

# 1

## Introdução

Há muito tempo o projeto de mecanismos de leilão vem sendo estudado pela comunidade de Economia. Com o recente crescimento do comércio eletrônico, principalmente devido à expansão da Internet e dos leilões de alto cacife, tais como o leilão de ações do Google e os leilões de banda da FCC (a comissão federal de comunicações dos Estados Unidos) este tema ganhou a atenção de pesquisadores de Ciência da Computação. Devido à transparência obtida com o uso de leilões eletrônicos, algumas licitações para a contratação de serviços pelo poder público no Brasil outrora realizadas pelos métodos tradicionais, estão sendo substituídas pelos leilões eletrônicos através do sistema ComprasNet.

Dentre os diversos tipos de leilões existentes, é dado destaque a um tipo de leilão onde diversos bens são postos simultaneamente a venda e os consumidores estão interessados em todos os bens, com a restrição de que nenhum participante pode adquirir mais de um bem. Este tipo de leilão, que está definido mais a frente, é conhecido como **Leilão de Demanda Unitária**.

Ao longo deste trabalho, assumimos a hipótese de que os consumidores são racionais, significando, informalmente, que jamais tomarão um curso de ação que não possa lhes trazer benefício. Apesar da hipótese de racionalidade, é possível que um consumidor realize uma ação arriscada, com grandes chances de prejuízo, desde que ela possa, mesmo que com baixa probabilidade, ser lucrativa.

Normalmente, quando pensamos em um mecanismo de leilão o primeiro objetivo que temos em mente é a maximização do lucro, da receita. Embora este seja de fato um dos principais objetivos de qualquer mecanismo de leilão, nem sempre ele é o objetivo primordial. Existe um outro conceito relativo ao mundo dos leilões conhecido como a **eficiência econômica** e, dependendo do tipo de leilão, maximizar sua eficiência econômica pode ser mais importante que maximizar a receita. Para entendermos como se calcula a eficiência econômica de um leilão, é preciso antes explicar o que é a **avaliação** de um consumidor por um bem.

A avaliação de um consumidor por um bem é o valor que este consumidor realmente acha que vale o bem, isto é, o maior valor que o consumidor estaria disposto a pagar pela obtenção do bem. A eficiência econômica de um leilão tem uma relação direta com a avaliação dos consumidores pelos bens adquiridos, mais especificamente, a eficiência econômica de um leilão é igual à soma das avaliações de cada consumidor pelo conjunto de bens que lhe foi alocado no leilão. Embora possa parecer que há uma estreita ligação entre a receita e a eficiência econômica de um leilão, isto não é verdade. Dependendo do mecanismo utilizado e dos lances feitos, tanto é possível que tenhamos um leilão com uma ótima receita porém economicamente ineficiente, quanto um leilão economicamente eficiente porém com uma péssima arrecadação.

Um ponto, no entanto, ainda não foi esclarecido: *Qual a razão de se preocupar com a eficiência econômica de um leilão?* A resposta para esta pergunta é que a eficiência econômica de um leilão tem uma relação direta com a capacidade de investimentos daqueles que saem vencedores do leilão. Quando o governo, por exemplo, está interessado em conceder uma via pública para ser explorada pela iniciativa privada, ele não está interessado somente no lucro que irá obter com a concessão. Ele está, ou deveria estar, mais interessado na capacidade de investimento da empresa que receber a concessão. Exatamente por causa dessa ligação da eficiência econômica com a capacidade de investimentos, ela também é conhecida como a função social de um leilão.

Outra questão interessante é: *Como determinar a eficiência econômica de um leilão?* A resposta para esta pergunta é que, infelizmente, usando métodos tradicionais é muito difícil, quase impossível, determinar a eficiência econômica de um leilão, mesmo que se tenha acesso a todos os lances/propostas feitos, pois para se determinar a eficiência econômica é necessário conhecer a real avaliação dos consumidores pelos bens, o que pode não se refletir nos valores dos lances realizados. O motivo pelo qual pode não ser possível determinar as avaliações tendo como base os lances, é que, por considerarmos que os consumidores são racionais, eles certamente realizarão ofertas com valores distintos das suas avaliações quando assim lhes for conveniente.

Há uma classe de mecanismos de leilão, no entanto, a classe dos mecanismos reveladores, que torna possível, sob a hipótese de racionalidade citada anteriormente, determinar as reais avaliações dos consumidores pelos bens. Um mecanismo é dito revelador quando a melhor estratégia para os consumidores é falar a verdade, ou seja, se um mecanismo é revelador, sob nenhuma hipótese poderá um consumidor beneficiar-se por realizar lances

que não sejam exatamente iguais às suas avaliações. Por considerarmos que os consumidores são racionais, eles sempre falarão a verdade quando estiverem participando de um leilão com mecanismo revelador.

Algo que precisa ser definido mais claramente é o objetivo dos consumidores. Evidentemente, o objetivo de cada consumidor é maximizar seu próprio lucro. *Mas o que vem a ser o lucro de um consumidor?* Se considerarmos duas possíveis saídas de um leilão, onde na primeira João compra uma raquete de tênis por \$20,00 e na segunda ele compra a mesma raquete por \$40,00, é evidente que na primeira saída João obtém um lucro maior. *Mas de quanto exatamente é este lucro?* Digamos que numa terceira saída possível, João não compra nenhuma raquete. *Qual a melhor saída para João: a primeira ou a terceira?* E se tivermos uma quarta saída possível, aonde João compra um modelo mais avançado de raquete por \$50,00. *Qual a melhor saída agora?*

As respostas para todas as perguntas feitas no parágrafo anterior dependem da avaliação de João por cada uma das raquetes. Se ele acredita que a raquete simples vale \$15,00 e a avançada, \$40,00, então a terceira saída, aquela em que ele não compra nenhuma das duas, é a mais vantajosa. Entretanto, se para João as raquetes valem \$30,00 e \$70,00, então a quarta saída passa a ser a mais lucrativa. Para podermos definir qual a melhor saída para um consumidor, precisamos entender como é feito o cálculo do lucro de um consumidor: *O lucro de um consumidor é igual à avaliação do consumidor pelo conjunto de bens adquiridos em um leilão subtraída do preço total pago por estes bens.*

Devido às propriedades dos mecanismos reveladores, existe uma atenção natural da comunidade científica devotada ao projeto desta classe de mecanismos. No projeto de mecanismos reveladores três fatores são fundamentais: a receita, a eficiência econômica e a complexidade computacional.

A importância da complexidade computacional é garantir que o mecanismo projetado é viável do ponto de vista prático, dado que seria inútil projetar um mecanismo que obtém ótima receita e possui uma alta eficiência econômica se o tempo para executá-lo fosse absurdamente grande. A complexidade computacional de mecanismos de leilão normalmente é medida em função do número de consumidores, de bens e de lances. Ela tem uma relação direta com a quantidade de passos computacionais necessários para se executar o mecanismo no pior caso. O desejável, assim como ocorre para qualquer projeto de algoritmo, é que a complexidade computacional do mecanismo projetado seja um polinômio de baixo grau, preferencialmente utilizando apenas o número de consumidores e de bens disponíveis como variáveis do polinômio.

Deve-se, com raras exceções, evitar mecanismos cuja complexidade computacional seja uma função exponencial.

Tanto a receita quanto a eficiência econômica de mecanismos de leilão são medidas em relação a algumas métricas bastante conhecidas. Uma dessas métricas, provavelmente a mais comum delas, é a receita máxima que poderia ser obtida por um vendedor onisciente, isto é, um vendedor que conhece as avaliações de todos os consumidores por qualquer bem ou conjunto de bens. Esta receita é normalmente referida como a receita ótima de um leilão. Outra métrica utilizada, mas não tão comum, é a receita máxima de preço único, que vem a ser a maior receita que poderia ser obtida caso para cada produto só houvesse duas opções: vendê-lo por um preço fixo, igual ao de todos os demais bens vendidos, ou não vendê-lo. O cálculo dessas duas métricas dependem das avaliações dos consumidores o que, mais uma vez, reforça a importância dos mecanismos reveladores.

## 1.1

### Resultados Obtidos

Diferentemente dos trabalhos recentes sobre mecanismos de leilão, projetamos um arcabouço para o desenvolvimento de mecanismos reveladores aleatorizados, que buscam maximizar simultaneamente tanto a receita quanto a eficiência econômica. O caminho empregado para o desenvolvimento dos mecanismos consiste em dividir os consumidores, aleatoriamente, em dois grupos, usando os lances dos consumidores de um grupo para estimar o número de itens que deve ser vendido aos integrantes do outro grupo. Em seguida, é utilizada uma variação do mecanismo Vickrey-Clarke-Groves, ou VCG, (17, 03, 07), para a qual é passada o número de itens que devem ser vendidos, para decidir tanto os preços quanto a alocação dos bens. Fazendo ajustes na estimativa do número de bens que devemos vender, podemos obter um mecanismo orientado à receita ou à eficiência econômica. É interessante salientar que, ao invés de preços de reserva, os mecanismos projetados utilizam como parâmetro o número de bens que deve ser vendido.

Uma implementação voltada à eficiência resulta em um mecanismo que alcança receita a um fator constante multiplicado por  $\ln(s)$  da receita ótima e eficiência econômica a um fator constante da eficiência econômica máxima (que é igual, em termos absolutos, a receita ótima), onde  $s$  é a menor dentre as quantidades de bens e de consumidores. Por outro lado, quando a implementação é direcionada a favorecer a receita, obtemos um mecanismo que alcança receita e eficiência econômica a um fator constante da receita ótima de preço único, que, como está provado mais adiante, é um limite melhor

do que a receita ótima dividida por  $\ln(s)$ . A probabilidade destes mecanismos não alcançarem as propriedades aqui citadas decai exponencialmente a medida que cresce a competitividade dos lances. A competitividade de um conjunto de lances está formalizada mais adiante, porém, em termos simples, ela se refere à disparidade existente entre os lances, sendo que, quanto mais homogêneos são os lances, maior é a competitividade. Finalmente, cabe ressaltar que a otimização de constantes não é um dos objetivos deste trabalho.

## 1.2

### Organização da Tese

No Capítulo 2, são apresentados diversos tipos de leilões, tanto unitários, onde existe um único bem a venda quanto leilões de múltiplos bens. Neste capítulo, também são descritos alguns dos mecanismos de leilão mais comuns, incluindo o mecanismo Vickrey, ou leilão de segundo preço (17) para leilões unitários e sua versão generalizada para leilões de múltiplos bens, o mecanismo VCG (17, 03, 07).

No Capítulo 3, é descrito como podemos utilizar grafos para representar um leilão de demanda unitária, que é o foco principal deste trabalho. É apresentada uma breve introdução à teoria de grafos e são exibidos alguns algoritmos de redes de fluxo que são capazes de implementar mecanismos de leilão.

Uma família de mecanismos reveladores para leilões de demanda unitária é apresentada no Capítulo 4. O conteúdo deste capítulo é quase totalmente derivado de (02). Em seguida, no Capítulo 5, são apresentados resultados experimentais utilizando a família de mecanismos descrita no capítulo anterior bem como alguns dos mecanismos descritos no Capítulo 2. Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões deste trabalho.