

### 3. Problemas de Roteirização

Para Ballou (2001), a roteirização é a atividade que tem por fim buscar os melhores trajetos que um veículo deve fazer através de uma malha. Esta busca, que geralmente tem como objetivo minimizar o tempo ou a distância, é uma decisão freqüente na logística empresarial.

Atuar na decisão de roteirização não significa atuar somente sobre o transporte: a extensão do tempo em que o produto está em trânsito influencia no total de estoque da cadeia, além do número de embarques que um veículo pode realizar num determinado período de tempo, e por fim uma boa escolha das rotas pode melhorar o nível de serviço prestado ao cliente. Estas considerações feitas por Ballou (2001) demonstram a abrangência do potencial impacto da roteirização.

Seguramente, a otimização da função de transportes está intrinsecamente ligada à redução do custo logístico total. Segundo Lima (2006,) transportes significam 59,5% dos custos logísticos no Brasil.

Sem dúvida a representatividade agregada do transporte é elevada. A distribuição final de pequenos lotes de transporte com distâncias curtas e para transportar produtos acabados ou semi-acabados é a vocação fundamental do transporte rodoviário. Desta forma, o custo de distribuição possui um peso relevante na composição dos custos de transporte, dado que o custo por unidade transportada por distância<sup>2</sup> no modal rodoviário é 4,4vezes maior do que o modal ferroviário, 14 vezes maior do que o modal aquaviário, e mais barato do que o modal aéreo em 3,3 vezes, todos os custos medidos numa relação de custo por quantidade transportada por distância (BALLOU, 1993).

---

<sup>2</sup> No tratamento de custos de transporte a unidade de medida comumente utilizada é a que relaciona o preço do transporte dividido pelo total de carga transportada e pela distância total transportada. Utilizando para preço o símbolo “\$”, para carga transportada a abreviação de tonelada (ton) e para distância km, a fórmula é: custo = \$ / (ton \* km).

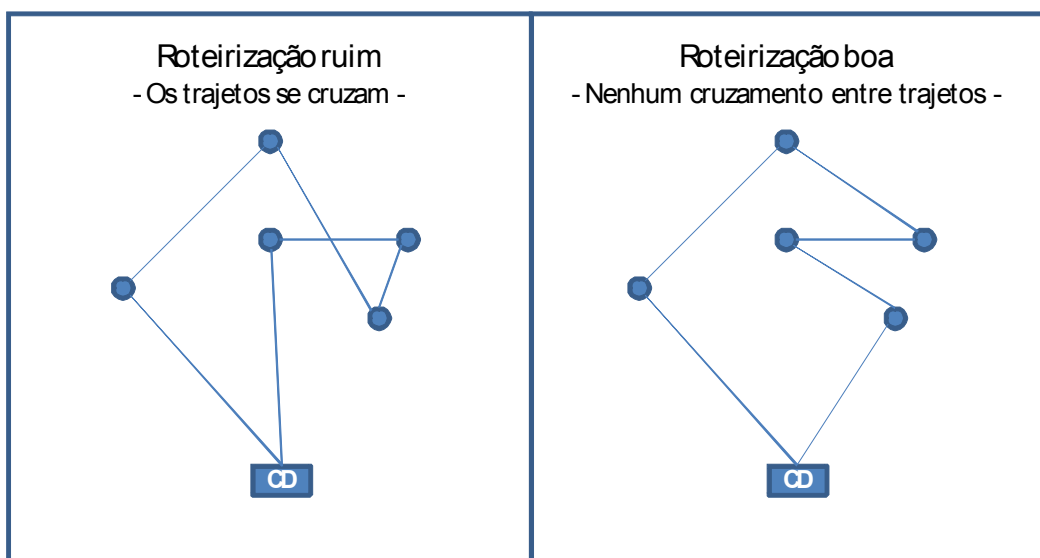
Segundo Lima (2006), no Brasil esta mesma relação tendo o custo do modal rodoviário como referência é da seguinte ordem:

- 6,1 vezes maior do que o ferroviário;
- 3,0 vezes maior do que o aquaviário;
- 8,2 vezes menor do que o aéreo.

Considerando que a participação do modal aéreo no total de carga transportada é muito pequena, o transporte rodoviário é o de maior custo absoluto (LIMA, 2006).

Para Ballou (1993), as decisões operacionais do transporte de distribuição concentram-se na utilização da frota. Assim, a melhor utilização da frota é traduzida na necessidade de um menor número de veículos e em menores custos operacionais. Ainda para Ballou (1993) a decisão das melhores rotas passa por definir em uma rede de vias os caminhos mais curtos, de menor tempo ou uma combinação destes.

Segundo Ballou (2001), utilizar o racional humano para determinar roteiros já agrega alguns resultados positivos, como por exemplo, evitar que rotas se cruzem ou que o formato da rota seja abaulado, convergindo para um formato de gota, quando possível. Na Figura 6 representa-se o efeito do cruzamento.



**Figura 6** – Exemplo de paradas boas e ruins (BALLOU, 2001).

Porém, apesar de o bom senso levar a resultados simples com alguma eficiência, o aumento da complexidade, em termos de restrições de velocidade, tempos de paradas, número de pontos, passa a exigir métodos não necessariamente muito elaborados, mas sim o apoio de sistemas computacionais como ferramenta para o aumento de eficácia (BALLOU, 1993).

Segundo Golden e Assad (1986), aplicações de sistemas de roteirização captaram reduções de custos de transporte na ordem de 15% em empresas como Du Pont e Chevron.

Apesar dos benefícios, poucas empresas aplicam os conceitos de roteirização, apesar dos estudos desta disciplina remeterem ao final da década de 50. Já em 1959, Dantzig e Ramser buscavam desenvolver um método matemático para solução de um problema de roteirização. A importância deste método no ambiente de estudos de roteirização é tamanha que mesmo em estudos mais recentes, como por exemplo, Waters (1984) em **Vehicle Scheduling Revisited**, o método de Dantzig e Ramser ainda é mencionado.

Não muito distante de Dantzig e Ramser, em 1964 dois outros pesquisadores, Clarke e Wright publicam um estudo utilizando os mesmos conceitos dos precursores e tornam o problema mais simples para aplicação (CLARK e WRIGHT, 1964)

Desde então a evolução e criação de novos métodos foi crescente. Segundo Waters (1984), desde a formulação de Dantzig e Ramser muitas abordagens para o sequenciamento de veículos foram desenvolvidas. Ainda segundo o mesmo autor, estes métodos heurísticos apresentam bons resultados, pois uma solução exata é impraticável para um problema real. Por este motivo Waters (1984) cita a dificuldade de comparar métodos heurísticos entre si, dado que pela natureza, cada solução tende a ser melhor para um determinado tipo de problema.

Exatamente por cada tipo de problema apresentar suas particularidades, no próximo tópico desta revisão bibliográfica são apresentados os conceitos básicos e os principais parâmetros que caracterizam um problema de roteirização de

veículos. Desta caracterização, são apresentadas suas extensões, de acordo com os seguintes parâmetros: função objetivo, restrições, variáveis de decisão e hipóteses.

A seguir, são apresentadas as classificações dos problemas de roteirização de veículos segundo Bodin (1990), Assad e Golden (1988), Clark e Wright (1964), Koskosidis e Powell (1992), Salhi e Rand (1997) e Silva (2007).

### **3.1 Conceitos e Parâmetros do Problema Básico de Roteirização**

O problema básico de roteirização de veículos pode ser entendido a partir da necessidade de atender um conjunto de clientes dispersos geograficamente com demandas conhecidas partindo de um depósito central (BODIN, 1990). Este problema ignora uma série de restrições que são geralmente encontradas em problemas reais.

Tendo em vista o grande número de situações práticas que dão origem aos problemas de roteirização de veículos, o problema básico de roteirização de veículos é a essência de todos os problemas de roteirização de veículos.

Os problemas de roteirizações de veículos podem ser classificados em diversas categorias e tipos. Os vários problemas diferem entre si em aspectos relacionados ao tipo de operação, ao tipo de carga, ao tipo de frota utilizada, a localização dos clientes, ao tipo de restrições, ao tipo de função objetivo, entre outros fatores.

A partir do levantamento bibliográfico realizado neste trabalho foi possível detalhar as principais variantes do problema de roteirização de veículos. Estes parâmetros foram classificados em quatro categorias, conforme notação adotada por Silva (2007): função objetivo, restrições, variáveis de decisão e hipóteses/recursos, e/ou características do problema.

**i) Função Objetivo**

- ✓ Minimizar os custos totais de distribuição através de utilizar mais os ativos disponíveis e diluir os custos fixos (custos de capital do veículo, salários de motoristas, e outras despesas eventuais como licenciamento, seguros, taxas etc.) e circular o menos possível para incrementar o menos possível os custos variáveis (custos operacionais do veículo que variam conforme a distancia como, por exemplo, combustível e pedágio);
- ✓ Minimizar a distancia total percorrida;
- ✓ Minimizar o número de veículos.

**ii) Restrições**

## Restrições dos veículos

- ✓ Limite de capacidade dos veículos – tonelagem ou m<sup>3</sup>;
- ✓ Limite com relação ao tipo de carga dos veículos – existe uma especialização dos veículos para transporte de graneis sólidos, graneis líquidos, carga paletizada, etc;
- ✓ Operação de carga e descarga dos veículos;
- ✓ Numero e tipo de veículos disponíveis.

## Restrições com os clientes

- ✓ Agenda de horário para recebimento/ coleta;
- ✓ Atendimento total ou parcial das demandas;
- ✓ Tempo máximo permitido para carga e descarga;
- ✓ Necessidade ou restrição de serviço em algum dia específico da semana;
- ✓ Disponibilidade de área para estacionamento do veículo.

## Restrições das rotas

- ✓ Horário de inicio e termino das viagens;
- ✓ Tempo máximo de viagem de um veículo;

- ✓ Distancia máxima percorrida;
- ✓ Locais de parada fixas etc.

### *iii) Variáveis de Decisão*

- ✓ Quantos veículos serão utilizados;
- ✓ Roteiro a ser percorrido por cada veículo;
- ✓ Qual veículo será designado para cada cliente;
- ✓ Qual a quantidade de carga transportada para cada cliente da rota;
- ✓ Tempo de início de atendimento do primeiro cliente da rota.

### *iv) Características do Problema*

#### Tipo de operação

- ✓ Coleta;
- ✓ Entrega;
- ✓ Coleta e entrega simultaneamente;

#### Tipo de carga

- ✓ Única ou carga de lotação;
- ✓ Múltiplas cargas ou carga fracionada.

#### Tipo de demanda

- ✓ Determinística;
- ✓ Estocástica.

#### Tamanho da frota

- ✓ Limitada;
- ✓ Ilimitada.

#### Tipo da frota

- ✓ Homogênea;
- ✓ Heterogênea.

#### Deposito e localização de veículos

- ✓ Um único depósito;
- ✓ Vários depósitos;
- ✓ Quantidade de produtos disponíveis no depósito central para entrega aos clientes;
- ✓ Numero de bases de origem e destino dos veículos.

#### Jornada de trabalho

- ✓ Duração;
- ✓ Horário de almoço e outras interrupções;
- ✓ Permissão para viagem com mais de um dia de duração;

### **3.2 Classificação do Problema de Roteirização Segundo Alguns Autores**

#### **3.2.1 Aspectos de Roteirização segundo Bodin**

Para Bodin (1990), são muito simplificados os problemas descritos na literatura com relação ao que ocorre na prática, como por exemplo, veículos com capacidade idêntica e com base na mesma origem (CD) e o único objetivo sendo o de minimizar o tempo total das rotas.

Nestes problemas, cita o autor, os locais de entregas não possuem janela de entrega ou restrição de tipos de veículos que podem atender determinadas localidades e os motoristas ou a tripulação sem restrições de tempo de trabalho. Sendo assim, Bodin (1990) afirma que estas soluções não são práticas e nem podem ser implementadas sem revisões dos operadores dos sistemas de roteirização.

Bodin (1990) descreve as seguintes características para definir um problema de roteirização:

##### *i) Múltiplos tipos de veículos*

Deve ser definida a capacidade limite superior dos veículos por tipo, além da quantidade total de veículos também por tipo

**ii) *Relação entre locais de entrega e veículos***

Trata-se da lista que define a relação entre quais tipos de veículos podem atender determinadas regiões. Para Bodin (1990), esta restrição é relevante para atender aos aspectos tais como clientes que possuem restrições físicas em suas instalações e não possam receber determinados tipos de veículos de grande porte e restrições de tráfego com determinados veículos em áreas urbanas.

**iii) *CD – único ou multi***

Segundo Bodin (1990), apesar da existência de alguns algoritmos que resolvem este tipo de problema, esta ainda não é uma avaliação comum.

Trata-se de uma restrição importante quando os armazéns possuem capacidades distintas e também uma definição do local de estacionamento do veículo (ponto para o qual o veículo deverá retornar após uma jornada de trabalho).

**iv) *Janela de entrega***

Para Bodin (1990), existem locais com restrições de janela de entrega que podem ser de faixa de horários ou até mesmo de horário específico. O autor afirma que quando a janela é perdida, o algoritmo associa uma penalidade relativa ao número de minutos de atraso. Apesar do grande impacto que a inexistência desta restrição pode trazer na prática, o autor afirma que poucas são as pesquisas associadas para desenvolver esta questão.

**v) *Tempo em rota***



Para o autor, os veículos geralmente possuem a mesma restrição do tempo em rota.

#### **vi) Função objetivo**

Para Bodin (1990), usualmente a função objetivo é minimizar a combinação ponderada entre as penalidades pelo não cumprimento das janelas de entrega (restrição de serviço) e/ou o não cumprimento de outra restrição, e os custos operacionais da frota.

Ainda para Bodin, existem outras maneiras de considerar a função objetivo. É possível considerar objetivos diferentes em uma mesma função objetivo, tratados de forma hierárquica ou de forma concorrente.

Estas características dos problemas de roteirização praticamente inviabilizam as soluções otimizantes. Segundo Bodin (1990), por conta desta elevada complexidade, as soluções heurísticas são utilizadas. Nesta linha o autor propõe um método heurístico genérico de solução do problema de roteirização, descrito a seguir.

O método sugerido por Bodin (1990) parte do princípio que existe uma frota uniforme de  $K$  veículos de capacidade idêntica.

- Passo 1 – Especificar  $K$ : determinar as características do veículo em termos de capacidade
- Passo 2 – Construção do roteiro: o conceito utilizado pelo método proposto por Bodin (1990) determina o mesmo número de rotas, quanto sejam os veículos disponíveis ( $K$  rotas). Os pontos vão ser agregados a cada uma das  $K$  rotas construindo *clusters* de entregas. Segundo Bodin (1990, pp. 575), esta rotina pode ser realizada por um método heurístico de “inserção simples”, ou seja, trata-se de uma solução de natureza seqüencial que, a cada iteração, realiza a inserção de um ponto de cada vez nos possíveis  $K$  *cluster*. Outra

possibilidade é resolver a alocação dos pontos aos *clusters* através de problemas matemáticos de clusterização não sequenciais. Quando as soluções de agregação dos pontos em *cluster* não conduzem à solução do sequenciamento dos veículos, deve-se realizá-lo cada *cluster* por vez. Para Bodin (1990), quando não existem restrições de janela de tempo e outras restrições complexas, é possível solucionar o problema através do método de solução do problema do caixeiro viajante. Ao final desta etapa do método sugerido por Bodin (1990), ainda podem restar pontos não inseridos em algum *cluster* e conseqüentemente em um roteiro, além de determinadas restrições não estarem sendo atendidas.

- Passo 3 – Aprimoramento da Rota: Para Bodin (1990), neste passo o objetivo é reduzir o tempo total em rota (*total travel time*), em todas as rotas. Para tal, o autor sugere a seguinte seqüência:
  - Para os casos em que uma rota ótima não foi obtida no passo 2, reordenam-se os pontos das rotas, uma rota por vez
  - Mover pontos entre rotas

Este passo continua até que nenhuma melhoria adicional seja obtida ou o tempo de processamento seja atingido. Bodin (1990) cita que existem vários métodos difundidos na literatura que realizam os passos de construção de rotas (passo 2) e o de aprimoramento de rotas (passo 3) de forma muito eficiente, pois este método descrito acima não tem uma boa resposta para problemas com um maior conjunto de restrições práticas.

O problema do caixeiro-viajante (Traveling Salesman Problem - TSP) é um problema de otimização associado a determinação dos caminhos denominados hamiltonianos. Sua origem advém de Willian Rowan Hamilton, que propôs um jogo cujo desafio consistia encontrar uma rota através dos vértices de um dodecaedro de tal modo que a rota iniciasse e terminasse no mesmo vértice, sem nunca repetir uma visita. Assim o objetivo do TSP é encontrar um caminho hamiltoniano de menor custo, de forma que todos os vértices sejam visitados uma única vez.

O problema consiste em determinar um único roteiro com menor custo possível que permita o caixeiro-viajante (veículo) visitar todos os nós (clientes) de uma rede uma única vez. O problema é baseado em um único depósito e o veículo deve sair e retornar a mesma base. Nesse problema não há restrição de capacidade de veículo, e a demanda é determinística (BALLOU, 2001).

Bodin (1990) afirma que estes tipos de heurísticas de natureza sequencial podem sofrer um efeito da escolha inicial não ser boa e por conta disso perde-se muito na solução do problema ou agrega-se muito tempo de solução nas fases de aprimoramento. Apesar disso, o autor descreve este tipo de heurística como a que dominou as soluções dos problemas de sequenciamento de veículos por muitos anos, inclusive como algoritmos das soluções disponíveis em pacotes comerciais.

Muitas pesquisas buscaram tratar este problema e, segundo Bodin (1990), muitos algoritmos baseados em programação matemática atingiram resultados muito satisfatórios, com percentuais elevadíssimos de proximidade às soluções de otimização. Porém, o autor revela que boa parte desta evolução dos algoritmos não foi incorporada aos pacotes comerciais durante a década de 90.

Porém, os adventos da micro computação, que elevou a capacidade de processamento, e dos sistemas de informações geográficas (GIS), que permitiram cálculos de distâncias e menores caminhos de forma mais rápida, permitiram um salto incrível no aprimoramento das soluções disponíveis no mercado. Bodin (1990) referencia que nos EUA surgiram pacotes variando em US\$ 1.000,00 e US\$ 150.000,00 que, além de incorporarem soluções de algoritmos mais rápidos e eficazes, permitiam a parametrização de um conjunto adequado de restrições práticas.

### **3.2.2 Aspectos de Roteirização segundo Assad**

Os problemas práticos de roteirização possuem particularidades relevantes, que devem servir para caracterizá-los. Assim, Assad (1988) cita esta como a maior dificuldade para classificar um problema em um determinado grupo e conseqüentemente para definir o melhor método de solução.

Assim, Assad(1998) propõe alguns elementos para caracterizar problemas práticos de roteirização, sendo:

- ✓ Demanda – pressupõe-se que nos problemas de roteirização a demanda seja conhecida previamente, ou seja, um *input* para ser tratado no método de solução. Porém, existem problemas práticos em que a demanda é dinâmica, ou seja, ela ocorre em tempo real. Assim, estes problemas podem ser classificados quanto ao perfil da demanda sendo denominados de demanda determinística e demanda estocástica, respectivamente. Desta classificação da demanda os problemas de roteirização passam a ser denominados de roteirização estática e dinâmica, respectivamente.
- ✓ Natureza da demanda – a demanda pode ser para um evento de coleta ou entrega, com atendimento parcial ou integral, com prioridade ou não e um ou mais produtos.
- ✓ Frota de veículos – pode ser homogênea ou heterogênea (capacidade e tipo de carga transportada), dedicada ou *spot* e alocadas a um único elo ou não.
- ✓ Restrições de pessoal – tempo máximo de trabalho, restrições de tempo mínimo de descanso e outras paradas (almoço, por exemplo) e número máximo de horas extras permitidas.
- ✓ Outras restrições – janela de entrega/ coleta, horário de abertura e fechamento dos estabelecimentos e tempo para coleta e entrega.
- ✓ Informações necessárias – localização do veículo e tempo em rota.

### 3.2.3 Aspectos de Roteirização segundo Clark e Wright

Na descrição de seu método, Clarke e Wright (1964, pp.568) definem o objetivo de seu trabalho como “otimizar a roteirização de uma frota de veículos de variada capacidade utilizada para distribuir, a partir de um ponto central (*central depot*), para locais de entrega”. Consideram ainda que os produtos sejam homogêneos com relação a sua unidade de medida e que a menor distância entre dois pontos qualquer é conhecida. Assim, os embarques são alocados aos veículos

de forma que todos os pontos sejam atendidos e que a distância total seja a mínima possível.

Neste artigo, Clarke e Wright (1964) mencionam que este problema de roteirização, como um problema matemático de otimização, foi primeiramente formulado por DANTZIG, G. B. e RAMSER, J. H. em 1959. Clarke e Wright (1964) descrevem que neste problema, Dantzig e Ramser partiam de um conjunto de rotas onde todos os pontos são ligados diretamente a origem e assim vão sintetizando os pares de rotas, desde que a economia gerada pela sintetização seja positiva. Neste procedimento, utilizam a restrição de sintetizações de rotas aonde a soma de demandas dos pares superasse  $C/(2N-r)$ , sendo  $C$  a capacidade do veículo,  $N$  o número total de estágios permitidos e  $r$  o estágio atual. O valor de  $N$  é obtido por:  $N = \log_2 t$ , sendo  $t$  o número máximo de pontos que podem ser atendidos com o veículo de capacidade  $C$ .

Neste contexto, Clarke e Wright (1964) utilizam esta mesma formulação realizando o relaxamento da restrição de capacidade, garantindo unicamente que a sintetização de uma nova rota não ultrapasse a capacidade do veículo.

Para Leal (1998) outra adaptação que o método de Clarke e Wright realizou em relação ao método de Dantzig e Ramser foi a definição de forma mais clara e simples o conceito de ganho.

Em Clarke e Wright (1964), o problema foi formulado da seguinte forma:

$$C_1 \ll \sum_{j=1}^m q_j$$

$$C_n \geq \sum_{j=1}^n q_j, \text{ problema particular do caixeiro viajante}$$

Conectar as rotas onde os pontos  $P_y$  e  $P_z$ , não pertencentes a mesma rota com origem em CD, gerem um benefício positivo de:

$$= d_{0,y} + d_{0,z} - d_{y,z}$$

**Considerações:**

- CD - ponto de origem
- Número de veículos  $x_i$  de capacidade  $C_i$  ( $i=1 \dots n$ )
- Entregas de quantidade  $q_j$  nos pontos  $P_j$  ( $j=1 \dots m$ )
- Distâncias são dadas por  $d_{y,z}$
- $C_i, C_{i-1} < C_i$  ( $i=2 \dots n$ )

**Figura 7** – Formulação do problema de Clarke e Wright

Segundo Leal (1998), esta formulação original do problema de Clarke e Wright não é a forma mais difundida na literatura. O problema original busca a solução partindo de uma formulação original onde todos os pontos devem estar conectados individualmente ao ponto central e a partir daí ir sintetizando rotas em função do cálculo do benefício de agrupar duas rotas ser positivo, considerando restrições de capacidade de veículos e buscando minimizar a distância total percorrida, sem considerar a restrição de tempo.

Ainda segundo Leal (1998) esta é a principal diferença entre o modelo original de Clarke e Wright e o modelo difundido na literatura (que será citado por método alterado de Clarke e Wright), pois este abstrai a solução original e inicia sua operação calculando todos os ganhos gerados para dois pontos qualquer  $P_y$  e  $P_z$ , calculando o benefício de uni-los em uma mesma rota. Abaixo, segue a descrição do procedimento de alterado de Clarke e Wright, segundo Leal (1998):

1. Calculam-se os ganhos  $S(i,j)$ , para todo  $i$  e  $j$ ,  $i \neq CD$ ,  $j \neq CD$
2. Ordenam-se os pares de nós  $(i,j)$  em ordem decrescentes de ganhos. Executa-se um procedimento específico (descrito abaixo) para verificar se os nós  $i$  e  $j$  já estão em alguma outra rota já existente e por isso possuem restrições para compartilharem da mesma rota. Após este procedimento específico ser executado e verificado a possibilidade de conectar estes dois nós, ainda é necessário verificar se as restrições de tempo e capacidade estão atendidas. Só então os dois nós poderão passar a fazer parte desta nova rota
3. Tomam-se os pares  $(i,j)$  enquanto não terminar a lista de ganhos

O procedimento de verificação se os pontos  $i$  e  $j$  podem ser conectados segue abaixo:

1. Se  $i$  e  $j$  não estão em nenhum roteiro:
  - a. Então criar um roteiro com  $i$  e  $j$ . (CD- $i$ - $j$ -CD)
  - b. Senão ( $i$ , ou  $j$ , ou ambos estão em algum roteiro)
    - i. Se somente um nó, ou  $i$ , ou  $j$ , está em um roteiro
      1. Então: se este nó é um extremo de um roteiro,
        - a. Então: agrega  $i,j$  ao roteiro
        - b. Senão: abandona par  $i,j$
      2. Senão: (os dois nós estão em algum roteiro)
    - ii. 3. Se  $i$  e  $j$  estão em roteiros diferentes,
      1. Então: Se  $i$  e  $j$  são extremos de seus roteiros:
        - a. Então: Une os dois roteiros
        - b. Senão: Abandona o par  $i,j$
      2. Senão ( $i$  e  $j$  estão no mesmo roteiro)
    - iii. abandona o par  $i,j$

Ao término da lista e dos procedimentos, se houver pontos  $P_k$  desconectados do CD, realizar a conexão diretamente ao CD, criando roteiros individuais (CD- $P_k$ -CD).

A constatação de que não seria necessário partir de um conjunto de rotas entre cada um dos pontos para buscar a possibilidade de integração entre rotas, já em 1967 (3 anos após o artigo de Clarke e Wright) era discutido. Gaskell (1967) mencionava em seu artigo que o problema de Clarke e Wright poderia partir do cálculo dos benefícios, como uma função conhecida, sem já no início do problema criar restrições dos pontos já estarem conectados a origem, sem uma hierarquia clara de seqüência nos testes.

### 3.2.4 Aspectos de Roteirização segundo Koskosidis e Powell

O artigo de Koskosidis e Powell (1992) trata do problema capacitado de consolidação (*Capacitated Clustering Problem – CCP*). Para seus autores esta técnica tem por objetivo fim consolidar as entregas dos vários pontos de demanda em veículos, buscando utilizar a plena capacidade do veículo (*full truckload*), não considerando apenas a distância a ser percorrida, mas também as restrições de serviço através das medidas de janelas de entrega e coleta.

Para Koskosidis e Powell (1992), a essência do problema CCP é dividir  $n$  pontos de demanda (coletas ou entregas), em  $K$  número de veículos mutuamente exclusivos, limitando o tamanho de cada grupo.

Bodin (1990) também descreveu a mesma essência de solução de roteirização, utilizando *cluster*, como exposto acima. Fundamentalmente, a diferença entre os métodos está na forma como as heurísticas realizam o agrupamento e o processo de melhoria em relação à solução inicial.

Em Koskosidis e Powell (1992, pp. 365) a divisão dos pontos de demanda pelos grupos é realizada de forma a maximizar a homogeneidade dos pontos no grupo e, da mesma forma, a heterogeneidade dos pontos entre os grupos. Ainda para os autores, o problema de CCP é um caso específico do problema de localização de instalação e relacionado ao Problema Generalizado de Atribuições (*Generalized Assignment Problem – GAP*) e o Problema da p-mediana.



O autor demonstra que o problema de CCP possui várias possibilidades de atuação, como:

1. Consolidar clientes em um mesmo veículo de rota desde que as restrições de capacidade do veículo na rota sejam atendidas
2. Consolidar clientes em um mesmo veículo de rota, respeitando a janela de entregas e coletas além da própria capacidade do veículo ao longo da rota
3. Agrupar domicílios em *clusters* desde que tenham a mesma origem ou destino e que o veículo tenha capacidade de atender
4. Realocar clientes de veículos para opções de transporte coletivo onde as pessoas possuem a mesma origem e destino

Em cada uma das aplicações, Koskosidis e Powell (1992) argumenta que existe o problema de consolidar os elementos em grandes grupos, minimizando o custo, respeitando as restrições de tamanho do grupo e capacidade. Esta é a natureza do problema de CCP.

Para Koskosidis e Powell (1992) apesar das várias possibilidades de aplicação do CCP como, por exemplo, território de atuação de força de vendas, há um forte desenvolvimento destes métodos para aplicação em problemas de roteirização.

Koskosidis e Powell (1992) avalia que várias heurísticas simples são utilizadas para resolver o problema generalizado de atribuição (GAP), que é um subproblema de um problema amplo de roteirização, mas o problema generalizado de atribuição requer uma semente inicial de cliente para os pontos do *cluster*. Porém, para problemas muito complexos e particularmente com restrições de serviço, a escolha destas sementes é muito complexa. Por outro lado, as aplicações de CCP possuem em suas heurísticas métodos para seleção das sementes.

Na Figura 8 apresenta-se a formulação do CCP, segundo Koskosidis e Powell (1992):

$i$  : identificador do cliente  $i = 1, \dots, I$ .  
 $j$  : identificador do cliente candidato a semente  $j = 1, \dots, J$ .  
 $k$  : identificador de veículo  $k = 1, \dots, K$ .  
 $S_k$  : identificador do cliente  $i$  servido pelo veículo  $k$ .  
 $C_{ij}$  : o custo da viagem direta do cliente  $i$  para o cliente  $j$ .  
 $q_i$  : a demanda do cliente  $i$ .  
 $V$  : a capacidade do veículo que atende o *cluster*

Variáveis:

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Se o cliente } i \text{ pertence ao cluster da semente } j \\ 0 & \text{Outro caso} \end{cases}$$

$$g_j = \begin{cases} 1 & \text{Se o cliente } j \text{ é o cliente semente} \\ 0 & \text{Outro caso} \end{cases}$$

Uma formulação de programação inteira do CCP, segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & F(y, g) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} Y_{ij} & (1) \\
 \text{Sujeito a:} \quad & \sum_{i \in I} q_i Y_{ij} \leq V, \quad \forall j \in J & (2) \\
 & \sum_{j \in J} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I & (3) \\
 & Y_{ij} \leq g_j, \quad \forall i \in I, j \in J & (4) \\
 & \sum_{j \in J} g_j = K & (5) \\
 & (Y_{ij}, g_j) = (0, 1), \quad \forall i \in I, j \in J & (6)
 \end{aligned}$$

**Figura 8** – Formulação do problema de *Capacitated Clustering Problem*, segundo Koskosidis e Powell (1992)

Para Koskosidis e Powell (1992), as variáveis  $y$  são as variáveis candidatas e a variável  $g$  se o candidato  $j$  está selecionado como uma semente ou não. Já o coeficiente de  $C_{ij}$  mede o quanto está perto ou não o cliente  $i$  da semente  $j$ . Já a função objetivo busca minimizar o custo em relação à semente do *cluster*.

Com relação às restrições, a (2) garante um máximo de clientes em um cluster, através do limite da capacidade do veículo. A restrição (3) garante que cada cliente é associado a uma única semente  $j$  e a restrição (4) previne a associação do cliente  $i$  ao candidato a semente  $j$  que não foi selecionado como semente. A restrição (5) garante no máximo  $k$  sementes (mesmo número dos veículos).

Koskosidis e Powell (1992) afirma que o problema de CCP é extremamente complexo para ser resolvido por otimização, principalmente em caso de grandes problemas. Partindo de uma heurística pré-existente, Koskosidis e Powell (1992) realizaram um conjunto de melhorias na heurística iterativa desenvolvida originalmente por Mulvey e Beck em 1984 para a solução do problema de *cluster*.

O algoritmo proposto por Koskosidis e Powell (1992) inicia com a adoção de  $K$  sementes e aloca cada um dos clientes a uma das sementes mais próxima, até que a restrição de capacidade seja atingida. Após todos os pontos estarem alocados, uma nova semente é escolhida para o *cluster*, desde que o novo custo seja reduzido. Enquanto pelo menos uma das sementes, de um dos vários *clusters* for alterada, o processo é repetido. Por fim a heurística tenta realizar uma realocação através da mudança de um par de clientes para um *cluster* diferente. Enquanto houver ganho, a heurística primal continua sendo rodada, ou após um conjunto de rodadas nenhum ganho for obtido a rotina é interrompida.

### 3.2.5 Aspectos de Roteirização segundo Salhi e Rand

O método de Salhi e Rand (1997) é uma abordagem que consiste em testar alterações em rotas factíveis, geradas por outros métodos, em busca de melhorar o resultado do roteiro original (SALHI e RAND, 1997).

Para testar esta heurística Salhi e Rand (1997) utilizam como partida uma solução factível para o problema. No experimento descrito, os autores utilizaram a abordagem alterada de Clarke e Wright, tal como descrito por Leal (1998), que utiliza o conceito dos benefícios para adicionar pontos em rotas comuns. Porém, adicionam uma variável  $\alpha$  aplicada ao fator de redução do benefício (parte com sinal negativo) na fórmula dos benefícios, conforme apresentado na Figura 9. Nos experimentos de Salhi e Rand (1997) a variável  $\alpha$  pode variar entre 0 e 2.

$$S = d_{CD,i} + d_{CD,j} - \alpha * d_{i,j}$$

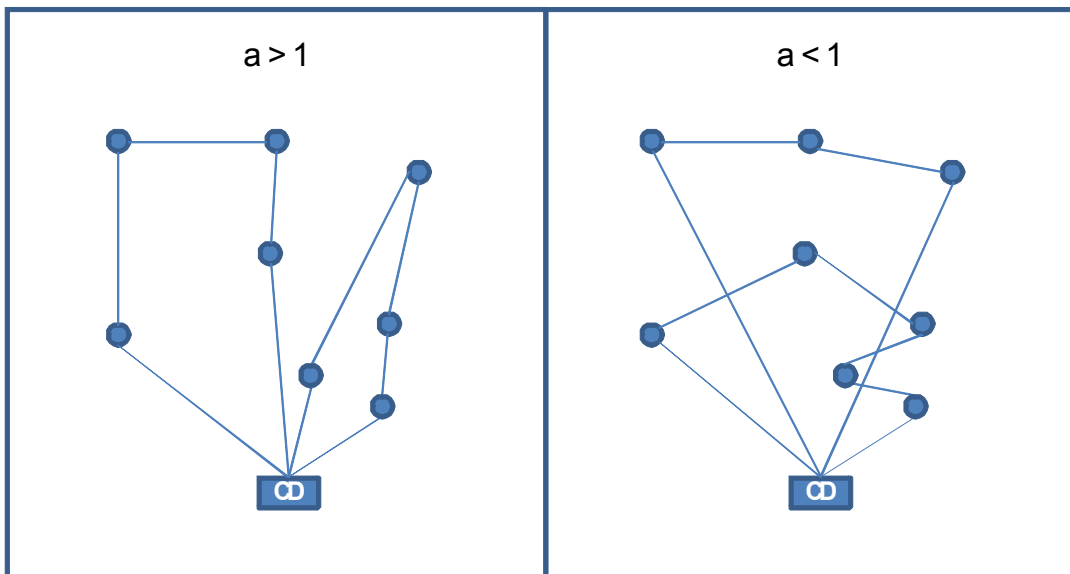
**Considerações:**

- CD - ponto de origem
- $d_{x,y}$  = custo de sair de x e chegar em y
- $d_{x,y} = d_{y,x}$
- S = benefício gerado pela agregação de pontos em uma única rota
- “i” e “j” são dois pontos qualquer em que se encontram clientes

**Figura 9** – Cálculo do benefício do método alterado de Clarke e Wright por um índice  $\alpha$  no fator de redução do benefício

Para Leal (1998), o uso do parâmetro  $\alpha$  na função de cálculo do benefício como fator de alavanca no fator de redução pode ter dois efeitos específicos:

- $\alpha > 1$ : pontos muito distantes da origem muitas vezes tendem a ficar na mesma rota mesmo quando a distância entre eles é grande, mas pequena relativamente à distância com a origem. Este fator tende a mudar esta questão, pois ele provoca uma ampliação no decréscimo do benefício e muitas vezes separando estes pontos unidos quando  $\alpha=1$ . As rotas geradas com o índice superior a 1 tendem a definir uma configuração de *clusters* de entregas em torno do ponto de origem (vide Figura 10)
- $\alpha < 1$ : tende a privilegiar uma configuração de agregação de pontos às rotas por raios circuncêntricos com relação a origem (vide Figura 10)



**Figura 10** – Esquema de representação teórica para o impacto do índice  $\alpha$  aplicado na fórmula do cálculo do benefício do método alterado de Clarke e Wright

A partir da solução gerada pelo método alterado de Clarke e Wright, Salhi e Rand (1997) seguem algumas regras para buscar um resultado melhorado. São elas:

1. Utilizam um algoritmo de otimização para eliminar todo e qualquer cruzamento nas rotas originais
2. Avalia a combinação de todos os pares de rotas no sentido da existência de ferir alguma restrição de capacidade. Caso seja viável, ocorre um rearranjo dos pontos entre as duas rotas de forma a buscar o melhor arranjo entre os quatro pontos finais das rotas. Se esta combinação gerar uma distância total maior em no máximo 10% da restrição de distância, estes novos pares são aceitos. As melhorias geradas por estas combinações são listadas de forma decrescente de benefícios e estas combinações voltam para o 1º passo desta seqüência. Todas as combinações possíveis são aceitas
3. Neste 3º passo, o objetivo do método é eliminar as rotas que se cruzam. Segundo os autores, na prática são raros os exemplos em que as rotas se cruzam em locais longe do ponto de origem e por isso o teste consiste fundamentalmente em avaliar se a troca do primeiro ou último ponto da rota reduz a distância total
4. São removidas do sistema rotas em que por distâncias longas não existam pontos de entrega

5. Testa-se cliente a cliente, se a troca do mesmo de rota ocasiona uma melhora total ou não. As trocas são aceitas nos casos em que melhorias são observadas

### 3.2.6 Aspectos de Roteirização segundo Ballou

#### Aspectos de Roteirização de Veículo

Ballou (2001) sugere que os problemas de roteirização podem ser classificados segundo o seguinte perfil básico:

- Encontrar um caminho entre um ponto de origem e um de destino distintos;
- Similar ao anterior, mas com múltiplos pontos de origens e destinos e;
- Quando os pontos de origem e destino são os mesmos.

#### *i) Um ponto de origem e um de destino distintos*

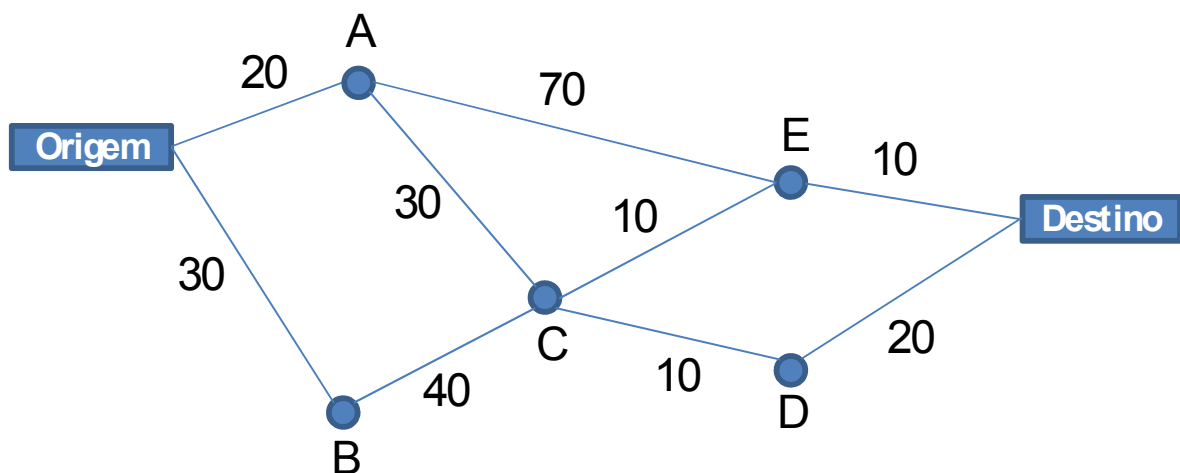
Segundo o autor, possivelmente o método mais simples e mais direto para resolver o problema de roteirização seja o Método da Rota mais Curta. Em uma rede os nós estão conectados por *links* que significam os custos (distância, tempo ou uma combinação destes).

O Método da Rota Mais Curta pode ser facilmente aplicado ao problema de um ponto de origem e um ponto de destino. Para determinar este procedimento, o autor faz uma citação para um conceito que será utilizado na demonstração do método. Trata-se de considerar que todos os nós, no início do procedimento, são tratados por “não-resolvidos”, isto é ainda não fazem parte de nenhuma rota definida. Após o seu teste (verificação se deve ou não fazer parte do roteiro) passará a ser chamado de nó resolvido.

O procedimento consiste em (BALLOU, 2001 – pp. 159 – 160):

1. **Objetivo da n-ésima iteração:** Encontrar o n-ésimo nó mais próximo da origem. Esta etapa é repetida até que n seja o nó de destino;
2. **Entrada para a n-ésima iteração:** Os nós (n-1) mais próximos da origem, resolvidos pela iteração precedente, incluem sua rota e distância mais curtas da origem. Estes nós mais a origem são chamados nós resolvidos.
3. **Candidatos para o n-ésimo nó mais próximo:** Cada nó resolvido que está diretamente conectado pelo ramo a um ou mais nós não-resolvidos fornece um candidato – o nó não-resolvido com o ramo de conexão mais curto. Os empates fornecem candidatos adicionais.
4. **Cálculo do n-ésimo nó mais próximo:** Para cada um destes nós resolvidos e seus candidatos, adicione a distância entre eles à distância da rota mais curta entre este nó resolvido e origem. O candidato com menor distância total é o n-ésimo nó mais próximo (os empates fornecem nós resolvidos adicionais), e sua rota mais curta é a que gera esta distância.

Para exemplificar o método acima na Figura 11 e na Tabela 3 apresentam-se a aplicação deste método.



**Figura 11** – Exemplo de problema para aplicação do Método da Rota Mais Curta

Iteração	Entrada	Candidato	Cálculo	N-ésimo mais próximo	Custo mínimo	Última Conexão
1	Origem	A	20	A	20	Origem-A*
2	Origem	B	30	B	30	Origem-B
	A	C	$20 + 30 = 50$			
3	A	C	$20 + 30 = 50$	C	50	A-C*
	B	C	$30 + 40 = 70$			
4	A	E	$20 + 70 = 90$	D	60	C-D
	C	D	$20 + 30 + 10 = 60$			
	C	E	$20 + 30 + 10 = 60$			
5	D	Destino	$20 + 30 + 10 + 20 = 80$	E	70	E-Destino*
	E	Destino	$20 + 30 + 10 + 10 = 70$			

\* - Conexões do caminho ótimo

**Tabela 3** – Aplicação do Método da Rota Mais Curta para resolução do problema proposto na Figura 11.

Para Ballou (2001), o método descrito e aplicado acima, é facilmente aplicável em ferramentas computacionais desde que a rede de nós e links possam ser armazenados em bases de dados. Porém este método não considera o tempo para atravessar as distâncias de cada link. Para resolver esta restrição o autor recomenda a aplicação de um peso ao tempo e a distância da viagem.

### *ii) Pontos de origem e destino múltiplos*

Este problema é aplicado em situações em que existem vários fornecedores, fábricas ou CDs para atender um grupo de clientes para o mesmo produto. A complexidade deste problema aumenta significativamente quando restrições de capacidade são adicionadas aos pontos de suprimento, limitando a quantidade que pode ser suprido por cada ponto de origem para cada ponto de destino (BALLOU, 2001).

Segundo o autor, este tipo de problema é geralmente resolvido com uma classe especial de algoritmos de programação linear conhecido por Método do Transporte.



### *iii) Pontos de origem e destino coincidentes*

Para Ballou (2001), este problema é aplicado em situações de distribuição, onde geralmente a frota é dedicada, em que os veículos retornam ao final da viagem para o ponto de origem. Estão nesta categoria distribuidores em geral (bebidas, farmacêuticos, etc.), roteiros de ônibus escolares, caminhões de coleta de lixo, dentre outros exemplos.

Segundo Ballou (2001), este tipo de problema é uma extensão do problema de pontos de origem e destino diferentes, mas com a exigência de que o roteiro não estará completo enquanto os veículos não retornarem a base (origem).

Este problema é conhecido como o “problema do caixeiro viajante”. Para o autor, vários métodos foram propostos para resolver este problema, mas não se torna prático quando o número de pontos é grande. Boas alternativas, através de métodos heurísticos, vêm sendo aplicado.

### **Aspectos de Roteirização e Programação de Veículos**

Para Ballou (2001), o problema da roteirização e programação dos veículos é uma extensão do problema de roteirização de veículos, pois restrições mais realistas passam a ser empregadas, tais como:

- Cada parada pode ser um evento de coleta ou entrega;
- Utilização de um perfil de frota heterogêneo, em termos de tonelagem e volume cúbico;
- Tempo máximo de condução do veículo;
- Janelas de Tempo – períodos específicos para realizar entregas ou coletas;
- Realizar primeiro as entregas para só então fazer as coletas;

Este nível de complexidade torna frustrante a busca por uma solução otimizante. Nesta linha, o autor considera que soluções aplicáveis e de bons

resultados práticos podem ser obtidos aplicando os **princípios para uma boa roteirização e programação** ou algum **procedimento heurístico lógico**.

### ***Princípios para uma boa roteirização e programação***

Para Ballou (2001 – pp. 165-167), a aplicação de oito princípios como diretriz pode ajudar embarcadores rodoviários a ter um grande salto na melhoria dos seus roteiros. Os princípios são:

1. Carregar os caminhões com volumes de paradas que estão próximas entre si;
2. As paradas em dias diferentes devem ser combinadas para produzir agrupamentos densos (grande conjunto de embarques e desembarques em uma mesma região);
3. A construção de rotas começando com a parada mais distante do depósito;
4. A seqüência das paradas em uma rota rodoviária deve formar um padrão de gota d'água;
5. As rotas mais eficientes são construídas usando os maiores veículos disponíveis;
6. As coletas devem ser combinadas com as rotas de entrega em vez de serem deixadas para o final das rotas;
7. Uma parada que é removível de um agrupamento de rota (em geral porque é de pequeno volume e muito isolada) é uma boa candidata para um meio alternativo de entrega e;
8. As limitações das janelas de tempo estreitas devem ser evitadas.

Para o autor estes princípios são de fácil ensinamento para o pessoal operacional com resultados satisfatórios. Além disto, cria-se um conjunto de diretrizes que mesmo nas exceções do dia-a-dia (por exemplo, os pedidos urgentes e quebras de veículos) possam ser aplicadas. Ainda nesta linha o autor menciona que em vários casos, a aplicação destas regras pode oferecer melhorias substanciais sobre métodos de roteirização e programação.

### *Métodos Heurísticos*

Segundo Ballou (2001), a agregação de restrições torna a solução do problema de roteirização e programação mais complexo e difícil de solucionar. Neste contexto, o autor faz a avaliação de dois perfis de métodos: o Método da “Varredura”, considerado pelo autor mais simples, e outro mais robusto, complexo e sofisticado, o Método das “Economias”.

#### a) Método da Varredura

Para o autor este método é recomendável quando a velocidade da resposta para a formação de rotas é muito importante por causa do pouco tempo para operacionalizar o carregamento e expedição dos veículos. O método é projetado, segundo o autor para um erro médio de 10%.

Ballou (2001, pp. 167 – 170) descreve o procedimento para aplicação do Método da Varredura da seguinte forma:

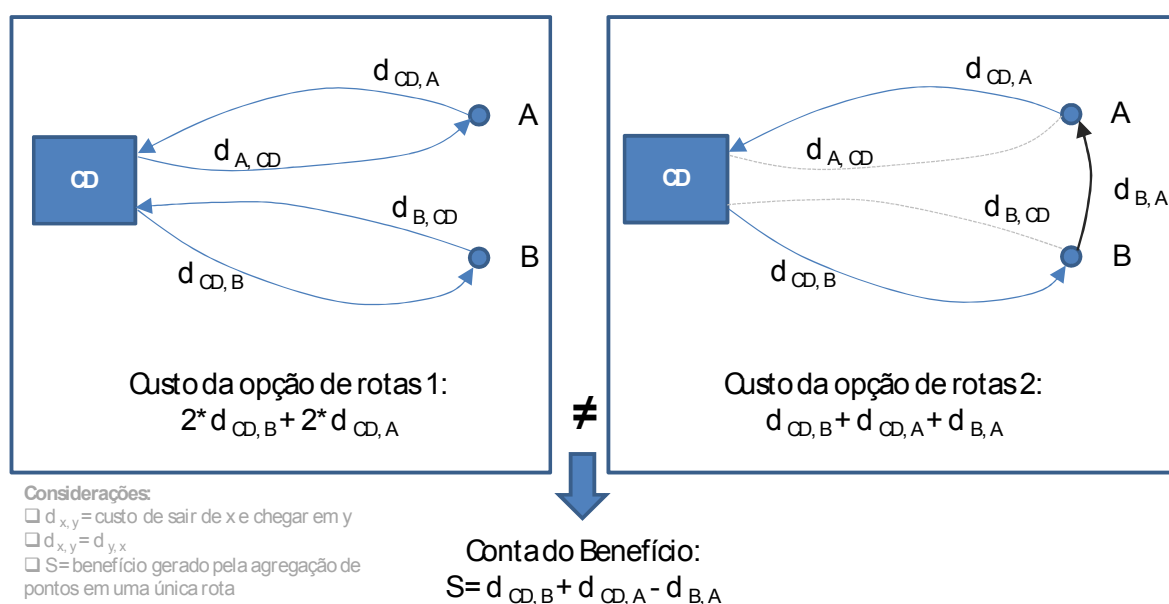
1. Localizar todas as paradas incluindo os depósitos em um mapa ou em uma grade;
2. Estenda um alinhamento reto do depósito em qualquer direção. Gire a linha no sentido horário, ou no sentido anti-horário, até que cruze uma parada. Faça a pergunta: se a parada introduzida for incluída na rota, a capacidade do veículo será excedida? Se não, prossiga com a rotação da linha até que a parada seguinte seja cruzada. Pergunte se o volume cumulativo irá exceder a capacidade do veículo. Use os veículos maiores primeiro. Se sim, exclua o último ponto e defina a rota. Continuando a varredura da linha, comece uma rota nova com o ponto que foi excluído na rota precedente. Continue com a varredura até que todos os pontos estejam atribuídos às rotas;
3. Dentro de cada rota, arranje em seqüência as paradas para minimizar a distância. Arranjar em seqüência pode ser realizado aplicando qualquer algoritmo que resolva o problema do caixeiro viajante.

## b) Método das Economias

Para Ballou (2001), a abordagem deste método por Clarke & Wright esteve em evidência ao longo dos anos por sua flexibilidade para aplicação computacional de uma grande gama de restrições práticas, com relativa rapidez para um número moderado de paradas, e capaz de gerar soluções que são próximas das ótimas. Ainda segundo o autor, a comparação do método com resultados ótimos de problemas pequenos, revela que o Método das Economias dá soluções 2% acima das soluções ótimas.

O objetivo deste método é minimizar a distância total percorrida por todos os veículos e minimizar indiretamente o número total de veículos para atender a todas as paradas, segundo o autor.

Para definir o cálculo das economias, primeiramente associam-se todos os pontos de destino a origem, como se cada local fosse atendido por um veículo exclusivo. A partir daí o método passa a ranquear os benefícios (distância total percorrida) de ligar dois pontos em uma única rota a fim de economizar um trecho de ligação dos pontos com a origem, e adicionar o percurso entre os dois pontos. Na Figura 12 representa-se o conceito do benefício.



**Figura 12** – Conceito do cálculo do benefício para o Método das Economias

A partir da Figura 12, fica clara a compreensão do benefício gerado quando a soma das distâncias entre os pontos conectados é maior do que a distância entre eles. Segundo Ballou (2001), a partir da lista de benefícios classificada em ordem decrescente, o método vai agregando pontos para rota, desde que as restrições de tempo, capacidade ou mesmo distância total percorrida pelo veículo não sejam ultrapassadas. O método iterativo continua até que todas as paradas sejam consideradas.