



Alex Laier Bordignon

**GBPM: Um novo Método de Elementos
Discretos**

com contatos geométricos.

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática Aplicada

Orientador : Prof. Geovan Tavares dos Santos
Co-Orientador: Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Rio de Janeiro
Maio de 2010



Alex Laier Bordignon

GBPM: Um novo Método de Elementos Discretos

com contatos geométricos.

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática Aplicada. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Geovan Tavares dos Santos

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Co-Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Thomas Lewiner

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Sinesio Pesco

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Welles Morgado

Departamento de Física — PUC-Rio

Prof. Mário Neto Cavalcante Araújo

CENPES — Petrobras

Prof. Aura Conci

Instituto de Computação — UFF

Prof. Juliana Vianna Valerio

Instituto de Matemática — UFRJ

Prof. Luiz Henrique de Figueiredo

Instituto de Matemática Pura e Aplicada — IMPA

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de Maio de 2010

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Alex Laier Bordignon

Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá no ano de 2002, recebeu o título de mestre em Matemática Aplicada na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2006.

Ficha Catalográfica

Bordignon, Alex Laier

GBPM: Um novo Método de Elementos Discretos / Alex Laier Bordignon; orientador: Geovan Tavares dos Santos; co-orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2010.

v., 114 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Geometria Computacional. 3. Modelagem Geométrica. 4. Matemática Discreta. 5. Simulação Física. I. Santos, Geovan Tavares dos. II. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Aos meus orientadores Professores Geovan Tavares e Hélio Lopes pelo apoio, simpatia de sempre, e incentivo para a realização deste trabalho. Também aos professores Thomas Lewiner e Sinesio Pesco que me auxiliaram das mais diversas formas durante o curso do doutorado.

Ao CNPq, a Faperj e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos meus colegas da PUC-Rio, que muito me auxiliaram, às vezes questionando, às vezes construindo, mas sempre de forma positiva me ajudando a construir o meu conhecimento.

E finalmente a todos os colegas de trabalho, que também me ajudaram durante essa fase.

Resumo

Bordignon, Alex Laier; Santos, Geovan Tavares dos; Lopes, Hélio Côrtes Vieira. **GBPM: Um novo Método de Elementos Discretos**. Rio de Janeiro, 2010. 114p. Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O termo Métodos de Elementos Discretos nomeia uma família de métodos numéricos que simulam o movimento de um grande número de partículas em micro-escala. Os métodos de elementos discretos estão ganhando interesse em diversas áreas de aplicação por ser um método eficaz para modelar materiais granulares discretos e materiais cimentados. O principal objetivo dessa tese é o de propor um novo método de elementos discretos, que denominaremos por GBPM (Geometric Bounded Particle Method). Este novo método determina de forma direta os torques atuando sobre as partículas, dispensando assim a necessidade de um modelo não físico de torque.

Palavras-chave

Geometria Computacional; Modelagem Geométrica; Matemática Discreta; Simulação Física;

Abstract

Bordignon, Alex Laier; Santos, Geovan Tavares dos; Lopes, Hélio Côrtes Vieira. **GBPM: A new Discrete Element Method**. Rio de Janeiro, 2010. 114p. D.Sc. Thesis — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The term Discrete Element Methods appoints a family of numerical methods with simulate the movement of a large number of micro-scale particles. The discrete element method is gaining interest in various application areas due to their effectiveness in modeling discrete granular materials and cemented materials. The main objective of this thesis is to propose a new discrete element method, which will be called by Bounded Geometric Particle Method or simply GBPM. This new method determines directly torques acting on the particles, dispensing the need for a non-physical model of torque.

Keywords

Computational Geometry; Solid Modeling; Discrete Mathematics; Physical Simulation;

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Contribuições	13
1.2	Trabalhos anteriores	14
1.3	Organização do manuscrito	16
2	Equações de movimento, condições iniciais e de fronteira	18
2.1	Formulação do método	18
2.2	Equações de movimento	19
2.3	Condições de fronteira	21
2.4	Condições iniciais	23
3	Modelos de contato	24
3.1	Definições elementares da geometria de contato	24
3.2	Força normal	26
3.3	Força tangencial	30
3.4	Dissipação de energia cinética	32
3.5	Comparação qualitativa dos modelos de contato partícula-partícula	33
4	Método dos elementos distintos para simular rochas	35
4.1	Formulação do BPM	36
4.2	Hipóteses do modelo	36
4.3	Modelagem do contato cimentado e parâmetros para o BPM	37
5	Proposta de modelagem GBPM	42
5.1	Formulação do GBPM	43
5.2	Modelagem do contato geométrico	43
5.3	Quebra do contato cimentado	46
6	GBPM: Modelagem matemática e computacional	47
6.1	Construção da geometria inicial	47
6.2	Quatérnios e modelagem 3D	49
6.3	Determinando o tensor de estresse	54
6.4	Thin plate splines	55
6.5	Deformação contínua	56
7	GBPM: Integração e busca por vizinhos	59
7.1	Esquema de integração de Gear	59
7.2	Busca por vizinhança	61
7.3	Estrutura de dados para a busca espacial	62
7.4	Comparação da estrutura de dados	64
7.5	Comparando a velocidade	65
7.6	Comparação de falsos vizinhos	68
7.7	Comparação da utilização de memória	68
8	Implementação do método GBPM	72

8.1	Esboço do algoritmo	72
8.2	Estruturação do código	74
8.3	Algoritmo completo	77
9	Ajuste de parâmetros para modelagem de rocha	82
9.1	Teste uniaxial	82
9.2	Determinando os parâmetros do modelo	83
10	Aplicações	89
10.1	Aplicações em Geologia	89
10.2	Aplicações em Computação Gráfica	99
11	Conclusões e trabalhos futuros	104
	Referências Bibliográficas	107

Lista de figuras

1.1	Exemplo do modelo BPM	16
1.2	Distribuição de forças em um material granular cimentado.	17
2.1	Elementos de uma partícula.	20
2.2	Contato mecânico.	20
2.3	Fronteira discretizada.	22
2.4	Movimento predefinido na fronteira.	22
2.5	Posicionando as partículas.	23
3.1	A compressão mutua.	24
3.2	Direções de contato: normal e tangente.	25
3.3	Plano de contato.	26
3.4	Ajuste de força durante a colisão.	29
3.5	Comparação dos modelos de contato.	33
3.6	Vantagens de cada modelo.	34
4.1	Elementos do BPM	36
4.2	Geometria da força.	38
4.3	Geometria da força do contato cimentado.	39
5.1	Modelagem do contato geométrico.	42
5.2	Elementos do GPBM.	43
5.3	Forças na superfície do grão.	44
5.4	Geometria do braço de torque.	45
6.1	Definição da posição inicial das partículas.	49
6.2	Definição dos pontos de contato.	49
6.3	Interpolação da deformação.	56
7.1	Ponteiros da estrutura de dados.	63
7.2	Busca por vizinhos.	63
7.3	Resposta da busca.	64
7.4	Atualização das listas de contato.	64
7.5	Segundo caso de alteração das listas.	65
7.6	Comparação das velocidades.	66
7.7	Número de falsos vizinhos.	70
7.8	Utilização da memória.	71
8.1	Esboço do algoritmo.	72
8.2	Estruturas do programa.	74
8.3	Núcleo numérico.	75
8.4	Estruturas auxiliares.	75
8.5	Estruturas elementares do modelo.	76
8.6	Estruturas compostas do modelo.	77
9.1	Elementos do teste uniaxial.	83
9.2	Simulação do teste uniaxial.	84

9.3	Exemplo de curva de strain-stress.	85
9.4	Estudo paramétrico do modelo.	86
9.5	Correlação entre a força e as microfaturas.	87
9.6	Comparação das curvas de strain-stress com teste de laboratório.	88
10.1	Tipos de falhas.	90
10.2	Elementos da geometria de uma falha.	90
10.3	Classificação de falhas.	91
10.4	Formação de uma dobra.	91
10.5	Definição da geometria de simulação da falha reversa.	92
10.6	Resultado da simulação de falha reversa.	94
10.7	Geometria da simulação do material homogêneo.	95
10.8	Deformação contínua das camadas.	96
10.9	Geometria da simulação material heterogêneo.	97
10.10	Resultado da simulação do material heterogêneo.	98
10.11	Exemplo de simulação 2D.	100
10.12	Deformação aplicada a texturas.	100
10.13	Comparação em 2D.	101
10.14	Definição das regiões de simulação.	102
10.15	Simulando com material heterogêneo e interpolando.	103

*Nada existe exceto átomos e espaço vazio;
tudo o mais é opinião.*

Democritus, filósofo grego, 460-370a.C., .