

5 Proposta de modelagem GBPM

Na modelagem proposta por Potyondy e Cundall (56) são utilizados diversos parâmetros para definir o modelo de contato cimentado. Isso torna-se um problema para calibrar o modelo a fim de obter uma determinada resposta macroscópica, ou seja, o espaço de parâmetros utilizado é grande. Para tentar contornar essa dificuldade, esse trabalho propõe modelar o problema utilizando um número reduzido de parâmetros, tornando a tarefa de varrer o espaço de parâmetros mais simples.

A principal mudança está no modelo dos contatos cimentados, onde é empregada a superfície da esfera na modelagem. Nos modelos anteriores, sempre considera-se o centro do grão, e com isso, alguns movimentos da partícula não são considerados. Por exemplo, no modelo BPM o contato cimentado não impede o movimento de rotação.

O novo modelo de contato proposto aproxima o comportamento do que aconteceria ao se “colar” duas esferas com um com um material elástico (cola). Essa modelagem é ilustrada na figura 5.1. Esse material é capaz de se deformar e gerar forças sobre a superfície do grão, que por sua vez gera torque nos dois grãos.

O nome dado para a nova proposta de modelagem é “Geometric Bounded Particle Method” GBPM, e ele decorre do seguinte fato: A modelagem é realizada tomando em conta a geometria e a posição do ponto de contato na superfície do grão. Assim, tanto a geometria quanto a posição angular do grão são levadas em conta na modelagem.

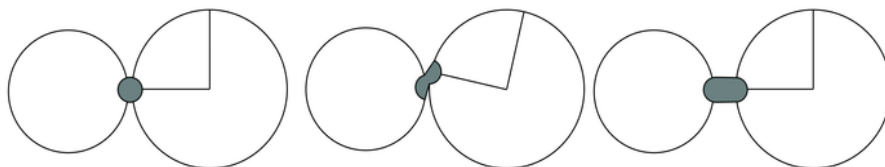


Figura 5.1: Modelagem do contato geométrico.

O GBPM modela o contato geométrico como um material elástico, que resiste ao movimento, gerando forças na superfície do grão. Essa modelagem

possui a seguinte vantagem: torna desnecessário assumir um modelo para o torque. De fato, o torque é efeito direto da força atuando sobre a superfície.

Nas próximas seções vamos apresentar formalmente a descrição do modelo, e suas propriedades.

5.1

Formulação do GBPM

No modelo GBPM, um material granular cimentado é simulado com o auxílio de dinâmica molecular, em particular com o DEM. Além dos contatos partícula-partícula usuais, pode-se definir um contato elástico que modela o comportamento de um pequeno ponto de cola unindo as duas partículas. Esse esquema é ilustrado na figura 5.2. Vamos chamar esse contato elástico de contato geométrico, pois ele atua sobre a superfície da partícula.

Para inicializar o contato geométrico, devem ser definidos dois pontos. Um ponto na superfície de cada grão. E uma força de contato é definida, com base na posição e velocidade desses pontos. Nas próximas seções, esse contato vai ser estudado em maiores detalhes.

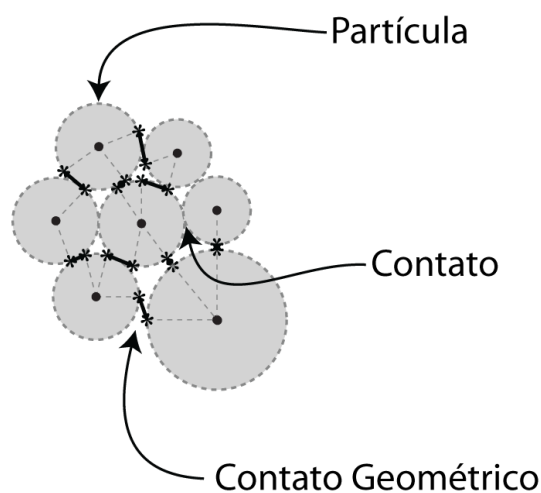


Figura 5.2: Elementos do GPBM: partículas, contatos e contatos geométricos.

5.2

Modelagem do contato geométrico

Ao iniciar o contato, deve ser definida a posição dos pontos de contato \vec{P}_i e \vec{P}_j , sobre as superfícies das partículas i e j respectivamente. Na figura 5.3 é mostrada a geometria do contato.

A força de ação do contato é modelada como sendo função da posição desses pontos e de suas velocidades relativas. Os pontos \vec{P}_i e \vec{P}_j movem-se

junto com as partículas, e com isso, suas velocidades estão relacionadas às velocidades angular e linear. Essa relação é exibida na seguinte equação,

$$\begin{aligned} v(\vec{P}_i) &= v_i + \omega_i \times (\vec{P}_i - \vec{r}_i), \\ v(\vec{P}_j) &= v_j + \omega_j \times (\vec{P}_j - \vec{r}_j). \end{aligned}$$

A velocidade relativa do contato, $v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j)$, é definida por

$$v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j) = v(\vec{P}_i) - v(\vec{P}_j).$$

A força do contato, \vec{F}_{ij} , que atua sobre a partícula j no ponto \vec{P}_j , é função das posições dos pontos de contato, \vec{P}_i e \vec{P}_j , e sua velocidade relativa, $v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j)$. Formalizando obtemos

$$\vec{F}_{ij} \equiv \vec{F}_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j, v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j)).$$

Por outro lado, a força atuando sobre a partícula i , no ponto \vec{P}_i , atua na direção contrária, isso é, $\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}$. As direções dessas forças estão ilustradas na figura 5.3.

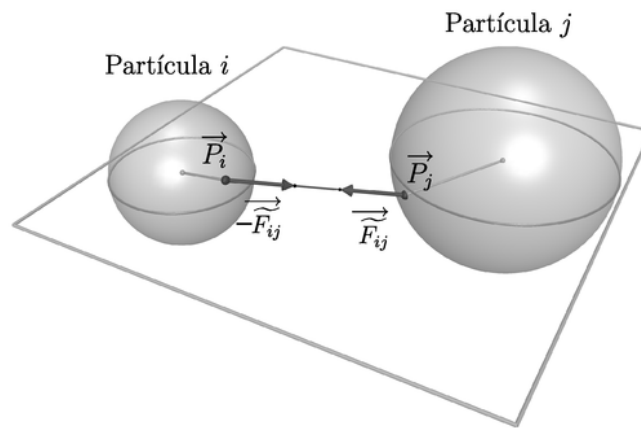


Figura 5.3: Forças do contato atuando sobre a superfície dos grãos.

A força atuando sobre a superfície gera torque sobre as partículas, a saber:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{ij} &= r_j^M \times \vec{F}_{ij}, \\ \vec{M}_{ji} &= r_i^M \times -\vec{F}_{ij}, \end{aligned}$$

onde, \vec{r}_j^M é o vetor de deslocamento ou braço de torque definido pela partícula j , \vec{M}_{ij} e \vec{M}_{ji} são os torques atuando sobre a partícula j e i , respectivamente. E \vec{r}_j^M, \vec{r}_i^M são definidos pela equação:

$$\begin{aligned} \vec{r}_j^M &= \vec{r}_j - \vec{P}_j, \\ \vec{r}_i^M &= \vec{r}_i - \vec{P}_i. \end{aligned}$$

A geometria desses elementos é exibida na figura 5.4.

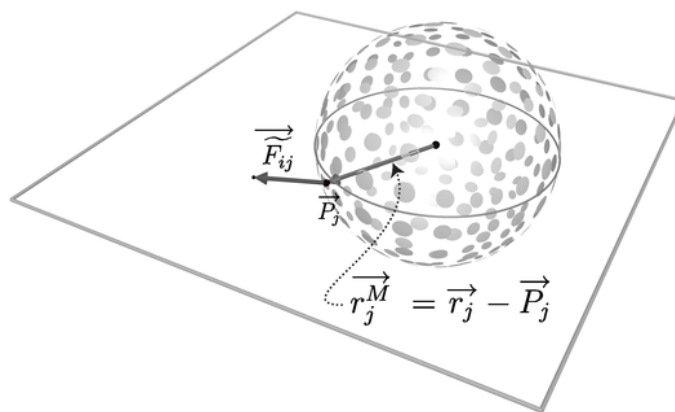


Figura 5.4: Geometria do braço de torque.

A função \vec{F}_{ij} é parametrizada pelos seguintes valores:

- \tilde{k} , constante elástica, do contato geométrico. Essa constante define a força do contato, isso é, um material mais duro possui um maior valor de \tilde{k} .
- $\tilde{\sigma}$, resistência do contato geométrico. Ela é responsável pelo controle da resistência do contato, no sentido de que quanto mais difícil o material se fraturar maior será o valor de $\tilde{\sigma}$.

Na sequência, será apresentada a fórmula utilizada para modelar a força \vec{F}_{ij} , e conseqüentemente, como calcular \vec{M}_{ij} .

5.2.1 Modelo linear

Esse modelo é o mais simples, e modela um contato conservativo. O contato reage linearmente à distância entre os pontos de contato. O problema é que esse tipo de formulação gera oscilações, isto é, o contato não converge

para um estado de equilíbrio. Devido a isso essa modelagem não é realista, pois ao se deformar o material esperamos que ocorra dissipação de energia.

A equação da força desse modelo é:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{ij} &= \tilde{k} \|\vec{P}_i - \vec{P}_j\| \frac{(\vec{P}_i - \vec{P}_j)}{\|\vec{P}_i - \vec{P}_j\|} \\ &= \tilde{k} (\vec{P}_j - \vec{P}_i),\end{aligned}$$

onde \vec{P}_i e \vec{P}_j , são os pontos definidos no contato.

5.2.2

Modelo elástico amortecido

Esse modelo é mais realista e possui um termo dissipativo. Com essa equação o contato atua como uma mola ligada a um amortecedor, ligando os dois pontos de contato.

Assim, a equação fica:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{ij} &= \tilde{k} \|\vec{P}_i - \vec{P}_j\| \frac{(\vec{P}_i - \vec{P}_j)}{\|\vec{P}_i - \vec{P}_j\|} - \tilde{\varphi} v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j) \\ &= \tilde{k} (\vec{P}_j - \vec{P}_i) - 2\tilde{\varphi} v_{ij}(\vec{P}_i, \vec{P}_j),\end{aligned}$$

onde $\tilde{\varphi}$ é o parâmetro dissipativo. Esse parâmetro pode ser informado, mas por outro lado, gostaríamos que o contato voltasse a sua configuração inicial, com a menor oscilação possível. Para isso, vamos buscar $\tilde{\varphi}$, de forma que o sistema vá o mais rápido possível para a posição de equilíbrio. Da teoria do oscilador harmônico, esse valor é conhecido como amortecimento crítico.

5.3

Quebra do contato cimentado

A quebra do contato se dá quando a seguinte condição é satisfeita

$$\|\vec{F}_{ij}\| > \tilde{\sigma}.$$

Quando isso acontece o contato é removido do modelo, juntamente com sua força.