

4

Método dos elementos distintos para simular rochas

Em 2004, Potyondy e Cundall (56) propuseram um modelo para simular o comportamento de rochas, o BPM (*“Bonded Particle Model for rock”*). Nesse modelo, a rocha é modelada como um material granular com contatos cimentados, usando como base o DEM. Tanto os grãos como o cimento entre eles são capazes de deformar e os contatos podem se quebrar.

Potyondy e Cundall argumentam que a rocha pode ser representada como um material heterogêneo, composto de grãos cimentados. Em uma rocha sedimentar, como o arenito, existe de fato um material cimentante. Já em rochas cristalinas, como o granito, o material intra-granular pode ser aproximado com uma noção de cimento.

Existe um alto nível de desordem nesses sistemas, incluindo estresses não homogêneos produzidos durante a genese do material, deformabilidade, a resistência dos grãos e do cimento, o tamanho dos grãos. Todos esses itens influenciam o comportamento mecânico global, e alguns dessas propriedades possuem comportamento variável durante a evolução de um fenômeno físico.

O comportamento mecânico de uma rocha e do BPM são definidos pela evolução da cadeia de forças. Quando uma carga é aplicada sobre o material, essa carga se propaga através dos grãos, e também por um esqueleto de contatos cimentados que formam uma cadeia. A aplicação de carga induz transmissão de forças e gera muitos pontos de tensão e compressão. Veja uma ilustração desse processo na figura 1.2.

Os modelos computacionais de rocha podem ser classificados em duas categorias, com base na maneira que as fraturas são representadas: indiretamente e diretamente.

No caso indireto o efeito das fraturas é representado nas relações constitutivas do modelo. E no caso direto, as fraturas são modeladas pela formação e monitoramento de micro fraturas. O BPM é um exemplo de método direto e o método que é proposto nesta tese, o GBPM, também pertence a essa classe.

4.1

Formulação do BPM

O BPM simula o comportamento mecânico de uma coleção de partículas esféricas, rígidas e com raio variável. Esses elementos podem estar cimentados, isso é, conectados. Um esquema para BPM é apresentado na figura 4.1.

O comportamento mecânico do sistema é descrito pelo movimento de cada partícula, e pela força e momento atuando em cada contato. As equações de movimento de Newton (2-1) servem como relação fundamental entre movimento e a força resultante. Esses efeitos atuam sobre as partículas causando o movimento.

O BPM assume varias hipóteses sobre o material a ser simulado, e essas hipóteses serão descritas na próxima seção.

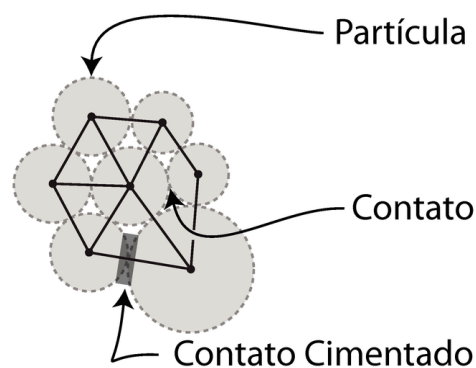


Figura 4.1: Elementos do BPM, partículas, contatos e contatos cimentados.

4.2

Hipóteses do modelo

A modelagem BPM não serve para todos os casos. No trabalho de Potyondy e Cundall (56) são apresentadas uma série de hipóteses que são assumidas para que a modelagem seja realista.

As hipóteses assumidas durante a modelagem com o BPM, são:

1. As partículas devem ser esféricas ou circulares, e possuir massa finita.
2. As partículas se movem independentemente umas das outras, e podem transladar e rotacionar.
3. As partículas interagem apenas nos contatos. Devido ao fato dos grãos serem circulares ou esféricos, um contato envolve apenas duas partículas.

4. As partículas podem se sobrepor, e toda sobreposição é relativamente pequena em comparação ao tamanho da partícula.
5. Um contato pode ser cimentado, e esse contato carrega forças e pode quebrar. Partículas cujo contato é cimentado podem interagir mesmo não estando em contato mecânico.
6. Leis generalizadas de força-deslocamento em cada contato conectam o movimento a força e momento no contato.

O BPM utiliza o DEM como parte do modelo, ele é utilizado para representar o material granular. No DEM, a interação entre as partículas é tratada como um processo dinâmico com estados de equilíbrio. O estado de equilíbrio é desenvolvido quando as forças internas entram em balanço.

As forças de contato e os deslocamentos dos aglomerados granulares são calculados monitorando-se os movimentos de cada partícula. Os movimentos resultam da propagação através do sistema de efeitos externos, como por exemplo, forças geradas pelas bordas do sistema.

Os cálculos feitos pelo DEM alternam entre a aplicação da lei de Newton e o cálculo da reação entre os contatos. E o comportamento dinâmico é representado numericamente por um algoritmo baseado em passo de tempo. As acelerações e velocidades são consideradas constantes em cada passo de tempo.

O esquema adotado para integrar as equações de Newton é explícito, o problema é que o passo de tempo deve ser pequeno, para que os distúrbios físicos propaguem-se somente até os vizinhos diretos de cada partícula.

A velocidade de propagação depende das propriedades do material, como por exemplo distribuição e dureza dos grãos, e o passo de tempo a ser adotado depende disso.

Existem vantagens de empregar um esquema explícito. A possibilidade de simular uma grande quantidade de partículas, usando pequena quantidade de memória. E as instabilidades físicas são modeladas de maneira direta, pois o processo de micro-fratura ocorre de maneira realista. Não sendo necessário recorrer a um modelo não-físico, como acontece com alguns métodos implícitos.

4.3

Modelagem do contato cimentado e parâmetros para o BPM

O BPM tenta imitar o comportamento de uma coleção de grãos, presos entre si, com um material cimentante.

A força total de um contato cimentado provém de uma força, \vec{F}_{ij} , que é derivada do contato partícula-partícula, essa força é modelada com o auxílio do DEM.

A segunda porção da força total, é devida uma força \vec{F}_{ij} e um torque \vec{M}_{ij} do modelo de cimento. Essas quantidades contribuem para as forças e momentos resultantes atuando sobre as partículas. Em seguida, vamos analisar cada uma dessas parcelas.

4.3.1

Força devido ao contato partícula-partícula

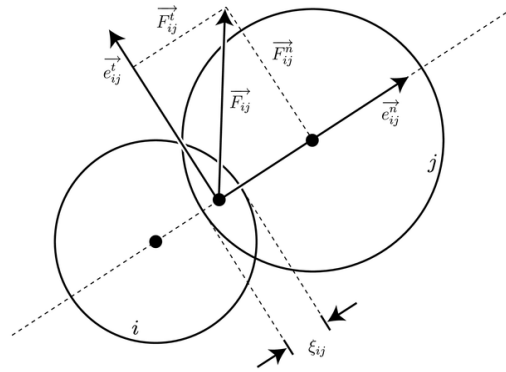


Figura 4.2: Geometria da força que provém do contato entre duas partículas.

A parcela que provém apenas do contato partícula-partícula, depende dos parâmetros: $Y_i^n, Y_j^n, k_i^t, k_j^t, \mu_i$ e μ_j , respectivamente representam as constantes elásticas normais e tangentes, (Y_i^n, Y_j^n, k_i^t e k_j^t), e os coeficientes de atrito de Coulomb, (μ_i e μ_j).

A força normal é modelada segundo

$$F_{ij}^n = Y^{\text{eff}} \xi_{ij},$$

onde Y^{eff} é a constante elástica efetiva de contato normal, e é definida por

$$Y^{\text{eff}} = \frac{Y_i^n Y_j^n}{Y_i^n + Y_j^n},$$

onde Y_i^n é a constante elástica de contato normal da partícula i .

A geometria do vetor força, para o caso 2D, é ilustrado na figura 4.2.

A força tangente é calculada de maneira incremental, com o auxílio do modelo de Cundall e Strack, como foi definido na seção 3.3.2.

4.3.2

Força devido ao contato cimentado

A força e momento são modelados a partir de cinco parâmetros:

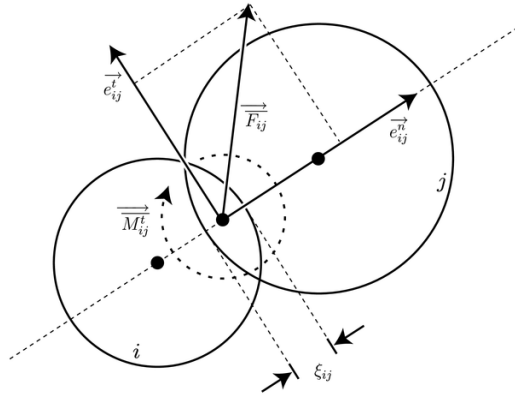


Figura 4.3: Modelagem em duas dimensões do contato cimentado.

- \bar{k}^n constante elástica normal.
- \bar{k}^t constante elástica tangente.
- $\bar{\sigma}$ resistência elástica normal.
- $\bar{\tau}$ resistência elástica tangente.
- $\bar{\lambda}$ multiplicador de raio de contato cimentado.

Definimos o raio de contato cimentado pela equação:

$$\bar{R} = \bar{\lambda} \min\{R_i, R_j\}.$$

A força é definida com base nas direções tangente e normal do contato, como ilustrados na figura 4.3.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F}_{ij} &= \overrightarrow{F}_{ij}^n + \overrightarrow{F}_{ij}^t \\ \overrightarrow{F}_{ij}^n &= \bar{F}_{ij}^n \overrightarrow{e}_{ij}^n, \\ \overrightarrow{F}_{ij}^t &= \bar{F}_{ij}^t \overrightarrow{e}_{ij}^t,\end{aligned}$$

onde \bar{F}_{ij}^n e \bar{F}_{ij}^t são os componentes normais e tangentes da força, respectivamente.

Quando o contato é formado, os valores \bar{F}_{ij}^n e \bar{F}_{ij}^t são inicializados com zero. A cada passo de tempo subsequente, esses valores são atualizados de acordo com a equação:

$$\begin{aligned}\Delta \bar{F}_{ij}^n &= \bar{k}^n S v_{ij}^n(\overrightarrow{P}_{\text{cont}}) \Delta t, \\ \Delta \bar{F}_{ij}^t &= -\bar{k}^t v_{ij}^t(\overrightarrow{P}_{\text{cont}}) \Delta t,\end{aligned}$$

onde S é área da seção transversal de contato, $v_{ij}^t(\overrightarrow{P_{\text{cont}}})$ e $v_{ij}^n(\overrightarrow{P_{\text{cont}}})$ são as velocidades relativas tangentes e normais, respectivamente.

S formalmente é

$$S = \begin{cases} 2\overline{R} & \text{em duas dimensões} \\ \pi\overline{R}^2 & \text{em três dimensões} \end{cases}$$

onde \overline{R} é o raio efetivo de contato.

4.3.3

Torque devido ao contato cimentado

Analogamente à força, um torque é modelado.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M}_{ij} &= \overrightarrow{M}_{ij}^n + \overrightarrow{M}_{ij}^t \\ \overrightarrow{M}_{ij}^n &= \overline{M}_{ij}^n \overrightarrow{e}_{ij}^n, & \overrightarrow{M}_{ij}^t &= \overline{M}_{ij}^t \overrightarrow{e}_{ij}^t, \end{aligned}$$

onde \overline{M}_{ij}^n e \overline{M}_{ij}^t são os componentes normais e tangentes do torque.

Em duas dimensões, $\overline{M}_{ij}^n = 0$, e \overline{M}_{ij}^t atua na direção normal do plano, esse caso é ilustrado na figura 4.3.

Quando o contato é formado, os escalares \overline{M}_{ij}^n e \overline{M}_{ij}^t são inicializados com zero, a cada subsequente passo de tempo, esses valores são atualizados seguindo as equações:

$$\begin{aligned} \Delta\overline{M}_{ij}^n &= -\overline{k}^t J\omega_{ij}\Delta t, \\ \Delta\overline{M}_{ij}^t &= -\overline{k}^n I\omega_{ij}\Delta t, \end{aligned}$$

onde $\omega_{ij} = (\omega_j - \omega_i)$ é a velocidade angular relativa, J é o momento polar de inércia e I é o momento de inércia.

I e J são definidos pelas seguintes equações:

$$I = \begin{cases} \frac{2}{3}\overline{R}^3 & \text{em duas dimensões} \\ \frac{1}{4}\pi\overline{R}^4 & \text{em três dimensões} \end{cases},$$

$$J = \begin{cases} \text{Indefinido,} & \text{em duas dimensões} \\ \frac{1}{2}\pi\overline{R}^4 & \text{em três dimensões} \end{cases}$$

onde \overline{R} é o raio efetivo de contato.

4.3.4

Quebra do contato cimentado

São calculados os valores máximos de estresse atuando na vizinhança do contato, eles são definidos com base na seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^{\max} &= \frac{\overline{F}_{ij}^n}{A} + \frac{|\overline{M}_{ij}^t| \overline{R}}{I}, \\ \bar{\tau}^{\max} &= \frac{|\overline{F}_{ij}^t|}{A} + \frac{|\overline{M}_{ij}^n| \overline{R}}{J}.\end{aligned}$$

Caso os valores excedam os parâmetros de resistência do contato, $\bar{\sigma}^{\max} > \bar{\sigma}$ ou $\bar{\tau}^{\max} > \bar{\tau}$, o contato cimentado é removido do modelo, juntamente com sua força e torque.