5
Simulando a Dinâmica

Devido às complicações no mapeamento da evolução das funções políticas t^l_{t+i}, t^m_{t+i} e t^h_{t+i}, simularei numericamente o modelo, realizando um exercício de calibragem.

Dados os parâmetros $\tau^{low}, \tau^{med}, \tau^{high}, \gamma, \phi, \mu, \pi$
e as condições iniciais $h^{pub}_t, h^{priv}_t, P^{pub}_t, P^{priv}_t$,
$t^l_t = \frac{\gamma\tau^{low}\pi h^{pub}_t P^{pub}_t}{(1+\gamma)(P^{priv}_t+P^{pub}_t)\pi h^{pub}_t\phi+\gamma\tau^{low}P^{pub}_t}$, $t^m_t = \frac{\gamma\tau^{med}P^{pub}_t\pi h^{pub}_t}{P^{total}_t(1+\gamma)(\pi h^{pub}_t\phi)+\tau^{med}P^{pub}_t\gamma}$, e
$t^h_t = \frac{\gamma\tau^{high}P^{total}_t(\pi h^{priv}_t\pi h^{pub}_t)}{(1+\gamma)P^{total}_t(\pi h^{priv}_t\pi h^{pub}_t)\phi+\gamma\tau^{high}(P^{pub}_t\pi h^{priv}_t+P^{priv}_t\pi h^{pub}_t)}$, simularei a dinâmica da economia.

Definição (Equilíbrio Dinâmico)

Dadas as dotações iniciais de capital humano (h^{pub}_t,h^{priv}_t) e os tamanhos dos grupos (P^{pub}_t,P^{priv}_t), o equilíbrio dinâmico consiste em seqüências de quantidades agregadas $\{\tau_{t+i}, N^{pub}_{t+i}, V^{low}_{t+i}, V^{med}_{t+i}, V^{high}_{t+i}, I, Y\}$, tamanhos dos grupo $\{P^j_{t+i}\}_{j=pub,priv,total}$ e regras de decisão $\{c^j_{t+i}, n^j_{t+i}, h^j_{t+i+1}, t_{t+i}\}_{j=priv,pub}$, como descritos abaixo.

1. As regras de decisão dos agentes $c^j_{t+i}, n^j_{t+i}, h^j_{t+i+1}, t_{t+i}$ maximizam a utilidade, satisfazendo as restrições (1) e (5).

2. As populações do grupo evoluem de acordo com (2).

3. A qualidade do ensino público evolui de acordo com (3).

4. As outras variáveis agregadas $\{N^{pub}_{t+i}, V^l_{t+i}, V^m_{t+i}, V^h_{t+i}, I, Y\}$ são computadas usando 1, 2 e 3.

O equilíbrio dependerá do tamanho relativo das funções V^l_{t+i} , V^m_{t+i} e V^h_{t+i} em cada período, que resume a escolha daqueles que realmente detêm o poder político na sociedade. A comparação entre elas determinará o equilíbrio de educação, de fecundidade e do voto a cada período, e nos permitirá acompanhar a evolução das diferentes variáveis.

Temos como resultado que, a cada período $t + i$,

Se $V^l_{t+i} > V^m_{t+i}$ e $V^l_{t+i} > V^h_{t+i}$, então
o equilíbrio do voto será $t_{t+i} = t^l_{t+i}$,
o equilíbrio da fecundidade será $n^{pub}_{t+i} = \frac{(\pi h^{pub}_{t+i}-t^l_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i}\phi)}$ e $n^{priv}_{t+i} = \frac{(\pi h^{priv}_{t+i}-t^l_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i}\phi+m)}$,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

o equilíbrio da educação será $h^{pub}_{t+i+1} = \tau^{low}$ e $h^{priv}_{t+i+1} = m$,
e com isso as populações no próximo período serão
$P^{pub}_{t+i+1} = P^{pub}_{t+i} \frac{(\pi h^{pub}_{t+i} - t^{l}_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i} \phi)}$ e $P^{priv}_{t+i+1} = P^{priv}_{t+i} \frac{(\pi h^{priv}_{t+i} - t^{l}_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i} \phi + m)}$;

Se $V^{m}_{t+i} > V^{l}_{t+i}$ e $V^{m}_{t+i} > V^{h}_{t+i}$ então
o equilíbrio do voto será $t_{t+i} = t^{m}_{t+i}$,
o equilíbrio da fecundidade será $n^{pub}_{t+i} = \frac{(\pi h^{pub}_{t+i} - t^{m}_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i} \phi)}$ e $n^{priv}_{t+i} = \frac{(\pi h^{priv}_{t+i} - t^{m}_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i} \phi + m)}$,
o equilíbrio da educação será $h^{pub}_{t+i+1} = \tau^{med}$ e $h^{priv}_{t+i+1} = m$,
e com isso as populações no próximo período serão
$P^{pub}_{t+i+1} = P^{pub}_{t+i} \frac{(\pi h^{pub}_{t+i} - t^{m}_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i} \phi)}$ e $P^{priv}_{t+i+1} = P^{priv}_{t+i} \frac{(\pi h^{priv}_{t+i} - t^{m}_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i} \phi + m)}$;

e se $V^{h}_{t+i} > V^{m}_{t+i}$ e $V^{h}_{t+i} > V^{l}_{t+i}$ então
o equilíbrio do voto será $t_{t+i} = t^{h}_{t+i}$,
o equilíbrio da fecundidade será $n^{pub}_{t+i} = \frac{(\pi h^{pub}_{t+i} - t^{h}_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i} \phi)}$, $n^{priv}_{t+i} = \frac{(\pi h^{priv}_{t+i} - t^{h}_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i} \phi)}$ e $n^{priv}_{t+i+1} = n^{pub}_{t+i+1}$,
o equilíbrio da educação será $h^{pub}_{t+i+1} = \tau^{high}$ e $h^{priv}_{t+i+1} = h^{pub}_{t+i+1}$,
e com isso as populações no próximo período serão
$P^{pub}_{t+i+1} = P^{pub}_{t+i} \frac{(\pi h^{pub}_{t+i} - t^{h}_{t+i})}{(\pi h^{pub}_{t+i} \phi)} + P^{priv}_{t+i} \frac{(\pi h^{priv}_{t+i} - t^{h}_{t+i})}{(\pi h^{priv}_{t+i} \phi)}$ e $P^{priv}_{t+i+1} = 0$;

Dado estes valores, posso simular as funções políticas a cada período seguinte $t + i + 1$

$$t^{l}_{t+i+1} = \frac{\gamma \tau^{low} \pi h^{pub}_{t+i+1} P^{pub}_{t+i+1}}{(1+\gamma)(P^{priv}_{t+i+1} + P^{pub}_{t+i+1}) \pi h^{pub}_{t+i+1} \phi + \gamma \tau^{low} P^{pub}_{t+i+1}}$$

$$t^{m}_{t+i+1} = \frac{\gamma \tau^{med} \pi h^{pub}_{t+i+1} P^{pub}_{t+i+1}}{(1+\gamma)(P^{priv}_{t+i+1} + P^{pub}_{t+i+1}) \pi h^{pub}_{t+i+1} \phi + \gamma \tau^{med} P^{pub}_{t+i+1}}$$

$$t^{h}_{t+i+1} = \frac{\gamma \tau^{high} (\pi h^{priv}_{t+i+1} \pi h^{pub}_{t+i+1})(P^{priv}_{t+i+1} + P^{pub}_{t+i+1})}{(1+\gamma)(P^{priv}_{t+i+1} + P^{pub}_{t+i+1})(\pi h^{priv}_{t+i+1} \pi h^{pub}_{t+i+1}) \phi + \gamma \tau^{high} (P^{priv}_{t+i+1} \pi h^{pub}_{t+i+1} + P^{pub}_{t+i+1} \pi h^{priv}_{t+i+1})}$$

e

$$V^{l}_{t+i+1} = (\tau^{low})^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} (\pi h^{pub}_{t+i+1} - t^{l}_{t+i+1})$$

$$V^{m}_{t+i+1} = (\tau^{med})^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} (\pi h^{pub}_{t+i+1} - t^{m}_{t+i+1})$$

$$V^{h}_{t+i+1} = (\tau^{high})^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} (\pi h^{pub}_{t+i+1} - t^{h}_{t+i+1})$$

e examinar as conseqüências para a evolução demográfica, o crescimento e a distribuição de renda.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

5.1 Calibragem

Realizando alguns testes de robustez, verifico que as simulações são insensíveis à escala no que se refere aos valores absolutos das populações e aos valores absolutos da qualidade da educação. O que importa para os resultados é o tamanho relativo das populações e a qualidade relativa dos tipos diferentes de educação.

Os níveis discretos de despesas públicas em educação, que uso como *proxy* para a qualidade do ensino público, τ^{low}, τ^{med} e τ^{high}, são escolhidos de acordo com os níveis das despesas de três países diferentes. Como nosso parâmetro de referência é o caso de Brasil de hoje, escolho τ^{low} como sendo as despesas públicas com educação por estudante no Brasil em 2003, equivalente a 1,2 mil dólares por ano. Escolho o nível intermediário τ^{med} como sendo as despesas públicas por estudantes em países cujas despesas públicas na educação correspondem à média da OCDE, tais como Espanha, Coréia, ou Israel, que são aproximadamente 6 mil dólares por ano. E escolho τ^{high} como o nível de despesas públicas nos EUA ou na Suíça, que giram em torno de 12 mil dólares por ano [1]. Uma vez que o modelo não é sensível à escala no que se refere a estas variáveis, escolho respectivamente 1, 5 e 10 para serem os valores de τ^{low}, τ^{med} e τ^{high}. Finalmente, escolho os níveis iniciais de capital humano para serem $h_t^{pub} = \mu\tau^{low}$ e $h_t^{priv} = \mu m$, procurando uma vez mais a adequação ao caso brasileiro.

No que se refere às populações iniciais de adultos, escolho P_t^{priv} e P_t^{pub}como sendo o número de estudantes no Brasil matriculados nos sistemas público e privado, respectivamente [2]. De acordo com INEP, em 2006, havia aproximadamente 49 milhões de estudantes matriculados no sistema escolar público e somente 7 milhões no sistema privado, representando em torno de 85% e 15% do total, respectivamente. Assim, como o modelo é insensível à escala no que concerne às populações absolutas, estipulo $P_t^{priv} = 15$ e $P_t^{pub} = 85$.

O parâmetro γ, que corresponde à importância relativa que crianças têm na utilidade dos indivíduos, também corresponde à fração da renda que os pais gastam com as crianças. Cálculos baseados na Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) 2002/2003 mostram que aproximadamente um terço da renda de uma família é gasto com as crianças. Assim, se $\frac{\gamma}{1+\gamma} = \frac{1}{3}$, temos $\gamma = 0,5$. Como este valor não varia muito através dos níveis de renda, indo de 0,31 para a faixa mais rica até 0,36 para os mais pobres, permito-me usar o

[1] Fonte: OCDE - Education at a Glance, valores de 2003

[2] devido a dificuldades em encontrar dados históricos e a questões metodológicas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

mesmo valor para todos os indivíduos, sem muita perda.

O parâmetro ϕ é determinado como sendo 0,225. O custo de tempo para se criar uma criança é um parâmetro especialmente problemático para ser calibrado, pois, ao contrário da maioria dos custos e preços, não é linear no número de crianças, apresentando um efeito de escala substancial. É uma das imperfeições do modelo, em nome da simplificação e da tratabilidade.

Como não temos uma intuição clara sobre a importância do retorno ao capital humano acumulado π, escolho um valor arbitrário que permita aos indivíduos terem uma renda compatível com a magnitude de suas despesas.

O retorno à qualidade da educação μ não afeta as decisões e pode, por isso, ser escolhido arbitrariamente. Decido então normalizar esse parâmetro à unidade.

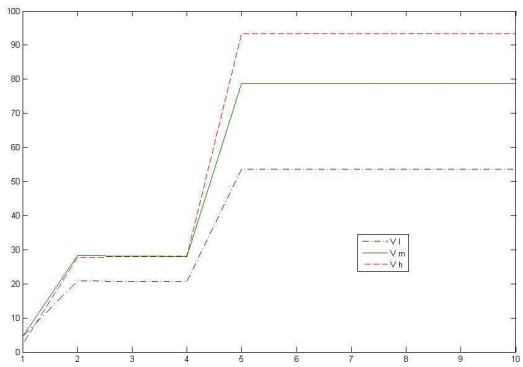
5.2 Resultado das Simulações - Democracia

5.2.1 Democracia I

$m = 8$	$\tau^{min} = 1$	$\tau^{med} = 5$	$\tau^{high} = 10$
$\gamma = 0.5$	$\phi = 0.225$	$\pi = 5.5$	$\mu = -$
$h_t^{pub} = \tau^{min}$	$P_t^{pub} = 85$	$P_t^{priv} = 15$	

Se a democracia funcionar como deve, tal que o poder político esteja distribuído uniformemente entre todos os indivíduos na sociedade, então para quase todos os conjuntos de parâmetros razoáveis teremos como resultado um equilíbrio estacionário *pooling*, com V^h, sendo escolhido no longo prazo, como pode-se observar na Figura 1.

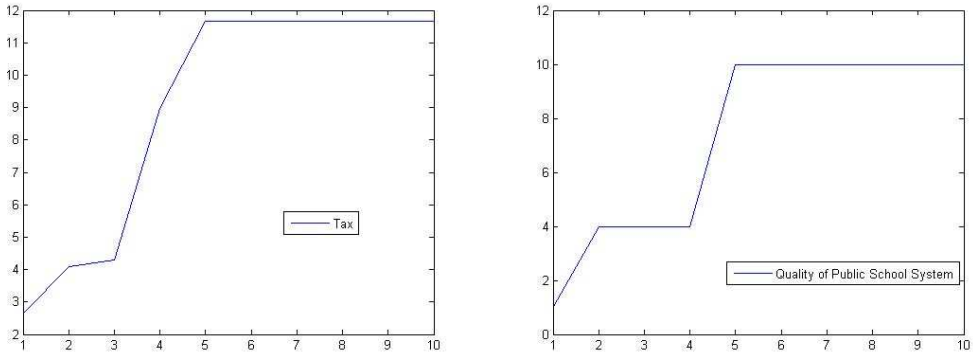
Figura 5.1: **Evolução dos Equilíbrios**



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

Os indivíduos com capital humano adquirido através do ensino público, efetivamente os mais pobres e que não podem arcar com mensalidades além dos impostos, têm uma taxa de fecundidade mais elevada, com o crescimento de sua população ocorrendo a uma taxa mais rápida do que daqueles cujo capital humano é adquirido no sistema privado de ensino, que são os mais ricos. Portanto, o subsídio à educação pública decrescerá no tempo, já que a proporção de pessoas pagando impostos sem usar o sistema público é decrescente. Devido a essas tendências demográficas, o imposto necessário para financiar cada tecnologia educacional aumentará com o tempo, como pode-se constatar na figura 2, o que significa que as pessoas têm um custo crescente para o mesmo benefício. Entretanto, esse aumento no nível do imposto leva a uma redução na fecundidade e, por conseguinte, quanto maior o nível das despesas públicas, mais vagarosa será a tendência crescente do imposto necessário para financiá-las. Assim, chegará o momento em que o imposto será suficientemente elevado a ponto de os pobres preferirem pagar ainda mais para obterem um nível maior de despesas públicas com educação e, como resultado, a qualidade das escolas públicas crescerá no tempo, como podemos também observar na figura 2.

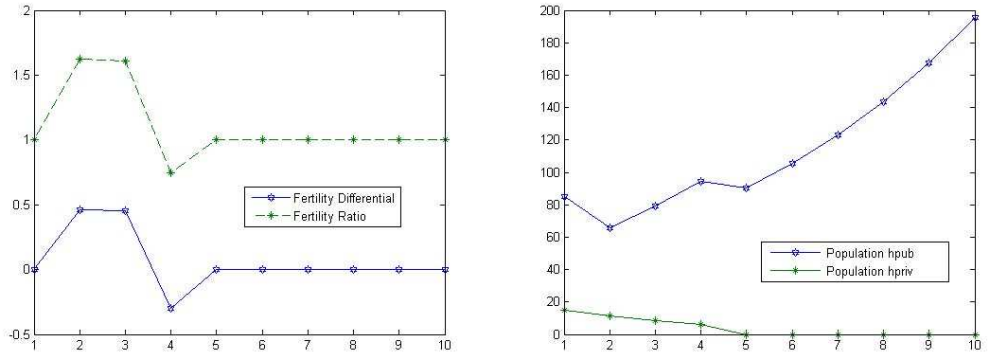
Figura 5.2: **Evolução do Imposto e da Qualidade da Educação Pública**



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

Inicialmente, aqueles com capital humano mais elevado que matriculam seus filhos no sistema de ensino privado, terão em média menos filhos comparativamente aos de capital humano menos elevado, que matricularão seus filhos em escolas públicas, como demonstrado na proposição 2. Portanto, como ilustrado na figura 3 [3] , teremos um diferencial de fecundidade entre os grupos sociais, que levará a uma tendência demográfica explicitada na mesma figura, com o grupo com menos capital humano crescendo muito mais rapidamente do que o grupo com mais capital humano. Esta será a trajetória até que o sistema educacional público tenha melhorado tanto a ponto de os ricos também decidirem nele.matricular seus filhos Isto elevará a fecundidade do grupo de maior renda a uma taxa superior à do grupo de menor renda, devido a um efeito-renda, mas somente durante uma geração, uma vez que na seguinte ambos os grupos convergirão nas escolhas de educação e fecundidade assim como em renda, e o diferencial de fecundidade desaparecerá.

Figura 5.3: **Diferencial de Fecundidade e Crescimento Demográfico**



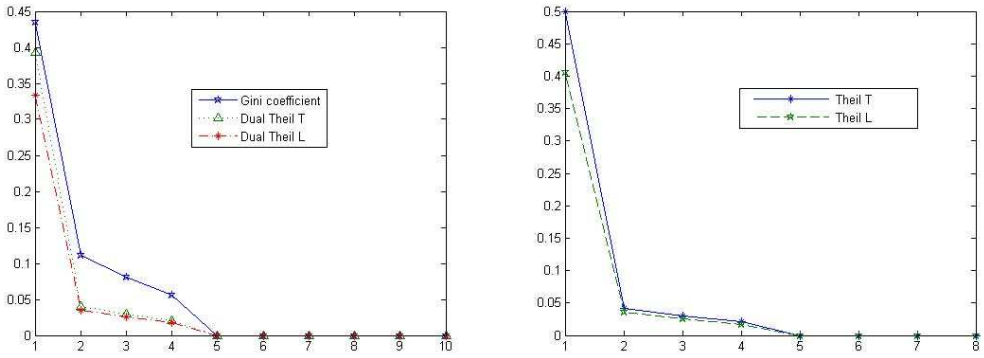
Como o grupo populacional de menor renda, devido a fatores demográficos, deterá o poder político, viesando-o em seu favor, esperaríamos uma tendência de convergência. E é exatamente o que ocorre. Primeiramente, o aumento na qualidade do ensino público levará a uma elevação do capital humano dos pobres em relação ao dos ricos, reduzindo a desigualdade per se. Como conseqüência desta tendência, no longo prazo o aumento na qualidade das escolas públicas será suficiente para atrair os ricos a matricularem nelas seus filhos, acabando assim com a desigualdade. Simulo diferentes medidas de desigualdade - coeficiente de Gini, índice de Theil T, Theil L, dual do Theil T, dual do Theil L - nas figuras 4 para mostrar esse padrão. Conforme observa-se, ambos os índices de Theil e o coeficiente de Gini decrescem em um primeiro momento, devido a um aumento na qualidade da educação pública em relação à

[3] A coincidência no nível da fecundidade inicial ocorre porque, para esse conjunto de parâmetros, o efeitos substituição e o efeito renda relativos à demanda por crianças se anulam.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

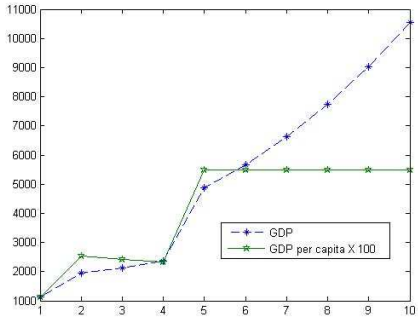
educação privada, e então declinam até zero, quando todos decidem matricular os filhos na rede pública.

Figura 5.4: **Medidas de Desigualdade**



A renda agregada [4] e a renda per capita crescerão, a princípio, de acordo com o crescimento do nível do ensino público, que elevará consideravelmente o capital humano agregado da sociedade. Uma vez que atingirmos o equilíbrio de longo prazo, a renda agregada crescerá à taxa de crescimento populacional e, portanto, a renda per capita permanecerá constante no longo prazo. Essas tendências são mostradas na figura 5.

Figura 5.5: **Renda Agregada e Renda per capita**



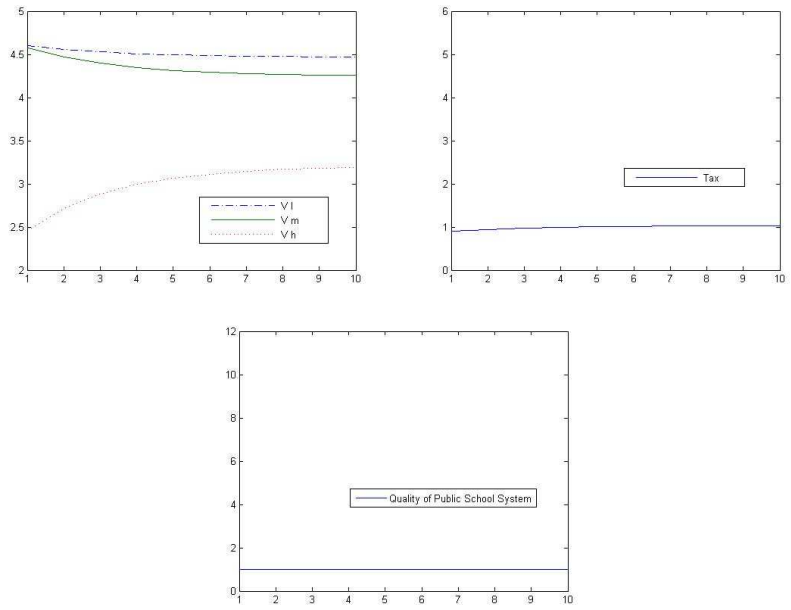
[4]A estrutura simples e linear do modelo implica que a renda agregada é simplesmente o estoque total de capital humano da população.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

5.2.2
Democracia II

Se γ for suficientemente baixo, isto é, se os indivíduos se importarem muito pouco com filhos, ou praticamente não se importarem com o seu capital humano, então teremos como resultado um equilíbrio estacionário separador, com V^l sendo escolhido no longo prazo. Isto é o que ocorre quando calibramos os mesmo parâmetros do exercício anterior, mas colocando $\gamma = 0,4$, por exemplo. Considerando-se que os filhos não são tão importantes para os pais, estes não quererão abrir mão do consumo próprio para pagarem impostos mais elevados, a fim de financiar um ensino público de melhor qualidade para seus filhos. Por conseguinte, o nível de gasto público escolhido através do processo político será o menor possível, e como resultado a qualidade do sistema educacional público permanecerá τ^{low}, como se observa na figura 6. Os ricos estudarão na rede de ensino privada e acumularão muito mais

Figura 5.6: **Evolução dos Equilíbrios, do Imposto e da Qualidade da Educação Pública**

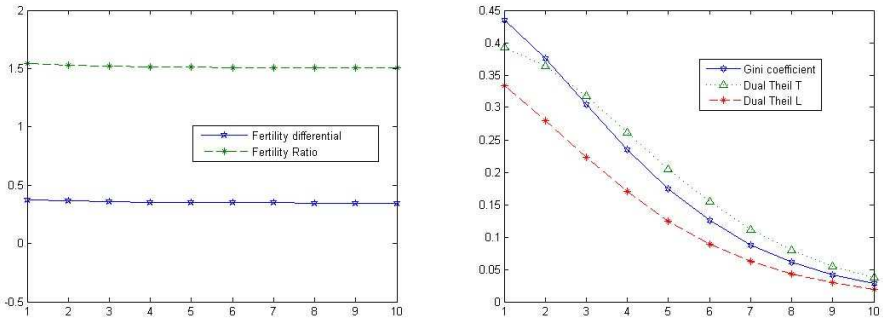


capital humano, o que fará com que tenham uma renda permanente muito mais elevada, enquanto os pobres estudarão em escolas da rede pública de péssima qualidade, acumulando assim menos capital humano e fazendo jus a uma renda permanente menor. Teremos também um diferencial de fecundidade substancial e permanente entre os grupos, já que os pobres terão mais filhos que os ricos, e a desigualdade permanecerá elevada no longo prazo. Essa trajetória pode ser observada na figura 7. A desigualdade parece cair, mas isso se deve somente a um efeito de crescimento populacional e ao fato de que neste modelo

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

o retorno à educação é constante, não variando com a oferta relativa de mão-de-obra qualificada.

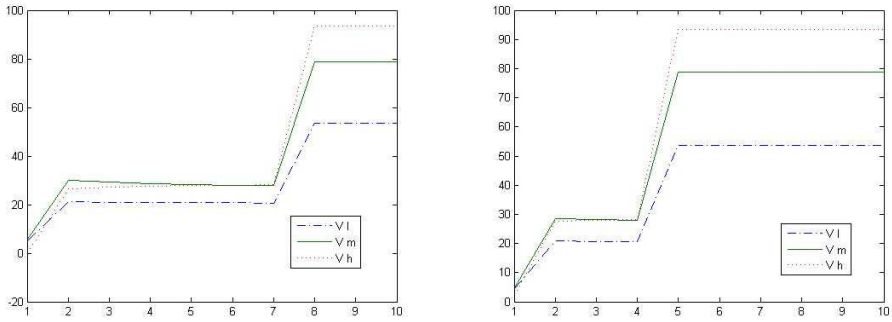
Figura 5.7: **Diferencial de Fecundidade e Medidas de Desigualdade**



5.2.3
Populações Iniciais

No caso da democracia, se forem modificadas as populações inicias, o que mudará será basicamente o timing da convergência. Quanto menor a proporção de pessoas educadas no ensino privado, que corresponde ao grupo de renda mais elevada, mais rápido ocorrerá a convergência. Por exemplo, enquanto para o conjunto de parâmetros usados no primeiro caso descrito a convergência acontece após cinco gerações [5], se a proporção inicial de pessoas educadas for 45% ao invés de 15%, a renda convergirá somente após oito gerações. Esse exemplo é ilustrado na figura 8.

Figura 5.8: $P_t^{pub} = 55\%$ **e** $P_t^{priv} = 45\%$ **vs** $P_t^{pub} = 85\%$ **e** $P_t^{priv} = 15\%$



[5]Talvez seja útil lembrar que neste modelo cada período corresponde a uma geração

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

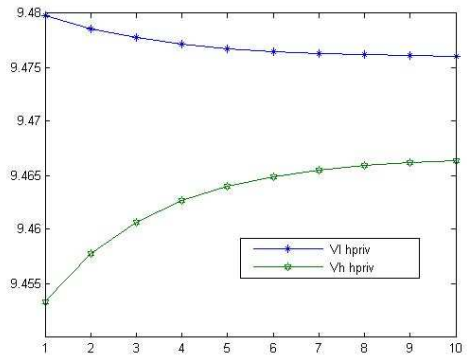
5.3
Resultado das Simulações - Plutocracia

5.3.1
Plutocracia I

$m = 66$	$\tau^{min} = 1$	$\tau^{med} = 5$	$\tau^{high} = 10$
$\gamma = 0.5$	$\phi = 0.225$	$\pi = 5$	$\mu = -$
$h_t^{pub} = \tau^{min}$	$P_t^{pub} = 85$	$P_t^{priv} = 15$	

Em um regime plutocrático, no qual somente os ricos detêm o poder político, teremos uma dinâmica bem diferente da resultante em uma democracia. Independente de quantos os pobres sejam, eles não participarão da decisão a respeito do imposto a ser pago nem tampouco, conseqüentemente, da qualidade da educação pública fornecida. Assim, a economia política consiste em o grupo de renda mais elevada ou decidir por um sistema educacional público de qualidade muito baixa, caso em que matricularão seus filhos no sistema privado, ou por um sistema educacional público de excelente qualidade, caso em que matricularão os filhos no ensino público. A escolha dependerá majoritariamente da qualidade e custo relativo do ensino privado relativamente ao ensino público. Na simulação a seguir a qualidade do ensino privado é suficientemente elevada, e com isso cairemos num equilíbrio separador no longo prazo, como ilustrado pela figura 9.

Figura 5.9: **Evolução dos Equilíbrios**

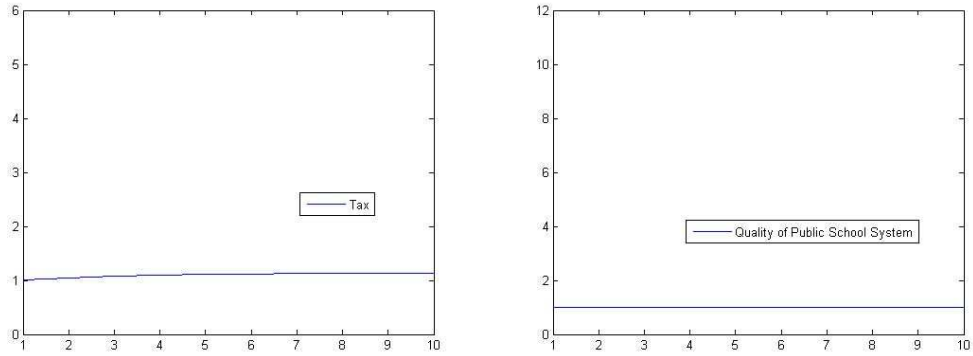


Como o imposto a ser pago por todos depende positivamente da razão entre o número daqueles que estarão matriculados na rede pública de ensino e a população total, podemos inferir que ele crescerá com o tempo, devido ao diferencial de fecundidade entre os grupos. Em cada geração haverá cada

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

vez mais matrículas no ensino público do que pessoas não matriculadas e, portanto, o custo de financiar o sistema educacional público crescerá. Entretanto, ele aumentará a uma taxa muito reduzida, posto que, como mencionado anteriormente, aqueles com elevado nível de capital humano e de renda preferirão manter a qualidade do sistema público de ensino tão baixa quanto possível, já que dele não se beneficiarão. Assim, a qualidade do ensino público permanecerá permanentemente baixa, como mostrado na figura 10.

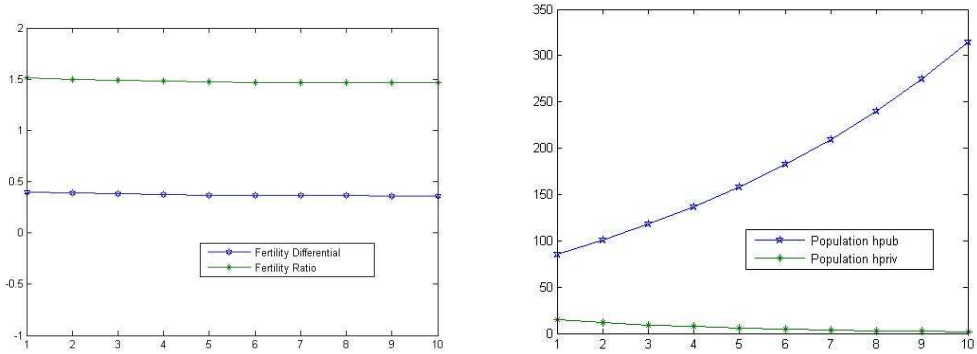
Figura 5.10: **Evolução do Imposto e da Qualidade da Educação Pública**



Como os indivíduos com capital humano adquirido no ensino público matricularão seus filhos no ensino público, cujo único custo é o imposto, terão em média uma maior taxa de fecundidade em relação àqueles com capital humano adquirido no ensino privado, que matricularão seus filhos no ensino privado, cujo custo é muito mais elevado, pois inclui também a mensalidade escolar além do imposto. Isto é, os ricos decidirão ter menos filhos, porém investirão mais em seu capital humano, enquanto os pobres terão muitos filhos com menos capital humano.

Assim, os tamanhos populacionais divergirão, com a proporção de pobres crescendo no tempo. Esses padrões são observados na figura 11.

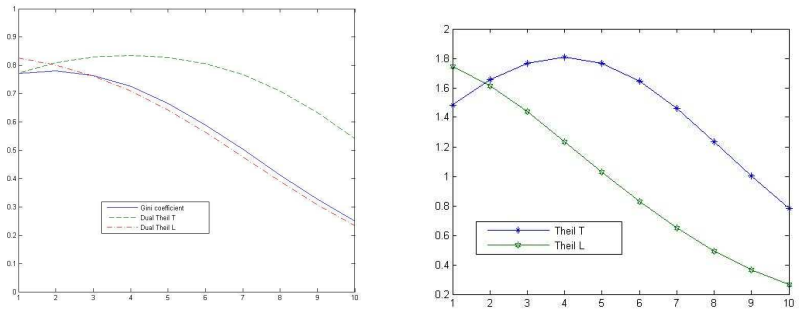
Figura 5.11: **Diferencial de Fecundidade e Crescimento Demográfico**



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

As medidas de desigualdade permanecem bastante elevadas por muitas gerações, e então começam a cair, na medida em que a população com renda mais alta se torna numericamente irrelevante, o que nos conduz a uma sociedade quase homogênea. Esse padrão ocorre com todas as medidas de desigualdade, embora com *timing* diferente, como pode-se observar na figura 12. A desigualdade cai, ao invés de crescer ou estabilizar-se, porque em nosso modelo o retorno à educação é constante, não dependendo da oferta relativa de diferentes tipos de trabalhadores, já que implicitamente assumo que esses são substitutos. Se trabalhadores qualificados e menos qualificados fossem complementares, mudanças na oferta relativa de qualificações teriam efeitos consideráveis nos salários relativos, através do retorno e educação e, portanto, o diferencial de fecundidade teria efeitos ainda maiores na evolução da distribuição de renda [6].

Figura 5.12: **Medidas de Desigualdade**

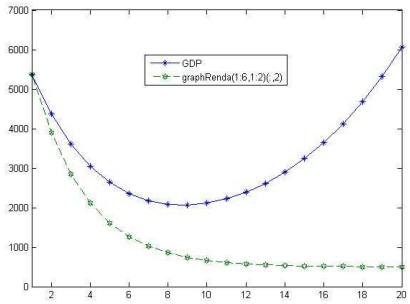


A renda agregada e a renda per capita inicialmente se reduzirão, pois a cada geração a composição da população será mais viesada na direção dos pobres. Mas, a partir do momento em que os ricos se tornarem numericamente irrelevantes, a renda agregada crescerá à mesma taxa que a população e a renda per capita não crescerá mais, como podemos ver na figura 13. Como se observa, o valor da renda per capita em um regime plutocrático é menor do que em um regime democrático. Isso acontece porque, assim como em Ferreira (2001) e Glomm e Ravikumar (1992), redistribuição através de gastos públicos em educação reduz os custo de eficiência de indivisibilidades nos investimentos produtivos, permitindo a acumulação de capital humano por indivíduos que caso contrário não investiriam neste capital humano.

[6]Exemplificando, De la Croix e Doepke (2003) assumem que habilidades diferentes são substitutas e Kremer e Chen (2002) e Dahan e Tsiddon (1998) assumem que são complementares, através da utilização da forma funcional Cobb-Douglas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

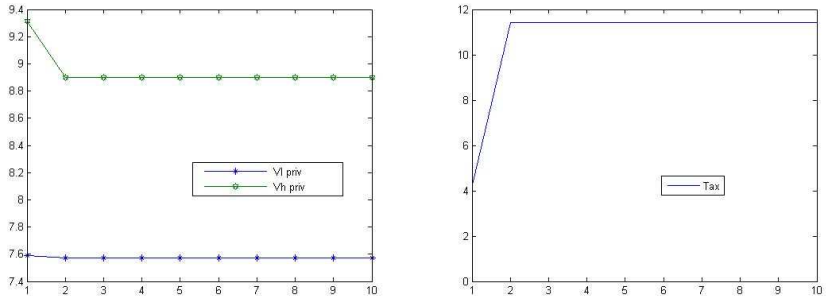
Figura 5.13: **Renda Agregada e Renda per capita**



5.3.2
Plutocracia II

Calibro para os mesmos parâmetros do caso anterior, mas escolhendo um valor bem mais baixo para m. Neste caso, os ricos optarão por pagar impostos mais elevados e fornecer um sistema educacional público de alta qualidade para seus filhos, e os pobres se beneficiarão disso.

Figura 5.14: **Evolução dos Equilíbrios e Evolução do Imposto**

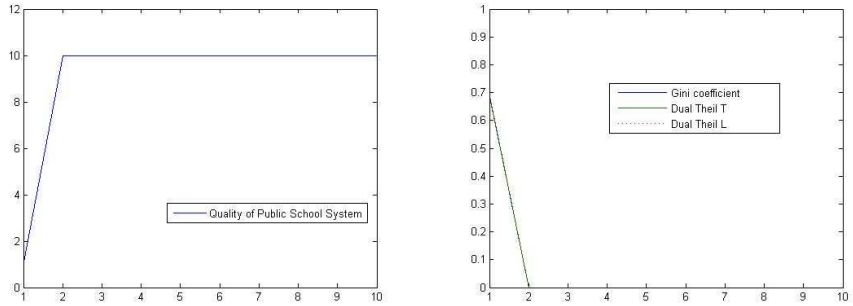


Encontramos como resultado de equilíbrio todos na sociedade estudando no ensino público, acumulando o mesmo capital humano e, por conseguinte, um equilíbrio sem desigualdade, como pode-se observar nas figuras 14 e 15. Entretanto, neste caso, a convergência de renda não se deve a uma mudança no poder político relativo entre os grupos, ocorrendo tão somente porque os que detêm o poder político preferem investir no capital humano de seus filhos através do ensino público, a fazê-lo através do ensino privado.

Na prática, esse segundo equilíbrio é improvável de acontecer, pois existem muitos benefícios implícitos, não considerados neste modelo, relacionados ao investimento no capital humano dos filhos através do ensino privado em relação ao ensino público. Primeiramente, há muita incerteza envolvida no processo político. Se uma pessoa de renda elevada paga uma mensalidade escolar, há mais segurança de que seu filho vá desfrutar de um ensino de alta qualidade do que se ela pagar um imposto elevado para financiar o ensino

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

Figura 5.15: **Qualidade da Educação Pública e Medidas de Desigualdade**

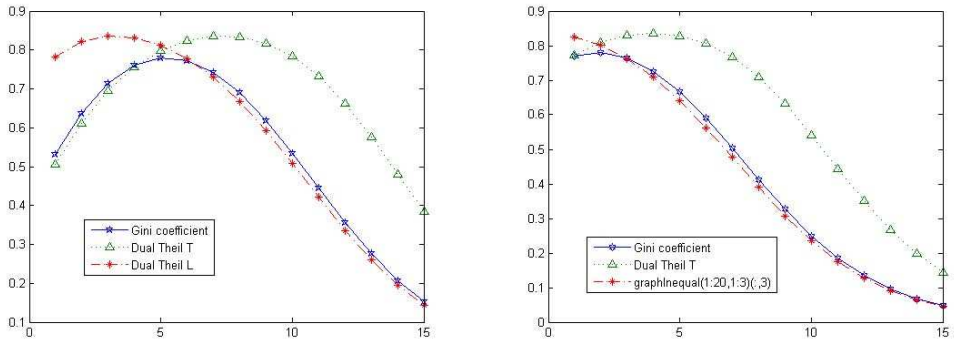


público. Segundo, os canais através dos quais podem-se cobrar resultados educacionais são bem menos custosos no ensino privado. E, terceiro, apenas para citar algumas das razões, pessoas podem preferir matricular seus filhos em um sistema onde as demais crianças têm um *background* parecido ao de seus filhos.

5.3.3
Populações Iniciais

No caso da plutocracia, a principal mudança decorrente de uma variação nas populações iniciais dar-se-á na evolução da desigualdade. Se o tamanho relativo do grupo de renda alta não for tão pequeno, a desigualdade primeiramente irá subir substancialmente e por um longo tempo, antes de começar a cair, devido à tendência demográfica explicada anteriormente, como mostrado na figura 16. A intuição é que, quanto maior a população inicial do grupo de renda mais elevada, mais tempo levará até que este grupo se torne numericamente irrelevante.

Figura 5.16: $P_t^{pub} = 55\%$ **e** $P_t^{priv} = 45\%$ **vs** $P_t^{pub} = 85\%$ **e** $P_t^{priv} = 15\%$



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

5.4
Um Caso Idílico

Há também que se considerar uma situação na qual uma sociedade democrática já tenha alcançado um estágio de alta qualidade do ensino público, sem desigualdade e com a alternativa de fornecer a educação através da rede privada ao invés da pública. Como todos os indivíduos podem arcar com o ensino privado, a sociedade como um todo vai se defrontar com duas possibilidades de ensino, comparando-se assim somente sua qualidade relativa e os custos envolvidos em cada uma delas. Neste caso podemos possivelmente ter como resultado um equilíbrio de longo prazo sem desigualdade, com todos estudando no sistema educacional privado. Esse caso pode ser encarado como uma combinação das duas análises anteriores, na medida em que o regime político é democrático, como no primeiro caso analisado, mas ao mesmo tempo todos os votantes pivotais podem escolher matricularem os filhos em qualquer um dos tipos de ensino, como no segundo caso analisado, o plutocrático.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

5.5
Estática Comparativa

Enquanto os outros parâmetros que governam a dinâmica estão associados aos sistemas político e educacional e a gostos e a opiniões pessoais, ϕ e π, o custo de se criar uma criança e o retorno ao capital humano, respectivamente, são parâmetros puramente exógenos sobre os quais nem os agentes nem o governo têm controle ou influência. Portanto, ao invés de examinar o impacto destes no equilíbrio de forma tão profunda quanto os outros, optei por realizar alguns exercícios de estática comparativa através das simulações. Destes, podemos inferir que:

(i) Se o grupo de baixa renda detém o poder político, quanto maior o valor o valor de ϕ e π, mais V^h prevalecerá sobre V^m, isto é, maior a probabilidade de que tenhamos um equilíbrio pooling sem desigualdade no longo prazo. Isso acontece com o parâmetro ϕ porque, quanto maior o custo de se criar uma criança, mais as pessoas vão abrir mão da quantidade de filhos em prol da qualidade, escolhendo com isso maiores investimentos em educação pública. E com o parâmetro ϕ, porque a inclinação a pagar maiores impostos cresce com a renda, a qual por sua vez cresce com π. Isso é ilustrado nas figuras 17 e 18, nas quais simulo os mesmo parâmetros do caso democrático anterior e vario apenas ϕ e π.

Figura 5.17: ϕ**=0,2 e** ϕ**=0,3**

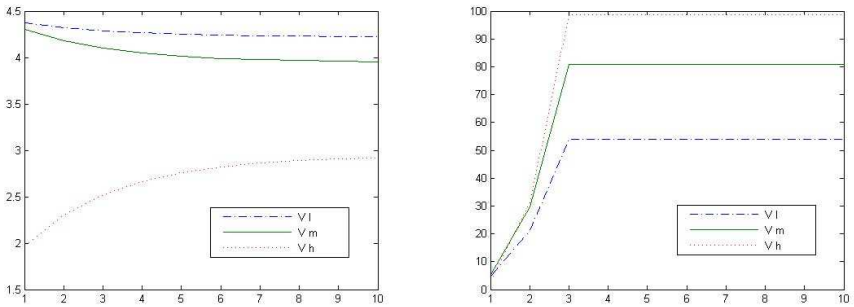
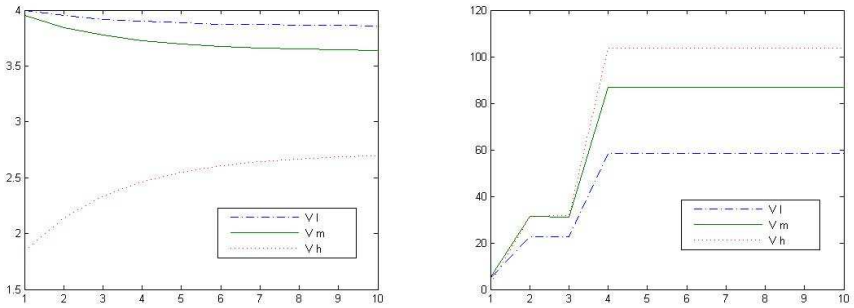


Figura 5.18: π**=5 e** π**=6**



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA

(ii) Se o grupo de alta renda detém o poder político, quanto maior o valor o valor de ϕ e π, mais V^m prevalecerá sobre V^h, isto é, maior a probabilidade de que tenhamos um equilíbrio separador com persistente desigualdade no longo prazo. A intuição é a seguinte. Quanto mais elevado o custo de se criar uma criança e o custo de oportunidade (que cresce com a renda), menos filhos as pessoas terão, e conseqüentemente menor será o benefício de pagar um imposto mais elevado - que independe do número de filhos que o indivíduo tenha - relativo ao benefício de matricular os filhos em uma escola privada. Isso é ilustrado nas figuras 19 e 20.

Figura 5.19: ϕ**=0,2 e** ϕ**=0,3 e**

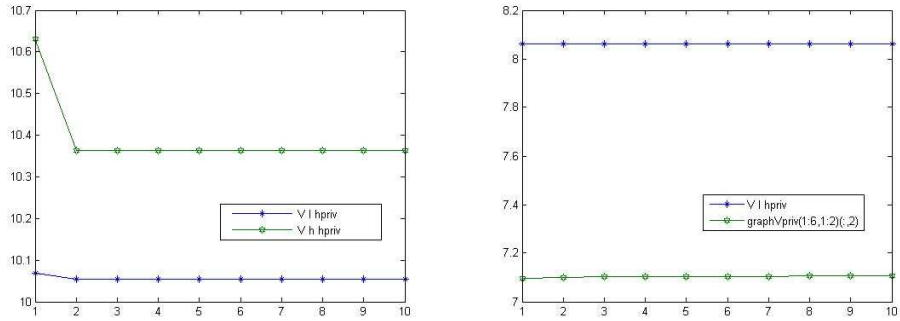
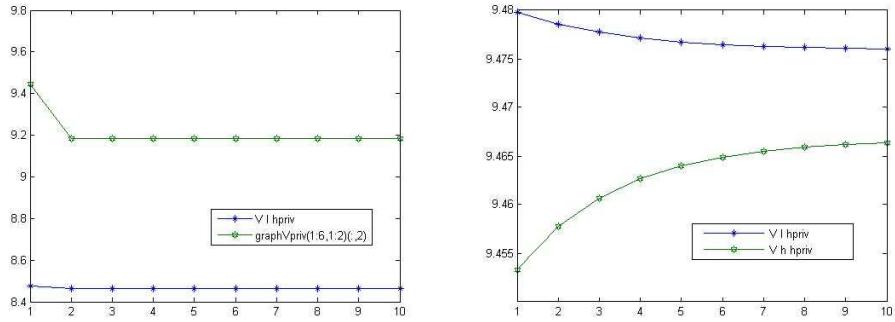


Figura 5.20: π**=4 e** π**=5**



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510684/CA