espessura do material. A tensão de estiramento entre as cadeiras 4 e 5 sofre influência do controlador

através da função, “*feedback 2*”, uma vez que oscilações no estiramento são provocadas pela diferença de velocidade entre as referidas cadeiras. Dependendo do desvio de espessura na saída da cadeira 5, a variação no estiramento pode ter efeito de aumento quando a velocidade da cadeira 4 for reduzida, ou um decréscimo, quando a velocidade da cadeira 4 for incrementada mantendo a cadeira 5 na mesma velocidade. Valores de tensão mais baixos podem provocar um incremento nas variações de espessura, foi definido então uma faixa de valores para os fatores de nível “alto e baixo”, ficando determinado os valores de 8,5t e 7,0 t para os respectivos níveis.

### **Fator D - Diâmetro do Cilindro de trabalho da Cadeira 1**

Até o momento não se tinha conhecimento de que o diâmetro do cilindro de trabalho da cadeira 1 pudesse influenciar no resultado de espessura final do produto, considerar como variável do experimento foi tomando como base as observações práticas dos operadores. Por diversas vezes, buscávamos manter as condições de processo baseando-se em bons resultados de lotes anteriores, em alguns casos bons resultados aconteciam, mas nem sempre reproduzíamos por mais de duas vezes seguidas. As observações feitas pelos operadores foram então confirmadas em testes realizados com outros materiais, diante das evidências de sua influência no processo e principalmente no produto final, foi necessário incluir o diâmetro de cilindro de trabalho no experimento. O equipamento trabalha com faixas bem definidas para cada cadeira de laminação, no caso específico da cadeira 1, sua faixa de trabalho compreende diâmetros entre 415 – 449mm, não saberíamos o que poderia acontecer partimos para uma posição não limítrofe.

Foram então escolhidos os diâmetros de 424 e 442mm para os níveis, “baixo e alto” respectivamente.

### **Fator E - Ganho do Controlador**

Como descrito em 2.2.2 perturbações nas tensões entre passes de laminação podem levar a variações na espessura final do produto. No controlador temos duas funções que atuam no estiramento entre passes, a primeira é a função

“feedforward”, atuando no estiramento da tensão entre as cadeiras 1 e 2, e a segunda “feedback 2”, que atua no estiramento entre as cadeiras 4 e 5.

No planejamento a variável escolhida para entrar no experimento foi a função “feedforward”, sua escolha se justifica pela avaliação que buscamos desta variável na espessura de saída da cadeira 1, uma vez que oscilações nesta cadeira acabam influenciando o resultado final da variável reposta. O ajuste do ganho desta função pode levar a grandes perturbações se for executado de forma inadequada, levando todo o controle em malha fechada entrar em ressonância, gerando grande variação que se propaga até a saída da cadeira 5.

Uma vez já definida a entrada desta variável no experimento, o próximo passo foi definir os valores a serem atribuídos para os níveis “alto e baixo”, ficando definido valores de 100 para nível “alto” e “50” para nível baixo .

### 3.4

#### **Seleção das Variáveis de Resposta**

As variáveis de resposta são a média e a variância da espessura, tendo em vista uma média com um valor mais próximo possível do valor nominal (0,248 mm) e variância mínima.

### 3.5

#### **Escolha do Experimento**

A escolha do planejamento envolve consideração pelo tamanho da amostra (número de replicações), seleção de uma ordem adequada de rodadas para as tentativas experimentais, ou se a formação de blocos ou outras restrições de aleatorização estão envolvidas.

O planejamento recomendável para o experimento é o baseado em experimentos fatoriais. Nesse tipo de experimentos os fatores variam *juntos* de um teste para outro. Eles têm propriedades que permitem, entre outros objetivos desejáveis, a construção de modelos que se ajustam bem aos dados e que reduzem ao mínimo as probabilidades de erros dos testes de significância dos parâmetros do modelo.



Para o caso em estudo, a quantidade de variáveis a serem trabalhadas no planejamento conduz a um planejamento do tipo  $2^5$  o que implica em 32 rodadas. A opção pelo fatorial fracionado, proporciona uma economia de recursos. Realizando um fatorial fracionado reduzimos para 16 rodadas.

Como foi visto, para o caso em questão temos cinco fatores A, B, C, D e E. O experimento é construído a partir do experimento padrão para quatro fatores (A, B, C, e D), e fazendo o quinto fator  $E = ABCD$ .

Na Tabela 3.1 é apresentado o experimento planejado.

Tabela 3.1 – Experimento  $2^{5-1}$

Rodada	A	B	C	D	E
1	38	33	8,5	442	100
2	33	33	8,5	442	50
3	38	30	8,5	442	50
4	33	30	8,5	442	100
5	38	33	7.0	442	50
6	33	33	7.0	442	100
7	38	30	7.0	442	100
8	33	30	7.0	442	50
9	38	33	8,5	424	50
10	33	33	8,5	424	100
11	38	30	8,5	424	100
12	33	30	8,5	424	50
13	38	33	7.0	424	100
14	33	33	7.0	424	50
15	38	30	7.0	424	50
16	33	30	7.0	424	100

Este experimento conduz a uma estrutura de confundimento onde os efeitos dos fatores principais estão confundidos com interações de quarta ordem e as interações de segunda ordem estão confundidas com interações de terceira ordem. Como as interações de terceira ou mais ordem geralmente são negligenciáveis, espera-se com este experimento obter-se informações precisas sobre os efeitos dos fatores principais e sobre as interações de segunda ordem. O experimento assim formado é denominado de experimento com resolução V. (Ver Myers e Montgomery, 2002, Cap 4).

### 3.6

#### Realização do Experimento.

Quando da realização do experimento, é de vital importância monitorar o processo, para garantir que tudo esteja sendo feito de acordo com o planejamento. Erros no procedimento experimental neste estágio, em geral, destruirão a validade do experimento.

A realização do experimento com 16 rodadas foi executada com 4 bobinas por rodada totalizando 64 bobinas, o que representou um volume em peso de 1280 toneladas de material envolvido no experimento. Foram então tomadas 743 observações da espessura, o sistema de aquisição dos dados é feito por intermédio de sinais enviados para um computador supervisor (ARGUS), que armazena uma grande quantidade de dados necessários ao experimento. Uma outra forma de registro da espessura é através de carta gráfica, figura A3.1 (anexo). De posse dos dados, foi então possível calcular a média e a variância da espessura de cada uma das quatro bobinas de cada rodada do experimento.

Na Tabela 3.2 são apresentados os resultados do experimento.

Tabela 3.2 – Resultados do Experimento

Rodada	Replicação da Média				Replicação da Variância			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	0,24791	0,24790	0,24795	0,24789	9,570E-08	1,377E-07	1,813E-07	1,803E-07
2	0,24792	0,24800	0,24790	0,24791	4,596E-07	1,260E-06	8,052E-08	8,374E-07
3	0,24754	0,24767	0,24798	0,24794	6,157E-07	3,835E-07	3,302E-07	5,109E-07
4	0,24789	0,24789	0,24742	0,24783	3,007E-07	1,309E-07	1,516E-06	2,266E-07
5	0,24794	0,24792	0,24793	0,24735	8,553E-08	6,680E-07	2,784E-07	1,222E-06
6	0,24791	0,24786	0,24744	0,24783	4,953E-07	1,806E-07	1,333E-06	6,457E-07
7	0,24782	0,24790	0,24778	0,24791	2,520E-07	7,678E-08	2,384E-07	1,384E-07
8	0,24785	0,24787	0,24774	0,24774	1,543E-06	1,197E-06	1,141E-06	8,351E-07
9	0,24767	0,24722	0,24705	0,24706	2,133E-06	1,312E-06	7,057E-07	1,327E-06
10	0,24766	0,24709	0,24774	0,24741	2,695E-07	7,981E-08	9,593E-07	7,984E-07
11	0,24870	0,24902	0,24707	0,24801	5,021E-07	9,092E-07	2,743E-07	1,681E-07
12	0,24863	0,24832	0,24720	0,24757	3,387E-07	3,549E-07	3,003E-07	4,028E-07
13	0,24583	0,24761	0,24772	0,24785	8,451E-07	4,363E-07	7,462E-07	3,623E-06
14	0,24791	0,24619	0,24800	0,24751	3,151E-06	2,858E-06	3,317E-07	2,429E-07
15	0,24755	0,24764	0,24659	0,24820	5,437E-06	5,718E-07	1,735E-07	1,344E-07
16	0,24712	0,24710	0,24777	0,24727	5,308E-07	4,260E-07	1,297E-06	1,434E-07

### 3.7

#### Análise dos Resultados

Para a modelagem da média e da variância foram utilizados valores codificados dos fatores. Para o valor alto de cada fator foi adotado +1 e para o valor baixo -1.

#### 3.7.1

##### Modelo para a Média da Espessura

Inicialmente é feita uma tentativa de utilizar o modelo linear com erro normal  $\hat{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ , juntamente com o método dos mínimos quadrados (MQ) para estimativa do vetor  $\boldsymbol{\beta}$  dos coeficientes do modelo.

Na Tabela 3.3 tem-se os resultados fornecidos pelo software ARC. Nesta tabela são apresentadas as estimativas (Estimate) dos coeficientes dos fatores e das interações duplas, o erro-padrão (Std. Error) das estimativas, o quociente da estimativa pelo erro-padrão (Est/SE) e o P-valor correspondente à estatística de teste *t-student*.

Tabela 3.3 – Ajuste do Modelo da Média

Label	Estimate	Std. Error	Est/SE	P-valor
Constant	0,2476820000	0,0000604939	4094,330	0,0000
A	0,0000101094	0,0000604939	0,167	0,8680
B	-0,0000855156	0,0000604939	-1,414	0,1639
C	0,0000987344	0,0000604939	1,632	0,1092
D	0,0001417660	0,0000604939	2,343	0,0233
E	0,0000095469	0,0000604939	0,158	0,8753
AB	-0,0000556094	0,0000604939	-0,919	0,3626
AC	-0,0000032969	0,0000604939	-0,054	0,9568
AD	0,0000007344	0,0000604939	0,012	0,9904
AE	0,0001038910	0,0000604939	1,717	0,0924
BC	-0,0000520469	0,0000604939	-0,860	0,3939
BD	0,0001099220	0,0000604939	1,817	0,0755
BE	-0,0000055469	0,0000604939	-0,092	0,9273
CD	-0,0000748906	0,0000604939	-1,238	0,2217
CE	0,0000470781	0,0000604939	0,778	0,4403
DE	-0,0000111406	0,0000604939	-0,184	0,8547

Observa-se que o único termo significativo é  $D$ . Reajustando com este fator obtém-se o seguinte modelo:

$$\hat{y} = 0,247682 + 0,000141766D \quad (3.1)$$

A adequação do modelo e a existência de observações atípicas podem ser observadas com o gráfico de probabilidade normal dos resíduos. Na Figura 3.1 esse gráfico é apresentado, fornecido pelo software *ARC*. Observam-se pontos fora do alinhamento e observações atípicas. Por conseguinte, há indicação e de que o modelo é inadequado.

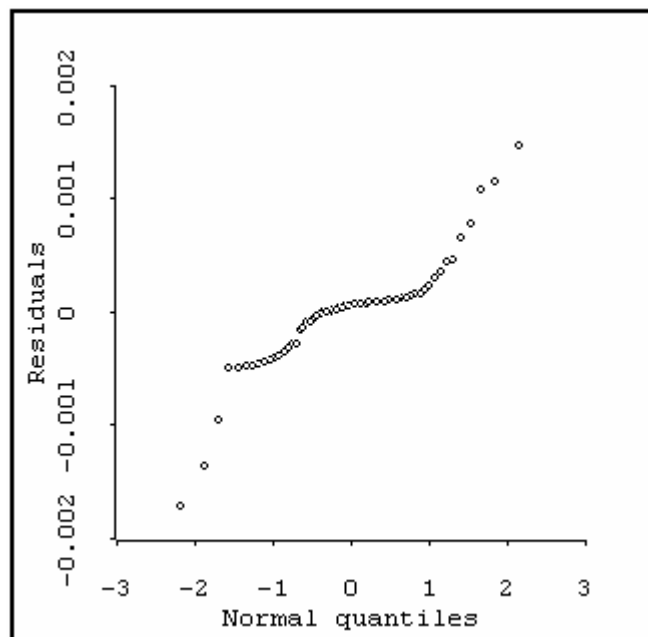


Figura 3.1 – Gráfico de Probabilidade Normal dos Resíduos.

Pode-se verificar se a variância é constante utiliza-se o gráfico dos resíduos *versus* valores ajustados. Na Figura 3.2 temos esse gráfico, fornecido pelo software *ARC*.

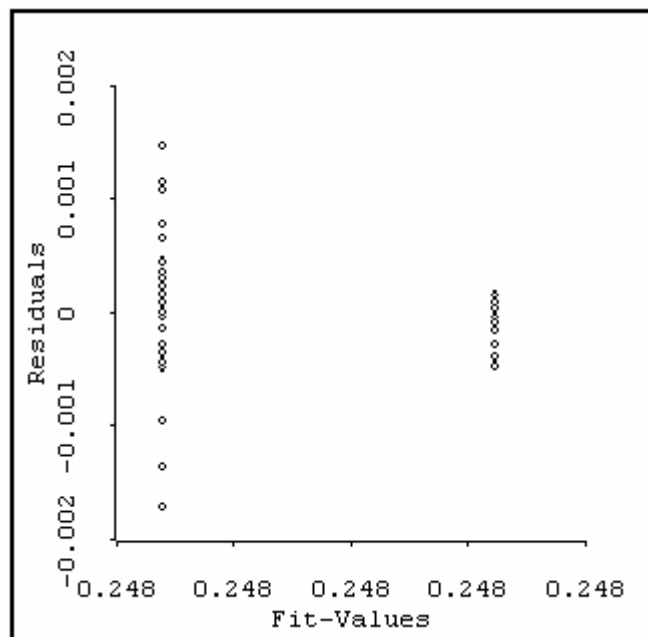


Figura 3.2 – Gráfico do Resíduo *versus* Valor Ajustado.

Observa-se que o espalhamento dos resíduos fica visivelmente menor com o aumento dos valores ajustados. Isto é um indício de que a variabilidade diminui quando o valor da média cresce. Por conseguinte, tem-se indicação de que a variância deste modelo não é constante e o modelo não deve ser considerado adequado. Como o único fator do modelo é  $D$ , isto é indicação de que a variância da média diminui quando o fator  $D$  muda de -1 para +1. Como há indicação de variância não é constante e depende de pelo menos um fator, o recomendado é utilizar os mínimos quadrados ponderados pelo inverso da variância da resposta. Para isto é necessário modelar a variância da média da resposta.

### 3.7.2

#### Modelo para a Variância da Média da Espessura

Para a modelagem da variância Myers e Montgomery (2002, pg 582) recomendam o uso dos modelos lineares generalizados (MLG), considerando a variável resposta com distribuição gama e a função de ligação logarítmica.

Como não temos replicação da resposta o método indicado para selecionar os fatores influentes (Myers *et al.*, 2002, pg 270) é o gráfico de probabilidade

normal do valor absoluto das estimativas dos coeficientes dividida pelo seu erro-padrão. Na Figura 3.3 é apresentado este gráfico.

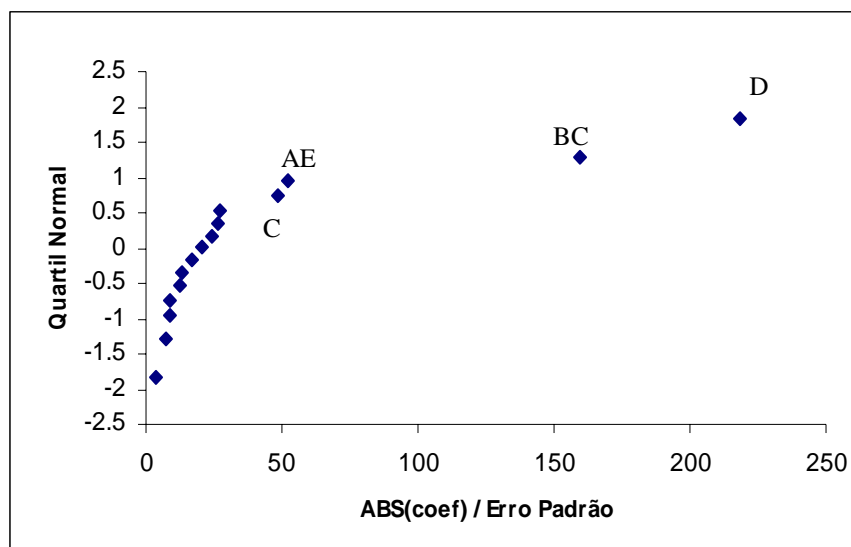


Figura 3.3 – Gráfico de Probabilidade Normal

O gráfico indica os fatores principais  $D$  e  $C$  e as interações  $BC$  e  $AE$  como sendo ativos.

Considerando estes termos obtém-se o seguinte modelo:

$$\hat{V}_m = \exp(-16,5737 - 0,380423 C - 1,65567 D - 1,15875 BC - 0,4046911 AE) \quad (3.2)$$

Como em regressão linear, nos MLG, resíduos também são utilizados para verificar a adequação do modelo.

Para os MLG, McCullagh e Nelder (1989), pág. 39 definem vários tipos de resíduos. Entretanto, Pierce e Schafer (1989), citados por Lee e Nelder (1998), mostraram que, para o caso das distribuições da família exponencial, o resíduo *deviance* é o que mais se aproxima da distribuição normal e recomendam o resíduo *deviance* para verificar a adequação do modelo. Esse tipo de resíduos é descrito a seguir.

### Resíduo *Deviance*

Para cada resposta  $y_i$  pode-se definir a *deviance*  $d_i = D_i(y_i, \hat{\mu}_i)$  onde

$$D(y_i, \hat{\mu}_i) = -2 \ln \left[ \frac{L(y_i, \hat{\mu}_i)}{L(y_i, y_i)} \right] = -2 [\ln L(y_i, \hat{\mu}_i) - \ln L(y_i, y_i)].$$

Como nos MLG a *deviance* é usada como medida de discrepância, então cada unidade  $i$  contribui com uma quantidade  $d_i$ , de tal modo que

$$\sum_1^n d_i = D(y_i, \hat{\mu}_i).$$

Define-se então o resíduo *deviance* correspondente a cada resposta:

$$r_{Di} = \text{sign}(y_i - \hat{\mu}_i) \sqrt{d_i}$$

A adequação do modelo e a existência de observações atípicas podem ser observadas com o gráfico de probabilidade normal dos resíduos *deviance*. Para o presente caso, apresentamos na Figura 3.4 esse gráfico, fornecido pelo software *ARC*.

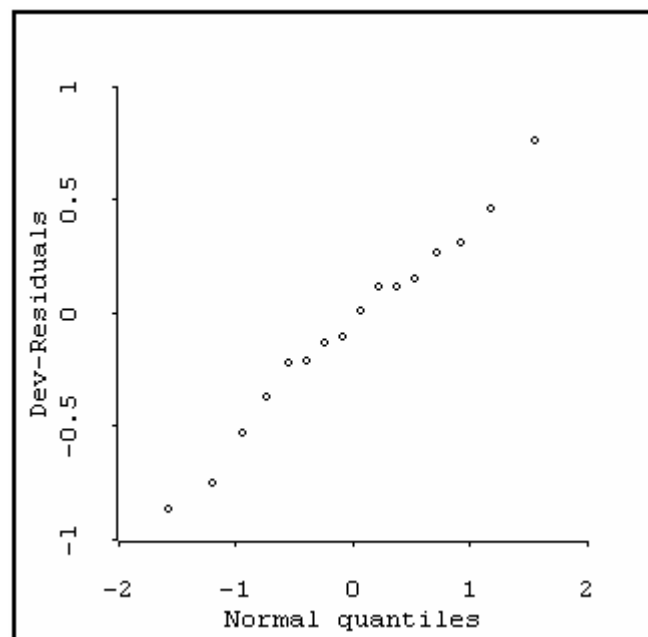


Figura 3.4 – Gráfico de Probabilidade Normal dos Resíduos *Deviance*

Não são observados pontos muito fora do alinhamento. Por conseguinte, não há indicação de observações atípicas nem de que o modelo seja inadequado.

A função de ligação é verificada através do gráfico dos resíduos *deviance* versus valores ajustados. Na Figura 3.5 temos esse gráfico, fornecido pelo software *ARC*.

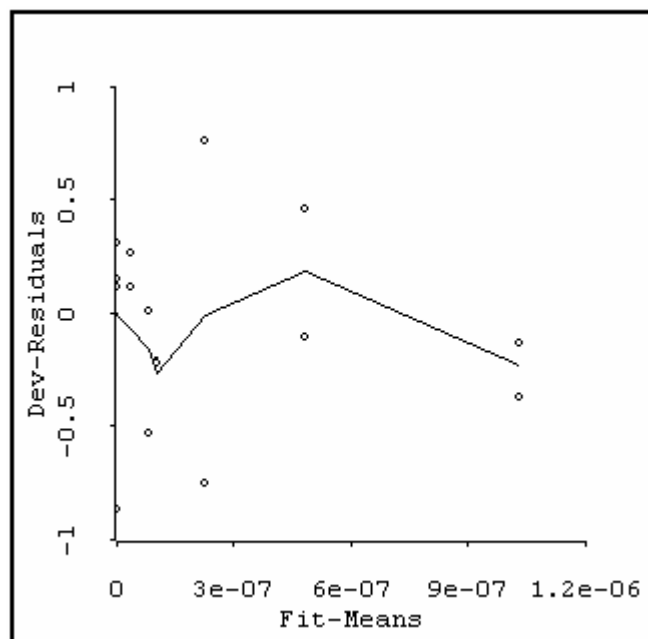


Figura 3.5 – Gráfico do Resíduo *Deviance* versus Valor Ajustado.

No gráfico em questão, os resíduos apresentam-se de forma desestruturada; isto é, eles não contêm nenhum padrão óbvio, apresentando-se aleatoriamente distribuídos. A linha resultante do amortecimento (*lowess*) é aproximadamente horizontal e próxima da reta horizontal de ordenada zero, indicando que a função de ligação é correta.

A linha de amortecimento *lowess* (*locally weighted scatterplot smoother*), ou linha amortecida, no gráfico de dispersão, localmente ponderada, é uma técnica de estatística não paramétrica, indicada para visualizar tendências nos dados no gráfico. Cook e Weisberg (1999) descrevem na pág. 220 como o software *ARC* constrói esta linha.



A função de variância é verificada através do gráfico do valor absoluto dos resíduos *deviance versus* valores ajustados. Na Figura 3.6 temos esse gráfico, fornecido pelo software *ARC*.

A função de variância geralmente é definida como uma função de potência da média:

$$\text{var}(\mu) = \mu^\lambda .$$

Para o caso da distribuição gama tem-se que  $\lambda = 2$ .

Quando a linha *lowess* cresce sistematicamente, da esquerda para a direita, com o aumento da média, indica que deve-se usar um maior valor para  $\lambda$  do que o valor correspondente à distribuição que foi usada no modelo, e quando decresce sistematicamente, indica a adequação de um menor valor para  $\lambda$ .

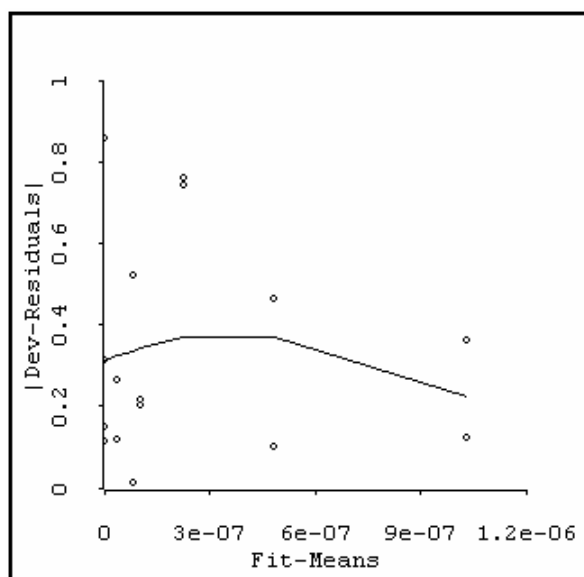


Figura 3.6 – Gráfico do Valor Absoluto do Resíduo *Deviance versus* Valor Ajustado

Para o gráfico em questão, a linha resultante do amortecimento (*lowess*) não apresenta um crescimento sistemático da esquerda para a direita. Portanto, não devemos considerar a função de variância incorreta. Conclui-se então que o modelo ajustado é adequado para representar a variância da média. Ajustando o

modelo para a média com os mínimos quadrados ponderados pelo inverso da variância da resposta, tem-se:

$$\hat{y} = 0,247673 + 0,000214739D \quad (3.3)$$

Na Figura 3.7 é apresentado o gráfico de probabilidade normal dos resíduos.

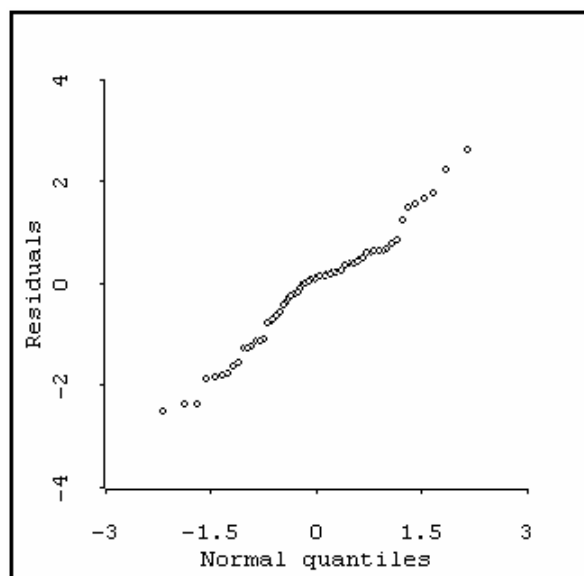


Figura 3.7 – Gráfico de Probabilidade Normal dos Resíduos *Deviance*

Não são observados pontos muito fora do alinhamento. Por conseguinte, não há indicação de observações atípicas nem de que o modelo seja inadequado.

Na Figura 3.8 é apresentado o gráfico dos resíduos *versus* valores ajustados.

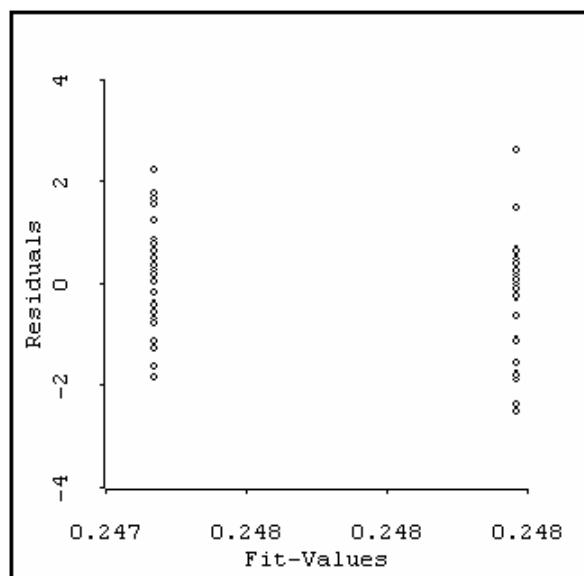


Figura 3.8 – Gráfico dos Resíduos *versus* Valores Ajustados

Não se observa que o espalhamento dos resíduos fica alterado com o aumento dos valores ajustados. Isto é um indício de que a variabilidade não se altera quando a média cresce.

### 3.7.3

#### Modelo para a Variância da Espessura

Como foi visto, para a modelagem da variância Myers recomenda-se o uso dos modelos lineares generalizados (MLG), considerando a variável resposta com distribuição gama e a função de ligação logarítmica.

Na Tabela 3.4 tem-se os resultados fornecidos pelo software ARC. Nesta tabela são apresentadas as estimativas (Estimate) dos coeficientes dos fatores e das interações duplas, o erro-padrão (Std. Error) das estimativas, o quadrado do quociente da estimativa pelo erro-padrão  $(Est/SE)^2$  e o P-valor correspondente a estatística de teste  $(Est/SE)^2$ , a qual, segundo Myers e Montgomery (1997), tem assintoticamente distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

Observa-se que os termos significativos são *C*, *D*, *E* e *AD*. Ajustando com os fatores considerados significativos, obtém-se o seguinte modelo:

$$\hat{V} = \exp(-14,2433 - 0,2453C - 0,3187D - 0,2987E - 0,3395AD) \quad (3.4)$$

Nas Figuras 3.9, 3.10 e 3.11 são apresentados os gráficos indicados para a verificação do modelo. Neles não se observa indicação de inadequação do modelo para a variância.

Tabela 3.4 – Ajuste do Modelo da Variância

Label	Estimate	Std. Error	(Est/SE) <sup>2</sup>	P-valor
Constant	-14,29180	0,110283	16794,0993	0,0000
A	-0,10405	0,110283	0,8902	0,3454
B	0,12777	0,110283	1,3423	0,2466
C	-0,25565	0,110283	5,3738	0,0204
D	-0,30642	0,110283	7,7202	0,0055
E	-0,30327	0,110283	7,5622	0,0060
AB	-0,00223	0,110283	0,0004	0,9839
AC	0,05190	0,110283	0,2215	0,6379
AD	-0,36083	0,110283	10,7052	0,0011
AE	-0,13239	0,110283	1,4410	0,2300
BC	-0,05789	0,110283	0,2755	0,5997
BD	-0,17140	0,110283	2,4154	0,1201
BE	-0,00095	0,110283	0,0001	0,9931
CD	0,11143	0,110283	1,0210	0,3123
CE	0,05393	0,110283	0,2391	0,6249
DE	-0,07902	0,110283	0,5134	0,4736

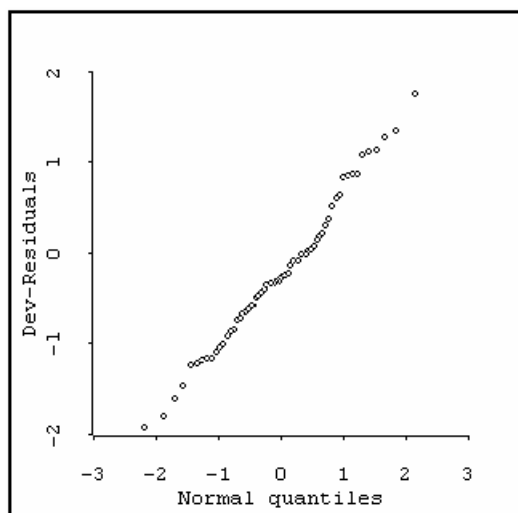


Figura 3.9 – Gráfico de Probabilidade Normal

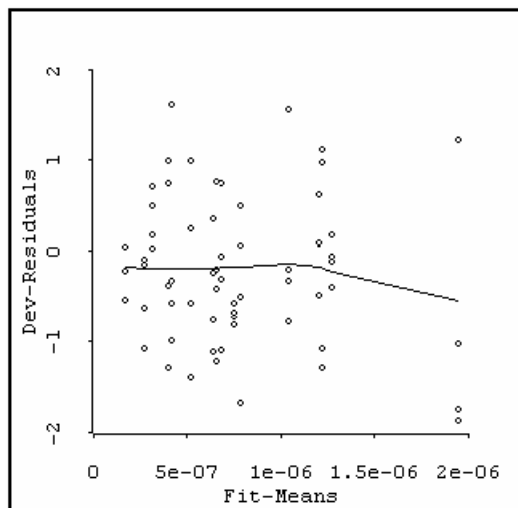


Figura 3.10 – Gráfico do Resíduo *Deviance* versus Valor Ajustado

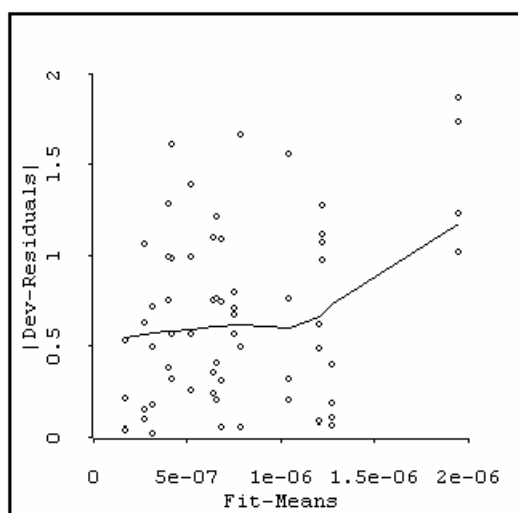


Figura 3.11 – Gráfico do Valor Absoluto do Resíduo *Deviance* versus Valor Ajustado

### 3.8

#### Recomendações

Nesta seção são feitas recomendações sobre os níveis dos cinco fatores, tendo em vista um valor médio para a espessura que se aproxime ao máximo do valor nominal de 0,248 mm com variância mínima.

O modelo escolhido para a média da espessura foi:

$$\hat{y} = 0,247673 + 0,000214739D$$

Dentro do espaço da variável que representa o fator  $D$ , o valor (+1) corresponde a  $\hat{y} = 0,247888$ , que é o valor da média que mais se aproxima do valor nominal de 0,248.

O modelo escolhido para a variância da média da espessura foi:

$$\hat{V}_m = \exp(-16,5737 - 0,380423C - 1,65567D - 1,15875BC - 0,4046911AE)$$

ou

$$\hat{V}_m = \exp(-16,5737 - [0,380423 + 1,15875B]C - 1,65567D - 0,4046911AE)$$

Cabe lembrar que o fator  $C$  varia em torno do valor especificado, constituindo um fator de “ruído” adicional para a variância. Observando o modelo para a variância da média vê-se que o fator  $B$  não é ativo, embora sua interação com  $C$  ( $BC$ ) o seja.

Portanto, para reduzir a influência do ruído provocado pelo fator  $C$  basta que

$$B = -\frac{0,380423}{1,15875} = -0,33$$

Este valor de  $B$  corresponde a uma redução de 31% na cadeira 5. (ver Item 3.2)

O modelo escolhido para a variância da espessura foi:

$$\hat{V} = \exp(-14,2433 - 0,2453C - 0,3187D - 0,2987E - 0,3395AD).$$

Este modelo indica que, para se obter variância mínima deve-se fazer (dentro do espaço das variáveis que representam os fatores) com que os fatores  $A$ ,

$C$ ,  $D$ , e  $E$ , sejam ajustados para seus níveis mais altos (+1), o que corresponde a  $\hat{V} = 1,9594E - 07$ .

Portanto, os valores recomendados para os níveis dos fatores são:

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
+1	-0,33	+1	+1	+1

### 3.9

#### Validação do Modelo

Com objetivo de validar o modelo foi então realizada uma nova rodada do experimento envolvendo mais (04) bobinas, onde cada fator foi ajustado conforme o que sugere o modelo. A tabela 3.5 mostra o quadro de sinais representando os níveis dos fatores para validação do modelo, e a resposta (variância da espessura) para cada bobina na validação do modelo.

Tabela 3.5 – Rodada extra para validação do modelo

Item Bobina	A	B	C	D	E	Resposta
743493-100	+	+	+	+	+	1,72567E-07
743493-400	+	+	+	+	+	2,58057E-07
743493-500	+	+	+	+	+	1,28241E-07
743493-600	+	+	+	+	+	1,0574E-07

O modelo sugerido é uma função exponencial, com auxílio de uma planilha Excel é possível calcular o valor da variância através do modelo codificado. Para tal basta fazermos igual a 1 os coeficientes que compõe o modelo lavando-se em conta os sinais de (+ ou -) que representam os níveis de cada fator. Analisando o resultado obtido pelo modelo podemos concluir que o valor é perfeitamente compatível com os obtidos para cada bobina na rodada extra de validação do mesmo. Um resultado acima do valor sugerido pelo modelo é aceitável, uma vez que os valores estão bem abaixo dos limites de especificação do produto exigido pelo cliente. A tabela 3.6 mostra o resultado obtido pelo modelo, e o valor da variância para cada bobina referente à rodada extra de validação.

Tabela 3.6 – Análise comparativa entre o valor calculado e rodada extra de validação

				Rodadas de validação			
1	-14,2433	-14,2433	se	0,000415412	0,000507993	0,000358108	0,000325176
1	-0,2453	-0,2453	var	1,72567E-07	2,58057E-07	1,28241E-07	1,0574E-07
1	-0,3187	-0,3187					
1	-0,2987	-0,2987					
1	-0,3395	-0,3395					
		-15,4455					
	Var=	1,95932E-07					

Por outro lado, um trabalho mais elaborado sugere um ajuste dos fatores para aproximar a variável resposta do seu valor alvo, e minimizar os efeitos de ruído provocados pela oscilação da tensão entre as cadeiras 4 e 5. Uma nova rodada do experimento foi realizada, nesta rodada o fator B (redução cadeira 5) que não tem significância no modelo e portanto pode ser alterado, foi ajustado com objetivo de minimizar o ruído (tensão 4/5) fator C. O valor sugerido pelo modelo foi uma redução de 31% na cadeira 5. As tabelas 3.7 e 3.8 apresentam os resultados da variância da espessura para a rodada de validação do modelo e 1ª rodada quando foi realizado o experimento. Pode ser notado que houve uma melhora na variação da espessura expressa pela sua variância.

Tabela 3.7 – Variância da Espessura com redução da cadeira 5 em 31%

Item Bobina	A	B	C	D	E	Resposta
742333-500	+	31%	+	+	+	7,39799E-08
742333-600	+	31%	+	+	+	1,67262E-07
742333-700	+	31%	+	+	+	6,40595E-08
742333-800	+	31%	+	+	+	1,66714E-07

Tabela 3.8 – Variância da Espessura referente a 1ª rodada do experimento

Item Bobina	A	B	C	D	E	Resposta
722881-700	+	+	+	+	+	9,57019E-08
722881-800	+	+	+	+	+	1,37725E-07
722882-100	+	+	+	+	+	1,81289E-07
722883-100	+	+	+	+	+	1,80333E-07



No ajuste da redução da cadeira 5 em 31 %, fator B as tabelas 3.9 e 3.10 mostram os valores da variância da tensão 4/5, fator C para rodada extra de validação do modelo e a 1ª rodada do experimento. Pode ser notado que o ajuste da redução da cadeira 5 em 31% minimiza a variância da tensão entre as cadeiras 4 e 5.

Tabela 3.9 – Variância da tensão com redução da cadeira 5 em 31%

<b>Item Bobina</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>Resposta</b>
<b>742333-500</b>	+	31%	+	+	+	<b>0,0077582</b>
<b>742333-600</b>	+	31%	+	+	+	<b>0,0057575</b>
<b>742333-700</b>	+	31%	+	+	+	<b>0,0134859</b>
<b>742333-800</b>	+	31%	+	+	+	<b>0,0268031</b>

Tabela 3.10 – Variância da tensão referente a 1ª rodada do experimento

<b>Item Bobina</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>Resposta</b>
<b>742333-500</b>	+	+	+	+	+	<b>0,01846</b>
<b>742333-600</b>	+	+	+	+	+	<b>0,01470</b>
<b>742333-700</b>	+	+	+	+	+	<b>0,02851</b>
<b>742333-800</b>	+	+	+	+	+	<b>0,03064</b>