

## 7

# Metodologia e Resultados

O presente capítulo tem o objetivo de avaliar e validar o modelo baseado na Teoria dos Valores Extremos para o cálculo do VaR. Tal modelo foi aplicado às 14 séries de retorno das carteiras de investimento e a validação foi dada com base na frequência de violações e no teste de Kupiec.

### 7.1. Considerações gerais

Antes de partir para a avaliação da metodologia proposta, vale a pena lembrar que, conforme cita Souza (1999), uma das questões mais problemáticas na implementação de sistemas de estimação de VaR diz respeito à validação de metodologias alternativas. Uma das causas está relacionada com a seguinte pergunta:

Qual deve ser o tamanho da amostra utilizada para estimação do modelo (insample), ou ainda, qual deve ser o tamanho do conjunto de observações destinado a validação (out-of-sample)?

Não é nada fácil responder a tais perguntas. Na verdade, não existe um consenso sobre qual o tamanho ótimo de janela de estimação. Uma janela de tamanho fixo faz com que a estimação fique sensível a outliers (a cada dia ocorre a entrada e a saída de uma observação), ao passo que uma janela de tamanho variável, isto é, crescente, pode incorporar ao modelo o efeito de observações antigas que já não guardam mais relação com a atualidade. Além disso, o VaR é estimado com uma quantidade de observações cada vez maior, fazendo com que as previsões deste não sejam comparáveis (estão sendo realizadas com janelas diferentes a cada dia), dificultando portanto a validação do modelo.

Sendo assim, o tamanho da janela utilizada deve depender do modelo utilizado e da probabilidade do VaR que se pretende estimar. Estamos interessados aqui em probabilidades mais baixas, ou seja, nas perdas que ocorrem

a menores frequências, o que nos sugere uma janela de estimação que incorpore a quantidade máxima de dados possível. O problema é que tal janela fornece um período pequeno para validação.

Neste capítulo são apresentados os Hill-plots, um comparativo entre as funções de distribuição acumulada e tabelas com os resultados do backtesting.

Os Hill-plots nos permite obter o parâmetro de forma de cauda  $k$ , a partir do ponto onde tal gráfico parece estabilizado.

A motivação para comparar as funções de distribuição acumulada é verificar qual distribuição de probabilidade melhor se ajusta aos dados de retorno das carteiras de investimento.

No backtesting foi utilizado o teste de Kupiec. Através deste teste é possível aceitar ou rejeitar o modelo proposto para determinação do VaR, sob determinado nível de significância.

## 7.2. Metodologia para obtenção dos parâmetros de forma de cauda

Para determinação dos parâmetros de forma de cauda optou-se pela metodologia do Hill-plot. Os gráficos a seguir estão baseados na cauda inferior das séries analisadas.

Apresentamos, adiante, os Hill-plots das carteiras de investimento.

- Intervalo 1

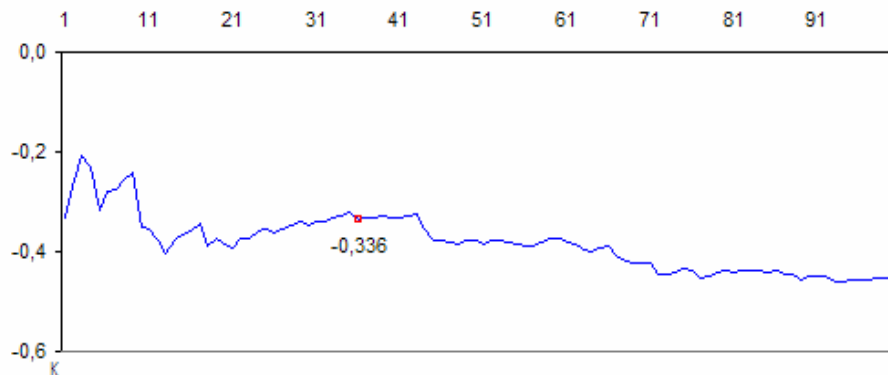


Figura 60 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U.

De acordo com a figura 60, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,336. Este valor é alcançado para  $q=36$ .

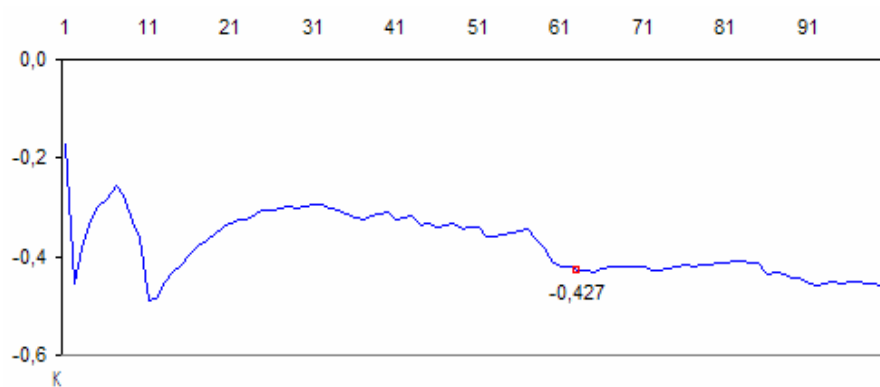


Figura 61 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

De acordo com a figura 61, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,427. Este valor é alcançado para  $q=63$ .

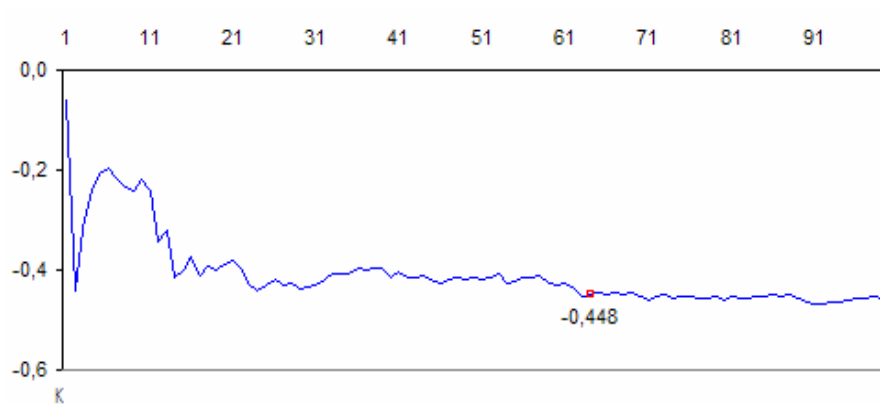


Figura 62 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA.

De acordo com a figura 62, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,448. Este valor é alcançado para  $q=64$ .

- Intervalo 2

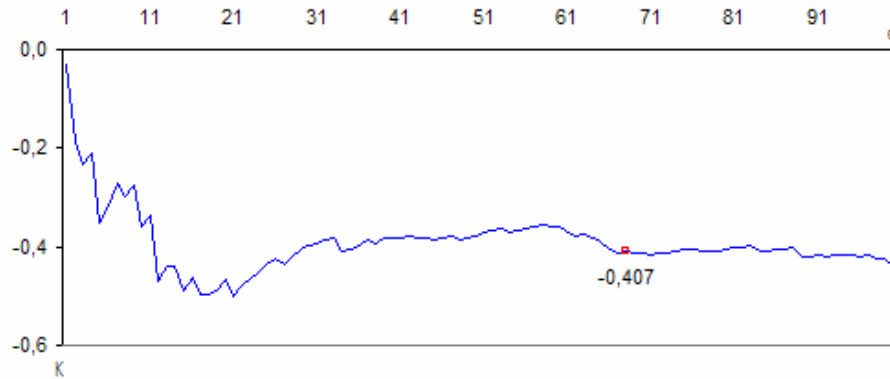


Figura 63 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U.

De acordo com a figura 63, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,407. Este valor é alcançado para  $q=68$ .

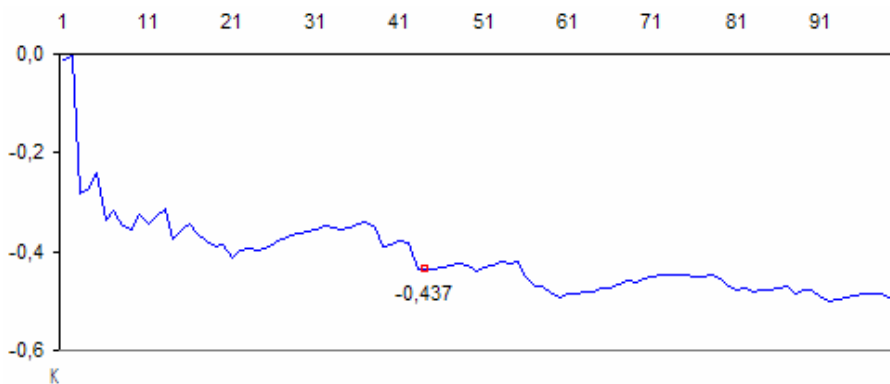


Figura 64 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

De acordo com a figura 64, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,437. Este valor é alcançado para  $q=44$ .

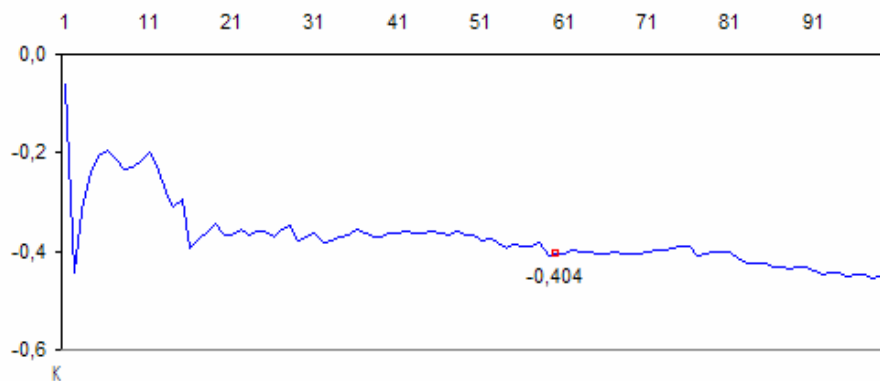


Figura 65 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA.

De acordo com a figura 65, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,404. Este valor é alcançado para  $q=60$ .

- Intervalo 3

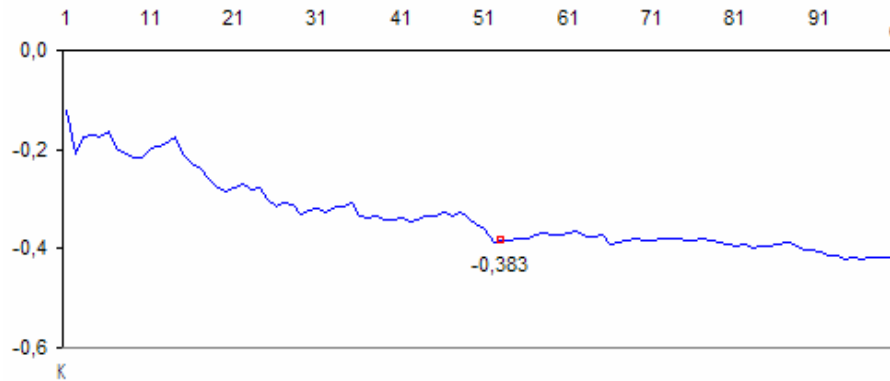


Figura 66 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

De acordo com a figura 66, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,383. Este valor é alcançado para  $q=53$ .

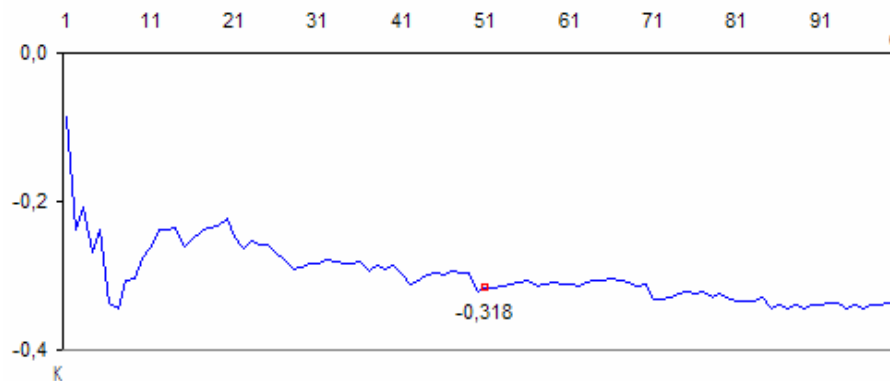


Figura 67 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA.

De acordo com a figura 67, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,318. Este valor é alcançado para  $q=51$ .

- Intervalo 4

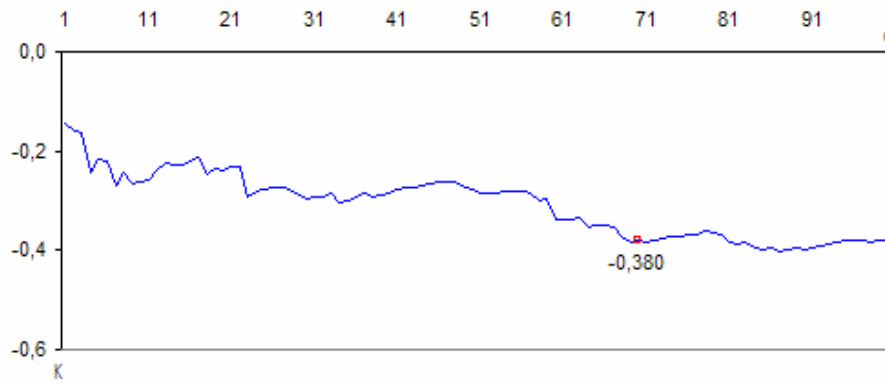


Figura 68 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U.

De acordo com a figura 68, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é  $-0,380$ . Este valor é alcançado para  $q=70$ .

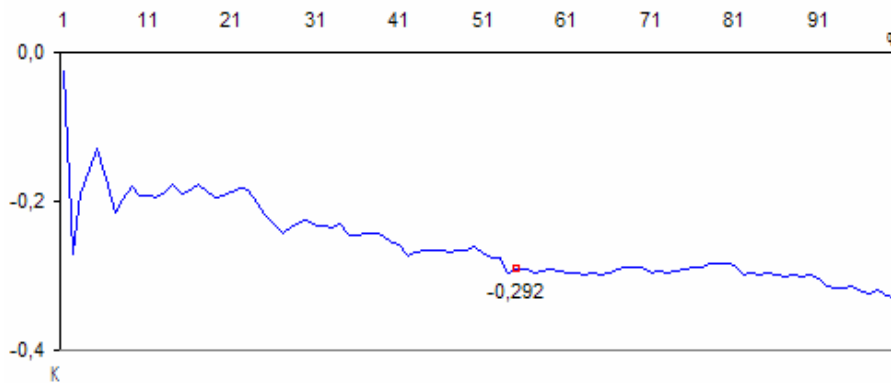


Figura 69 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

De acordo com a figura 69, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é  $-0,292$ . Este valor é alcançado para  $q=55$ .

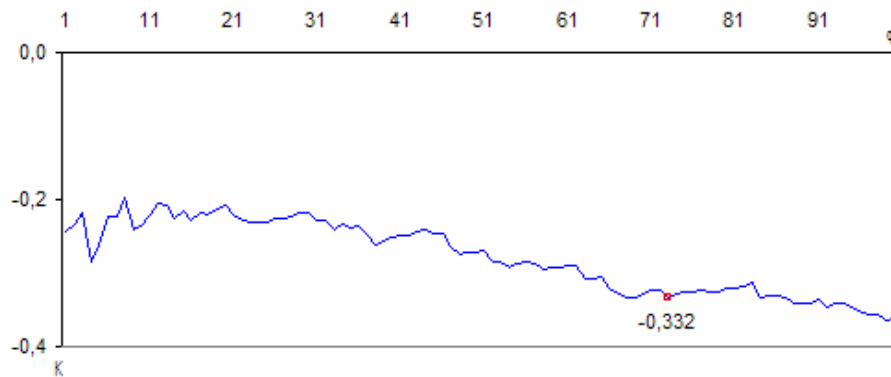


Figura 70 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA.

De acordo com a figura 70, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,332. Este valor é alcançado para  $q=73$ .

- Intervalo 5

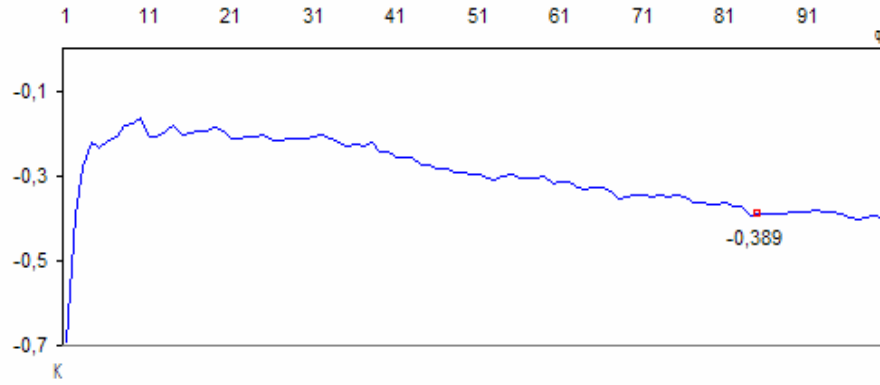


Figura 71 – Hill-plot para a carteira selecionada pelo M.I.U.

De acordo com a figura 71, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,389. Este valor é alcançado para  $q=85$ .

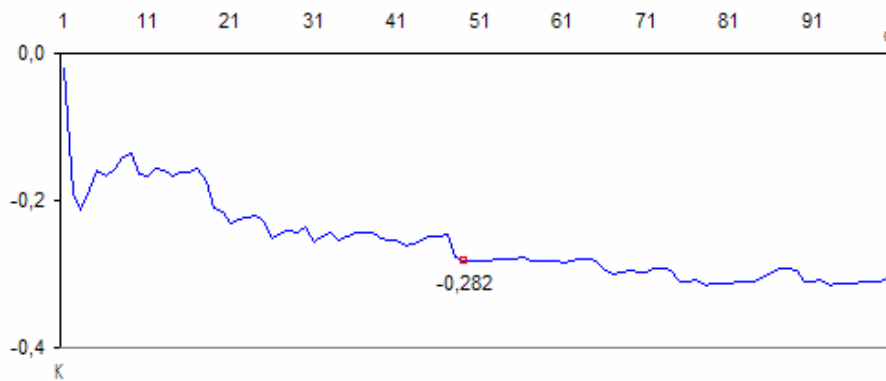


Figura 72 – Hill-plot para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

De acordo com a figura 72, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,282. Este valor é alcançado para  $q=49$ .

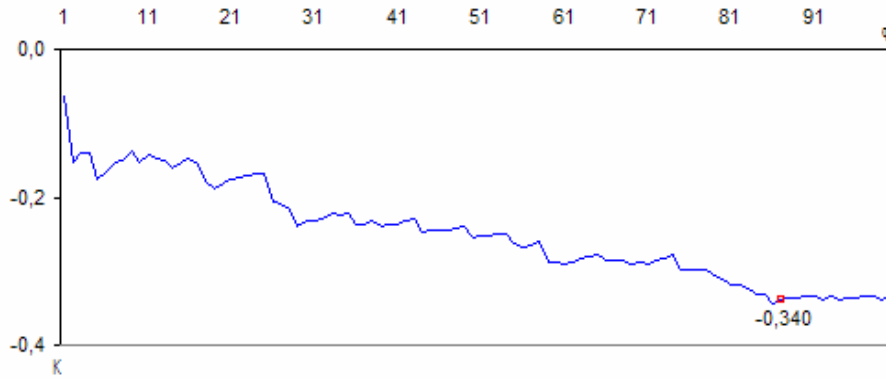


Figura 73 – Hill-plot para a carteira do IBOVESPA.

De acordo com a figura 73, o estimador de Hill para o parâmetro de forma de cauda é -0,340. Este valor é alcançado para  $q=87$ .

### 7.3. Comparativo entre as funções de distribuição acumulada

A proposta desta seção é realizar um comparativo entre as funções de distribuição acumulada Fréchet (TVE), Normal e Empírica. Tal análise permite avaliar qual função melhor se ajusta a função de distribuição acumulada empírica.

- Intervalo 1

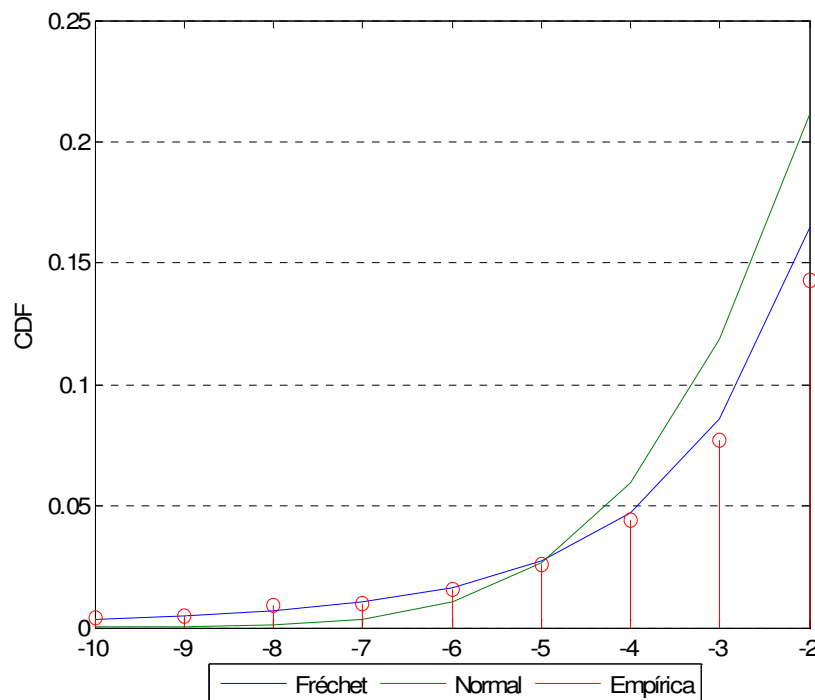


Figura 74 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.



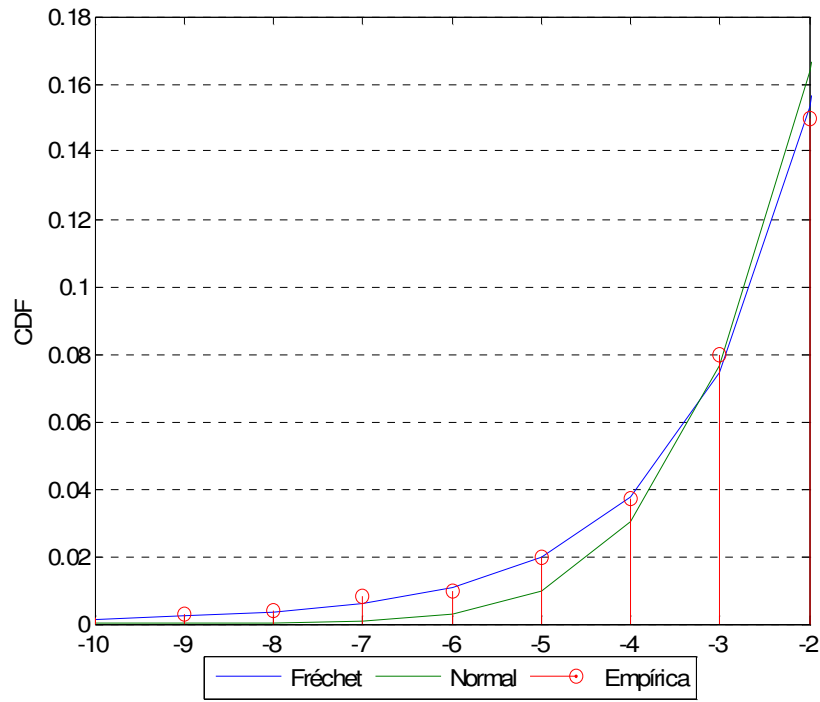


Figura 75 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

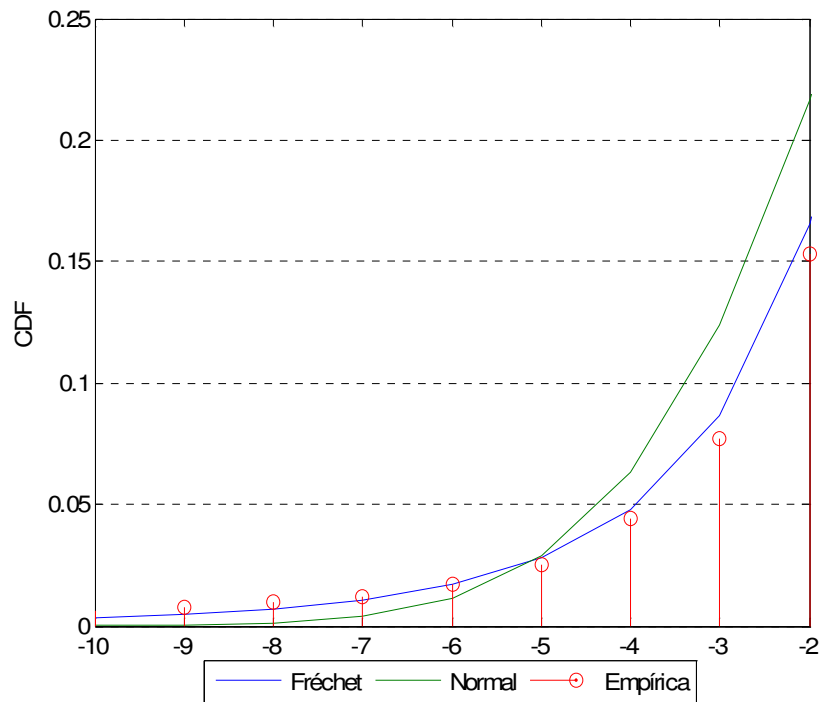


Figura 76 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA.

Observando as figuras 74, 75 e 76 é possível afirmar que a função de distribuição Fréchet se ajusta melhor a distribuição empírica, quando comparada com a distribuição Normal.

- Intervalo 2

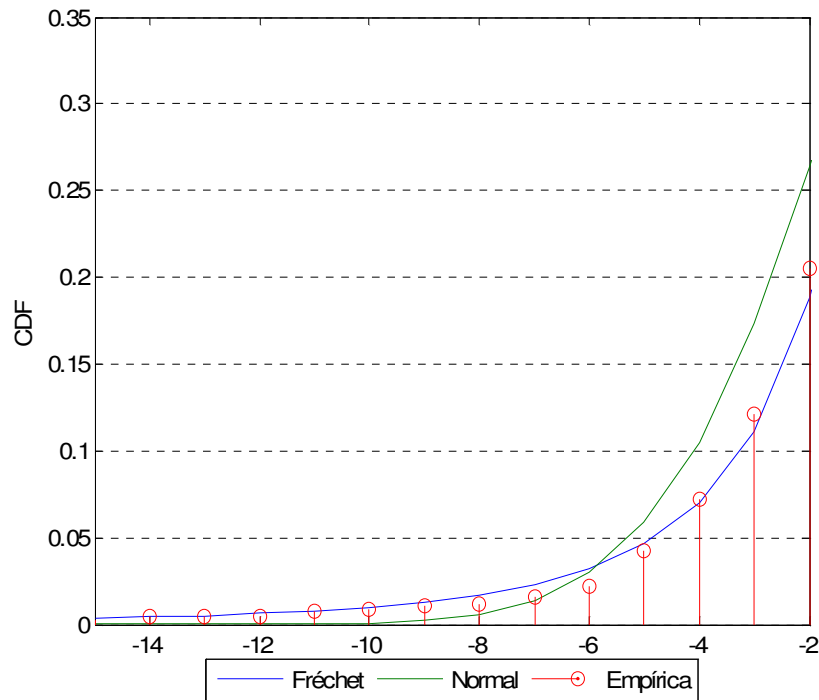


Figura 77 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.

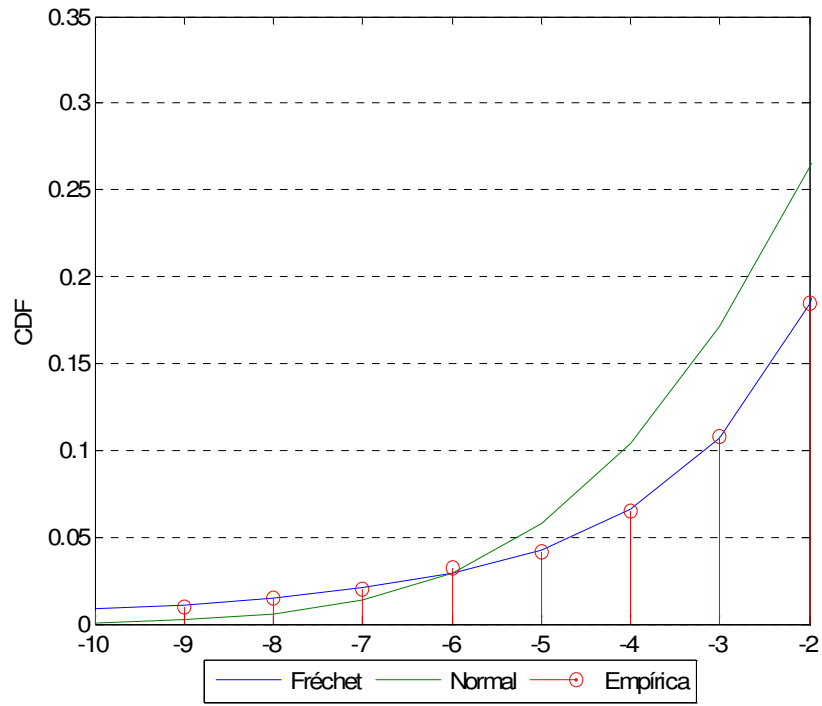


Figura 78 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

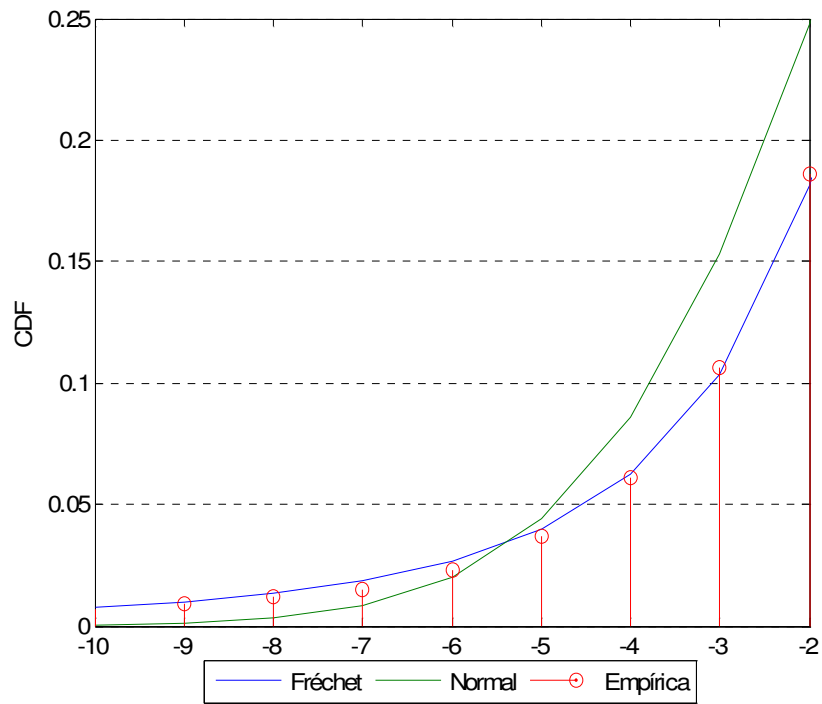


Figura 79 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA.

As figuras 77, 78 e 79 confirmam que a distribuição acumulada Fréchet apresenta um melhor ajuste da distribuição acumulada empírica, quando comparada a distribuição acumulada Normal.

- Intervalo 3

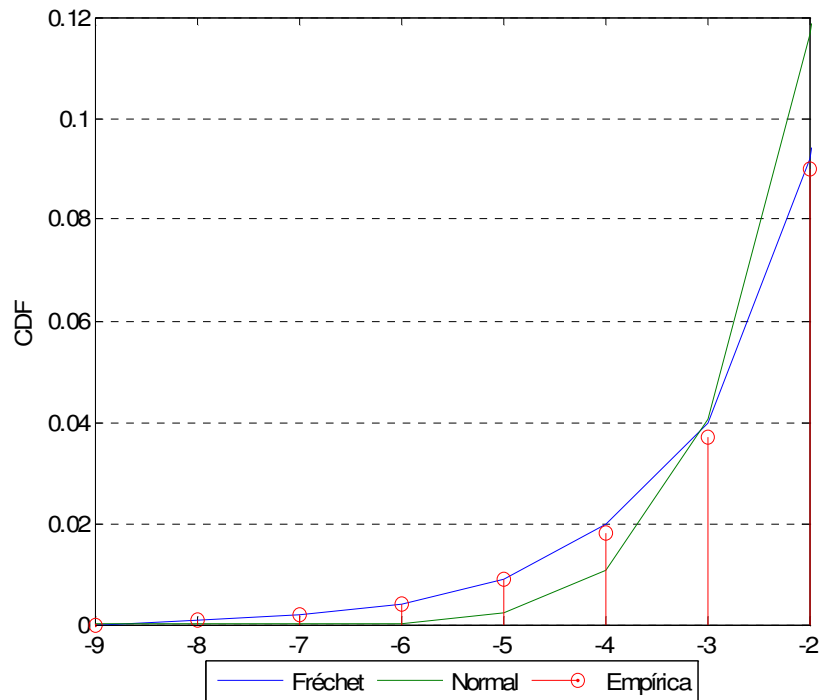


Figura 80 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

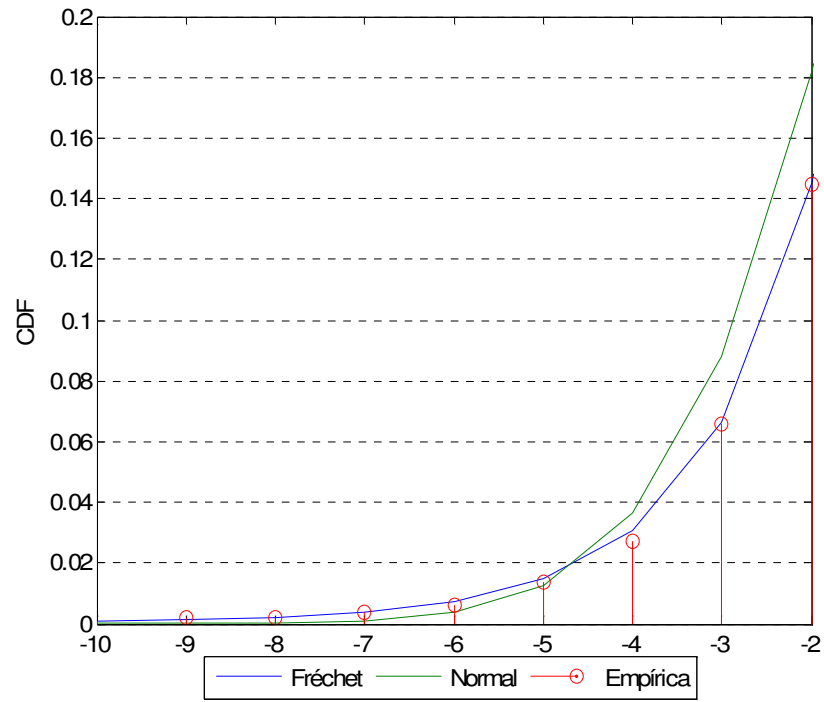


Figura 81 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA.

Nas figuras 80 e 81 é possível visualizar que a distribuição acumulada Fréchet possui um ajuste superior a distribuição acumulada empírica, quando comparada com a distribuição acumulada da Normal.

- Intervalo 4

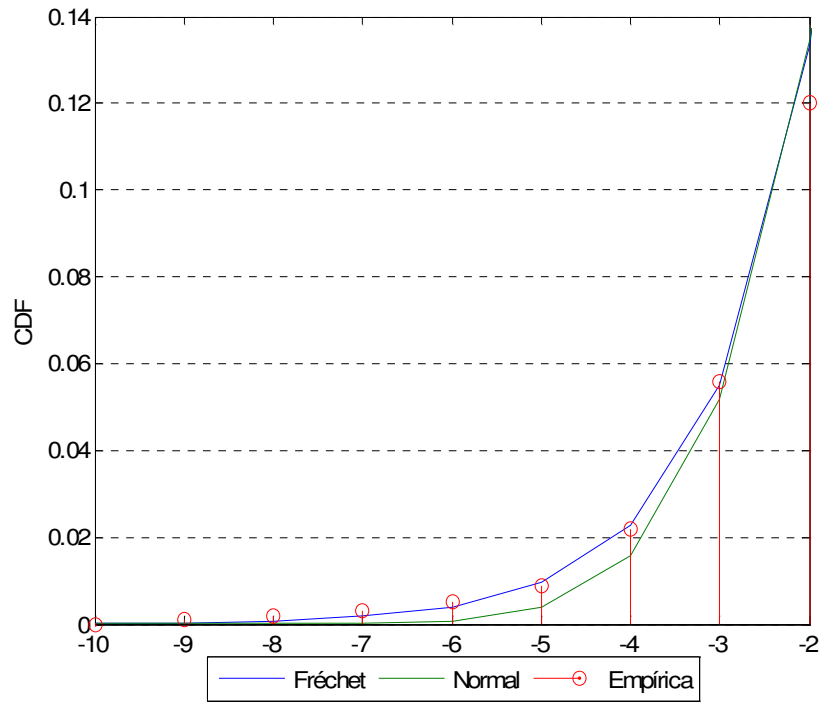


Figura 82 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.

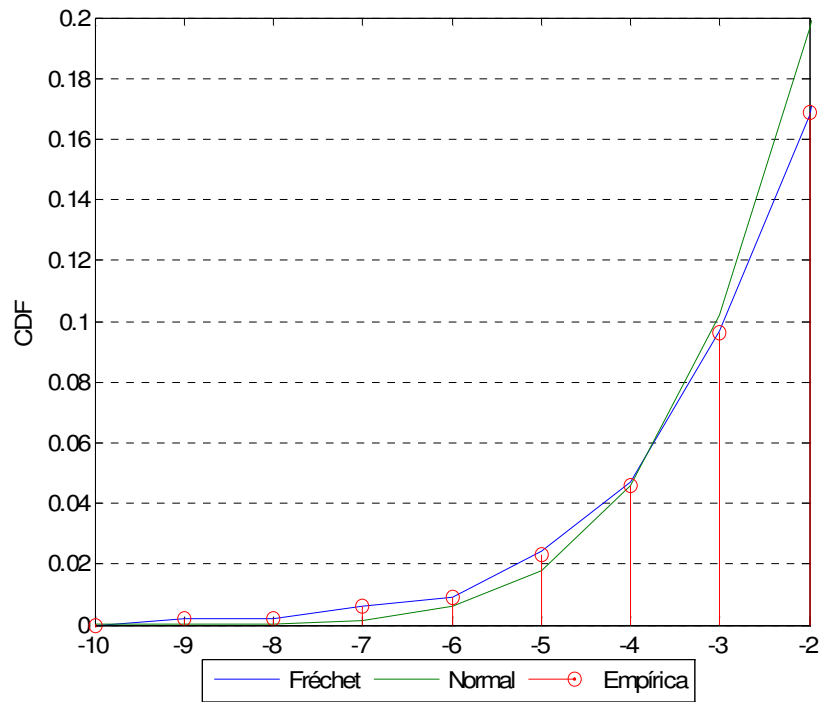


Figura 83 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.

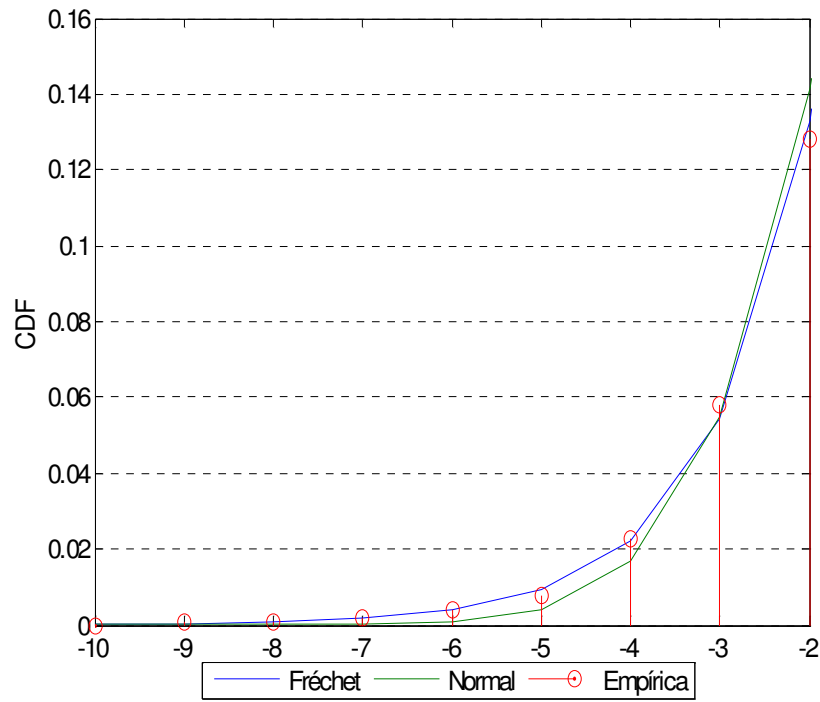


Figura 84 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA.

As figuras 82, 83 e 84 mostram como a distribuição acumulada Fréchet ajusta mais adequadamente a distribuição acumulada empírica, quando comparada com a distribuição acumulada da Normal.

- Intervalo 5

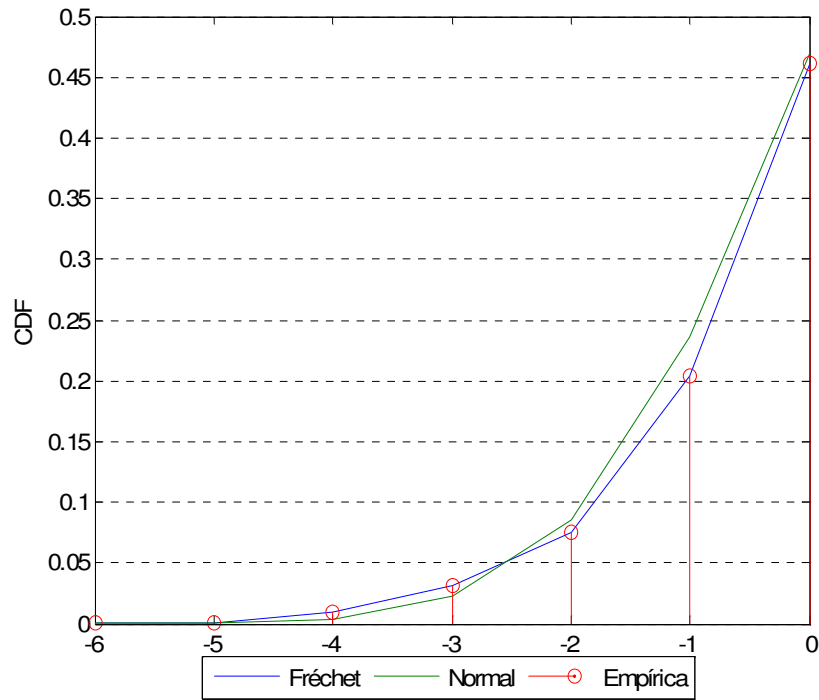


Figura 85 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pelo M.I.U.

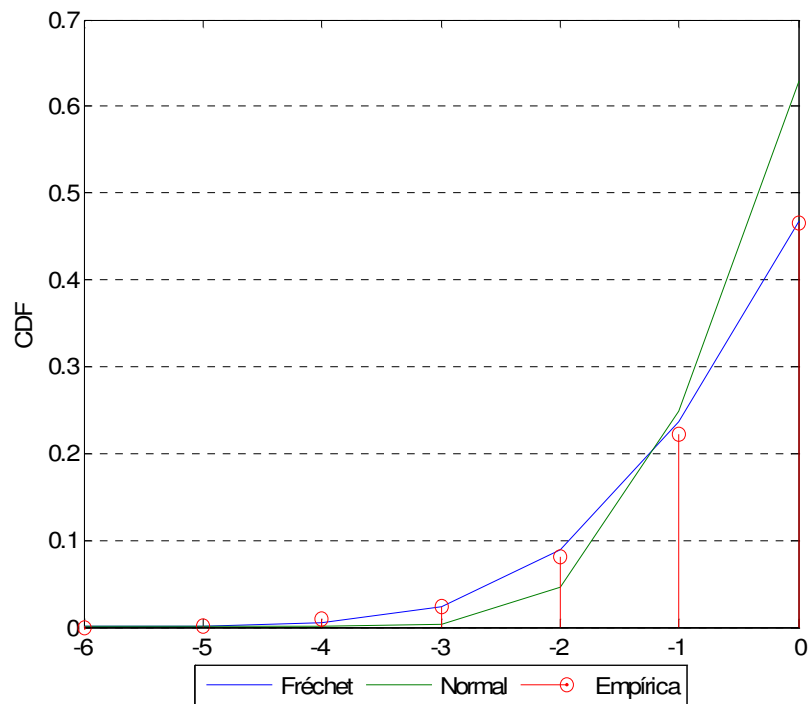


Figura 86 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira selecionada pela Dominância Estocástica.



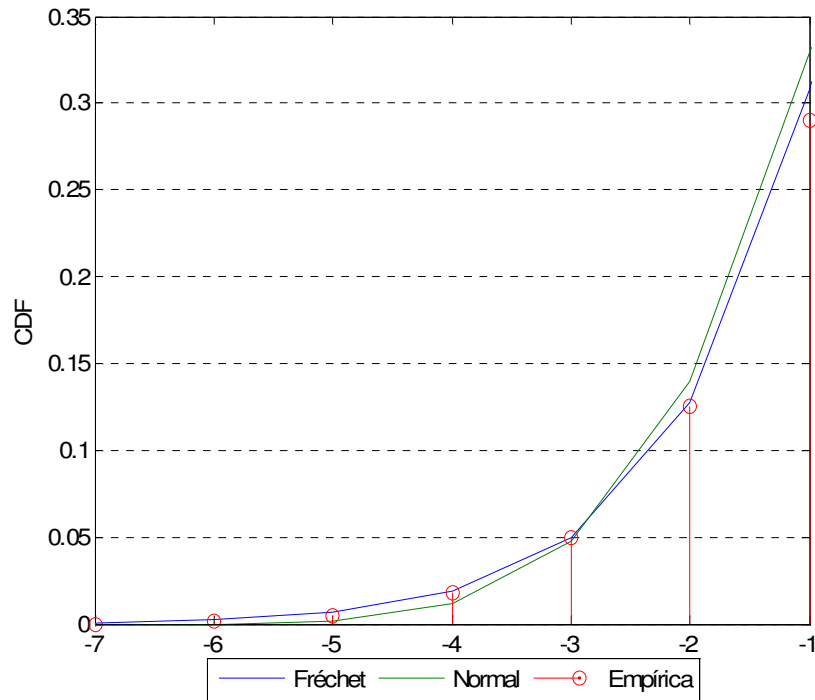


Figura 87 - Distribuição acumulada dos retornos da carteira do IBOVESPA.

As figuras 85, 86 e 87 confirmam que a distribuição acumulada Fréchet possui um “poder” superior no ajuste da distribuição empírica, quando comparada a distribuição Normal.

#### 7.4. Resultados do Backtesting

O Backtesting utiliza uma janela móvel de tamanho 750 dias (fixo). O parâmetro de forma da cauda  $k$  e a estatística de ordem  $q$  foram mantidos constantes durante todo o horizonte de validação, tendo extraído seus valores do Hill-plot.

O teste consiste em calcular o VaR utilizando a amostra do dia 1 ao 750 e compará-lo com o retorno da carteira do dia 751; calcular o VaR com uma amostra do dia 2 ao 751 e compará-lo com o 752º dia; e assim por diante.

A seguir apresentamos gráficos entre os retornos ocorridos e os VaR estimados para as 14 carteiras de investimento. O grau de confiança escolhido é de 97,5%. Os retornos assinalados com “X” representam as violações efetivas no modelo de VaR estimado pela TVE.

- Intervalo 1

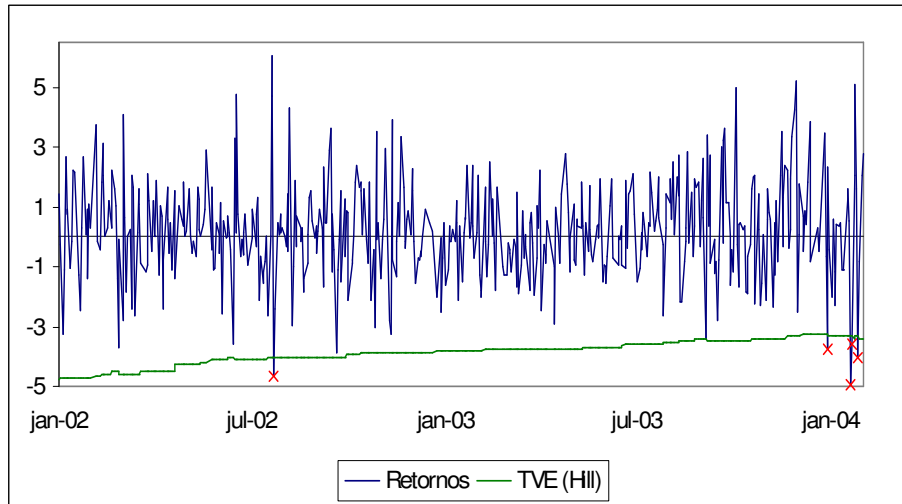


Figura 88 - Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%.

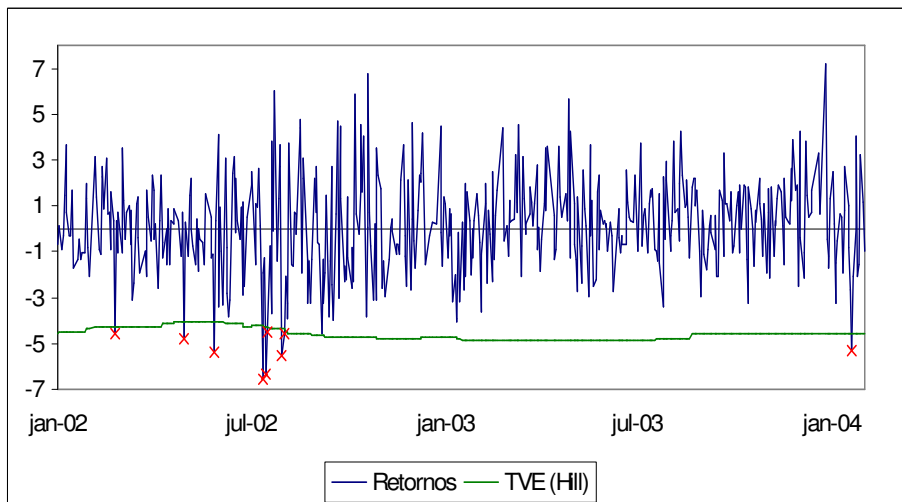


Figura 89 - Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.

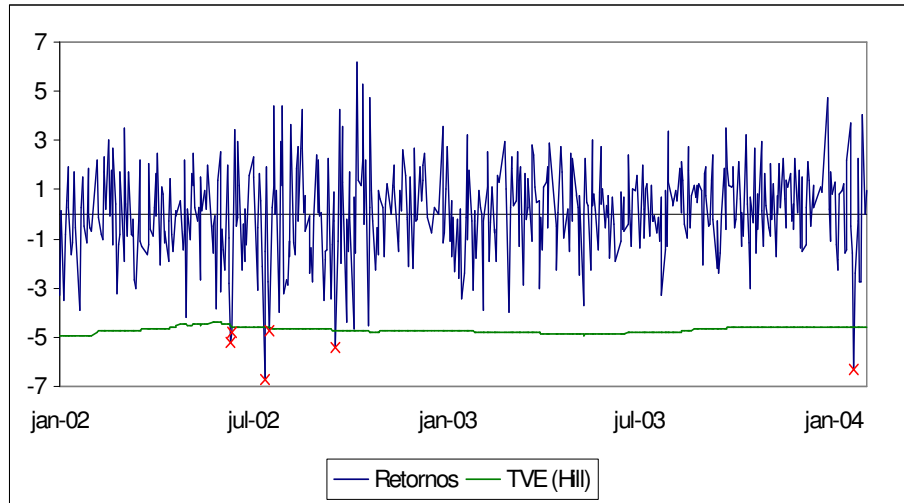


Figura 90 - Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.

As figuras 88, 89 e 90 permitem averiguar o número de violações ocorridas ao se prever o VaR utilizando a TVE. O nível de confiança aplicado é de 97,5%.

- Intervalo 2

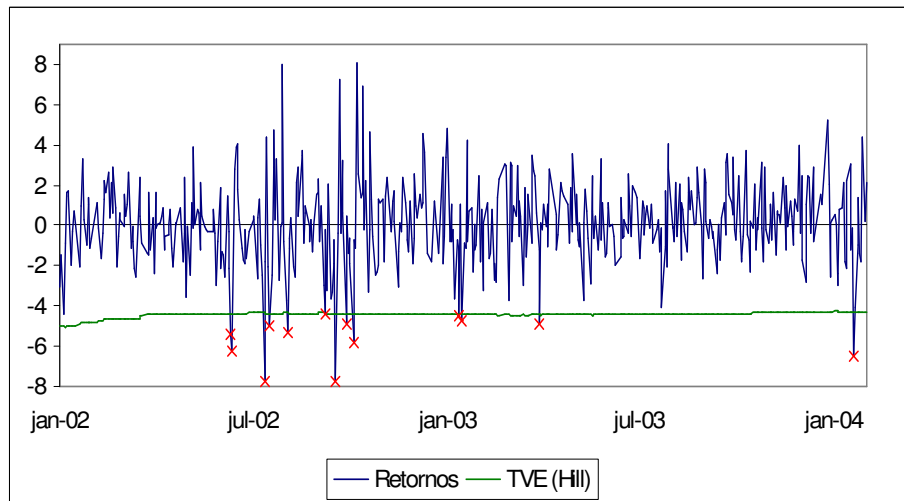


Figura 91 - Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%.

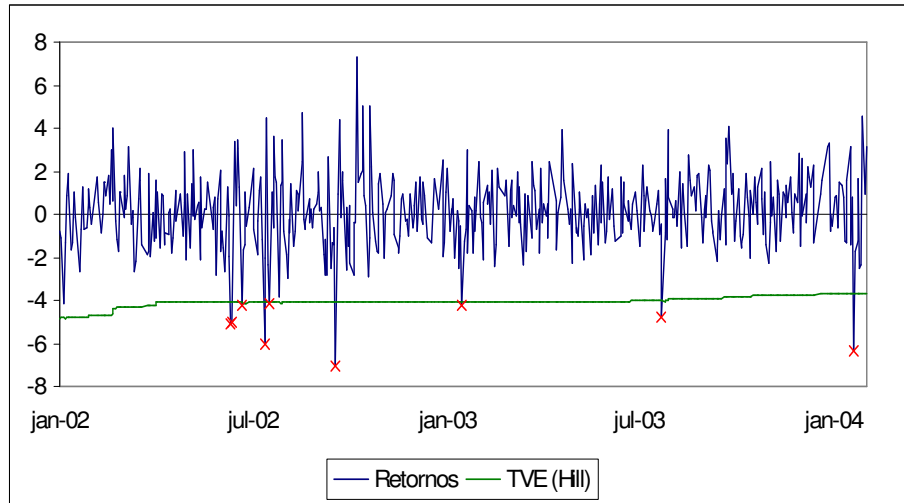


Figura 92 - Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.

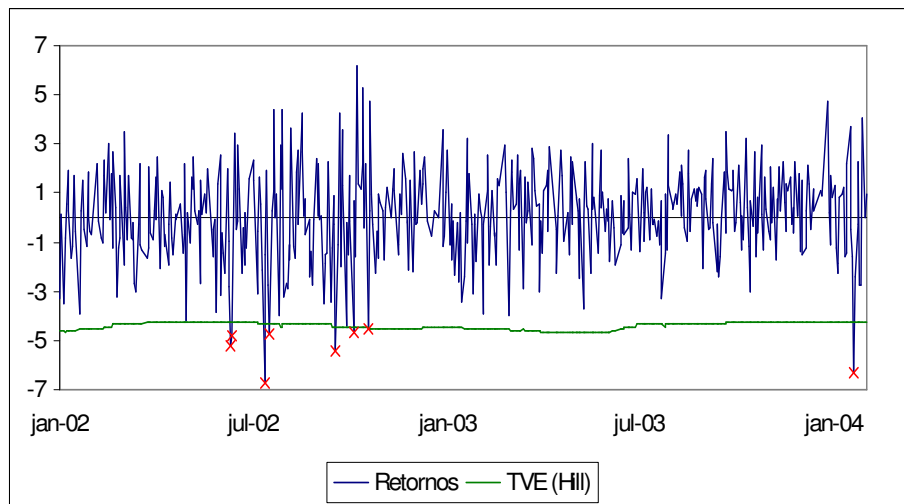


Figura 93 - Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.

As figuras 91, 92 e 93 ilustram o número de violações ocorridas ao se prever o VaR utilizando a TVE. O nível de confiança aplicado é de 97,5%.

- Intervalo 3

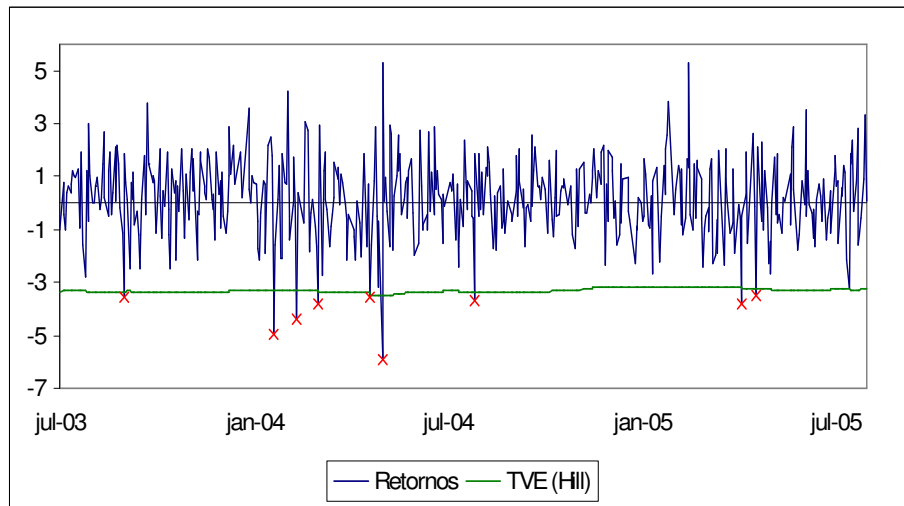


Figura 94 - Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.

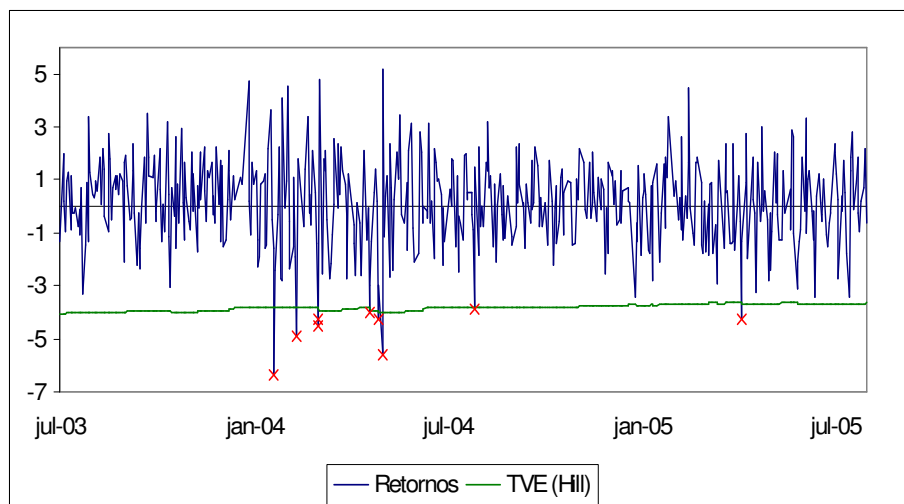


Figura 95 - Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.

As figuras 94 e 95 mostram as violações ocorridas ao se prever o VaR utilizando a TVE. O nível de confiança aplicado é de 97,5%.

- Intervalo 4

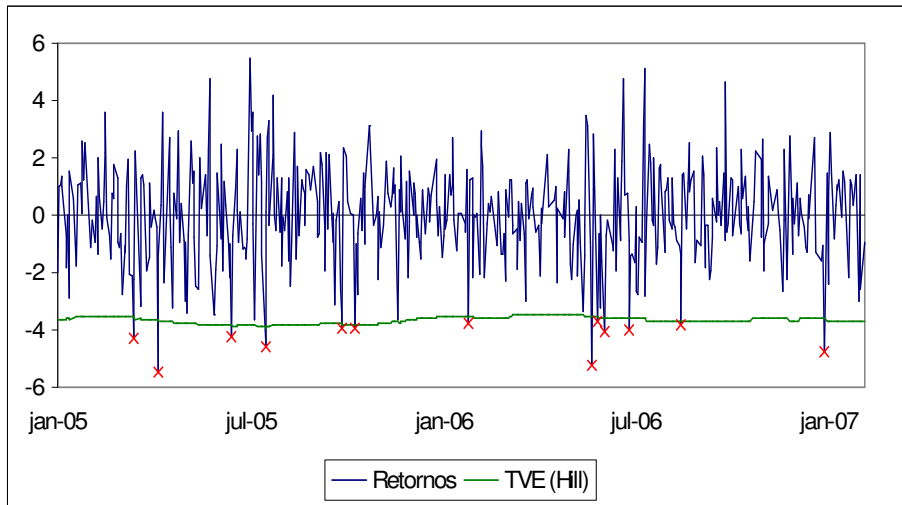


Figura 96 - Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%.

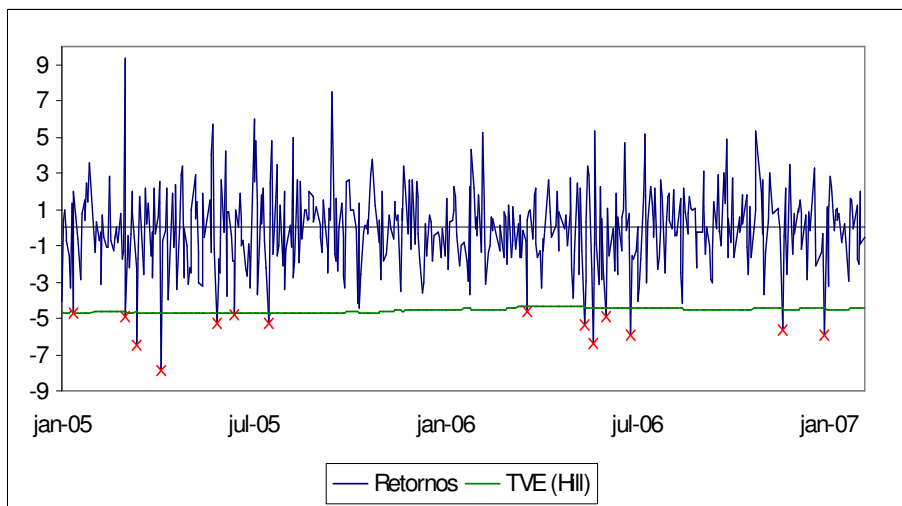


Figura 97 - Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.

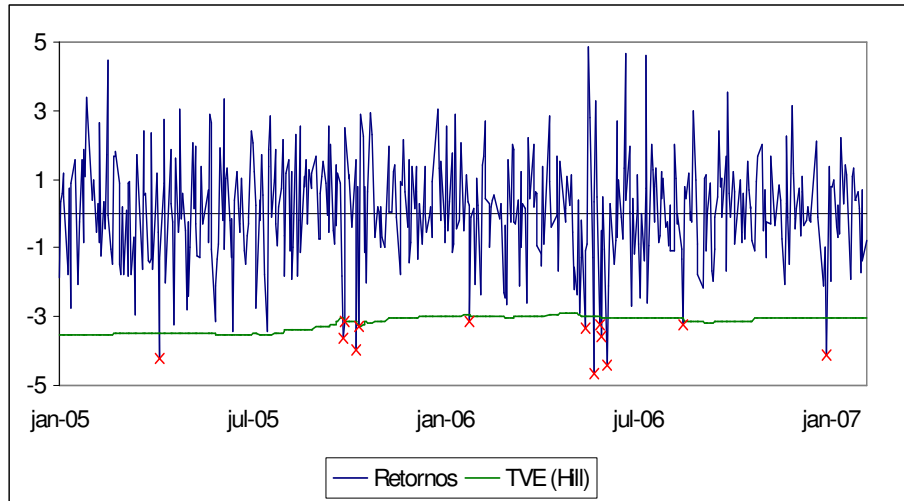


Figura 98 - Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.

As figuras 96, 97 e 98 ilustram o número de violações ocorridas ao se prever o VaR utilizando a TVE. O nível de confiança aplicado é de 97,5%.

- Intervalo 5

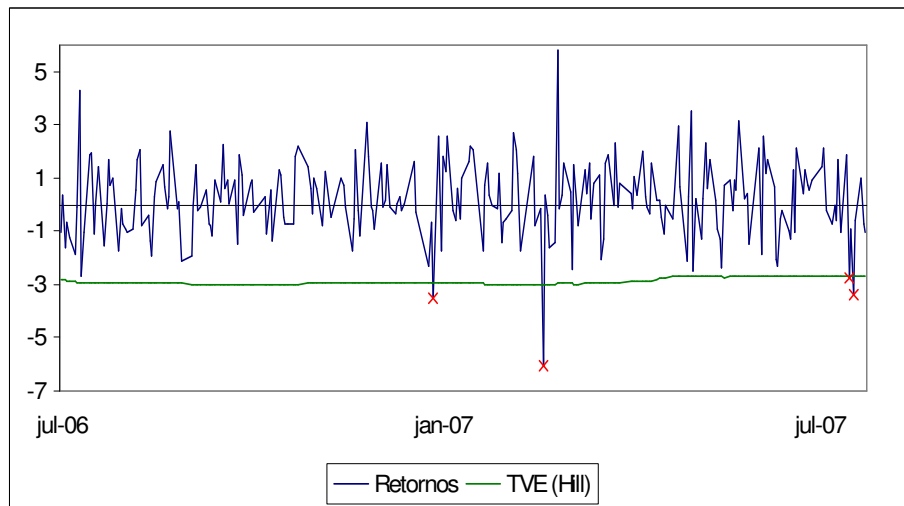


Figura 99 - Período de backtest da carteira selecionada pelo M.I.U. com uma confiança de 97,5%.

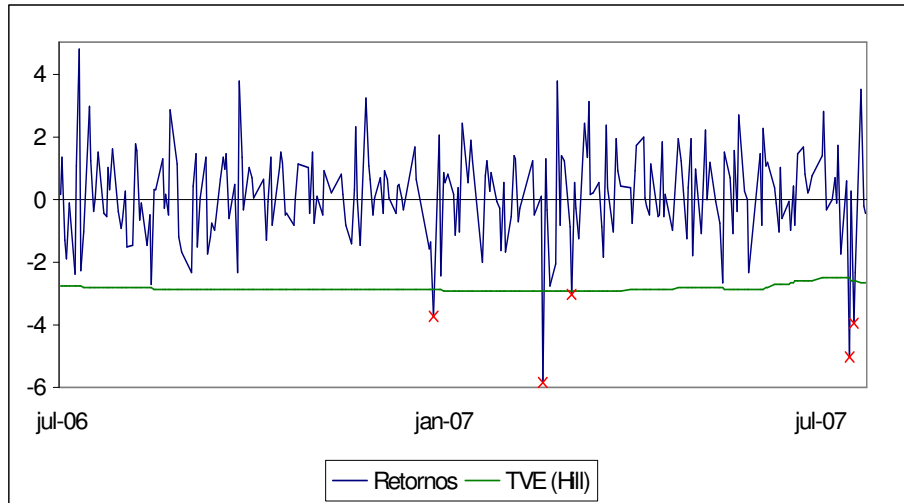


Figura 100 - Período de backtest da carteira selecionada pela Dominância Estocástica com uma confiança de 97,5%.

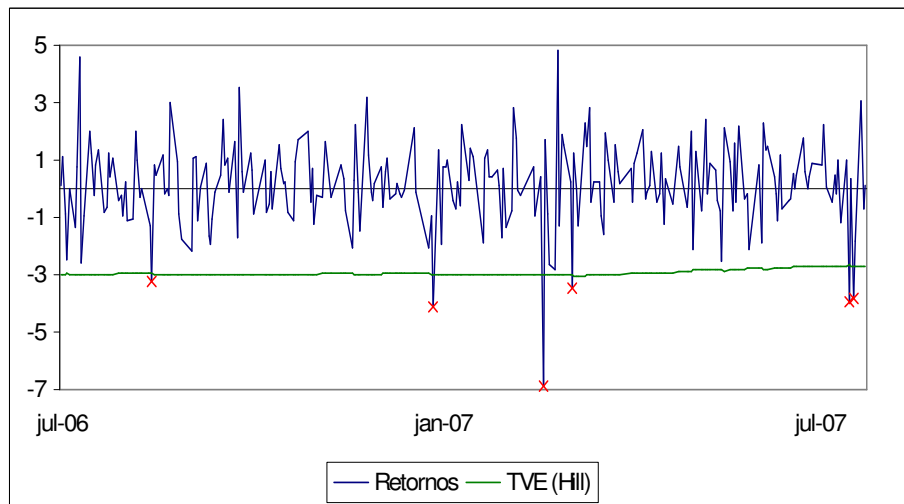


Figura 101 - Período de backtest da carteira do IBOVESPA com uma confiança de 97,5%.

As figuras 99, 100 e 101 permitem averiguar as violações ocorridas ao se prever o VaR utilizando a TVE. O nível de confiança aplicado é de 97,5%.

A análise de tais gráficos nos permite concluir que o modelo da TVE não é capaz de responder rapidamente à aumentos na volatilidade dos retornos. Este fato se deve ao modelo ser incondicional, o qual reflete o comportamento de longo termo da série. Portanto, aconselhamos que em períodos de crise seja utilizado outro modelo capaz de capturar mais eficientemente o aumento abrupto na volatilidade dos retornos.



O resultado do Backtesting foi gerado utilizando o teste de Kupiec. Tal teste foi aplicado nas 14 carteiras de investimento sob análise. Os níveis de significância considerados são os de baixa probabilidade (0,5% e 1,0%), além de 2,5% e 5,0%.

Apresentamos, a seguir, as tabelas com os resultados.

<b>Retornos do Intervalo 1 - 1153 observações. Tamanho do teste: 505 dias</b>				
VaR	0,5%	1,0%	2,5%	5,0%
Violações esperadas	3	5	13	25
<b>TVE (Hill) - M.I.U.</b>				
Violações efetivas	1	1	5	11
Frequência efetiva	0,20%	0,20%	0,99%	2,18%
LR	1,202	4,894	6,105	10,639
Resultado	Aceito	Rejeito	Rejeito	Rejeito
<b>TVE (Hill) - Dominância Estocástica</b>				
Violações efetivas	1	2	9	21
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	1,78%	4,16%
LR	1,202	2,414	1,184	0,797
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - IBOVESPA</b>				
Violações efetivas	1	2	6	17
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	1,19%	3,37%
LR	1,202	2,414	4,412	3,190
Resultado	Aceito	Aceito	Rejeito	Aceito

Tabela 20 - Resultado do Backtesting para o Intervalo 1.

De acordo com a tabela 20, ocorreram rejeições para os níveis de significância de 1,0%, 2,5% e 5,0% para a carteira selecionada pelo M.I.U. Além disso, a carteira do IBOVESPA também apresentou rejeição para o nível de significância de 2,5%. Repare, no entanto, que o modelo de VaR foi aceito para as 3 carteiras de investimento no nível de significância de 0,5%.

<b>Retornos do Intervalo 2 - 1061 observações. Tamanho do teste: 505 dias</b>				
VaR	0,5%	1,0%	2,5%	5,0%
Violações esperadas	3	5	13	25
<b>TVE (Hill) - M.I.U.</b>				
Violações efetivas	1	3	13	23
Frequência efetiva	0,20%	0,59%	2,57%	4,55%
LR	1,202	0,984	0,011	0,217
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - Dominância Estocástica</b>				
Violações efetivas	1	2	9	11
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	1,78%	2,18%
LR	1,202	2,414	1,184	10,639
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Rejeito
<b>TVE (Hill) - IBOVSPA</b>				
Violações efetivas	1	2	8	21
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	1,58%	4,16%
LR	1,202	2,414	1,994	0,797
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito

Tabela 21 - Resultado do Backtesting para o Intervalo 2.

A tabela 21 apresenta uma rejeição para o modelo de VaR proposto para a carteira selecionada pela Dominância Estocástica, ao nível de significância de 5,0%. Em contrapartida, os modelos de VaR para os níveis de significância de 0,5%, 1,0% e 2,5% são aceitos para as 3 carteiras de investimento.

<b>Retornos do Intervalo 3 - 1055 observações. Tamanho do teste: 504 dias</b>				
VaR	0,5%	1,0%	2,5%	5,0%
Violações esperadas	3	5	13	25
<b>TVE (Hill) - Dominância Estocástica</b>				
Violações efetivas	1	2	11	17
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	2,18%	3,37%
LR	1,196	2,401	0,218	3,156
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - IBOVSPA</b>				
Violações efetivas	1	2	9	16
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	1,79%	3,17%
LR	1,196	2,401	1,170	4,039
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Rejeito

Tabela 22 - Resultado do Backtesting para o Intervalo 3.

Na tabela 22 é apresentada uma rejeição para o modelo de VaR proposto para a carteira do IBOVESPA, ao nível de significância de 5%. Da mesma forma, são aceitos os modelos de VaR propostos para as 2 carteiras de investimento nos níveis de significância de 0,5%, 1,0% e 2,5%.

<b>Retornos do Intervalo 4 - 1065 observações. Tamanho do teste: 495 dias</b>				
VaR	0,5%	1,0%	2,5%	5,0%
Violações esperadas	2	5	12	25
<b>TVE (Hill) - M.I.U.</b>				
Violações efetivas	1	2	13	30
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	2,63%	6,06%
LR	1,142	2,293	0,032	1,101
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - Dominância Estocástica</b>				
Violações efetivas	1	5	14	23
Frequência efetiva	0,20%	1,01%	2,83%	4,65%
LR	1,142	0,001	0,210	0,133
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - IBOVESPA</b>				
Violações efetivas	1	2	13	27
Frequência efetiva	0,20%	0,40%	2,63%	5,45%
LR	1,142	2,293	0,032	0,209
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito

Tabela 23 - Resultados do Backtesting para o Intervalo 4.

A tabela 23 aceita todos os modelos propostos de VaR para os diferentes níveis de significância nas 3 carteiras de investimento.

<b>Retornos do Intervalo 5 - 1076 observações. Tamanho do teste: 250 dias</b>				
VaR	0,5%	1,0%	2,5%	5,0%
Violações esperadas	1	3	6	13
<b>TVE (Hill) - M.I.U.</b>				
Violações efetivas	1	1	4	12
Frequência efetiva	0,40%	0,40%	1,60%	4,80%
LR	0,054	1,176	0,950	0,021
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - Dominância Estocástica</b>				
Violações efetivas	2	4	5	12
Frequência efetiva	0,80%	1,60%	2,00%	4,80%
LR	0,382	0,769	0,275	0,021
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito
<b>TVE (Hill) - IBOVESPA</b>				
Violações efetivas	1	4	6	11
Frequência efetiva	0,40%	1,60%	2,40%	4,40%
LR	0,054	0,769	0,010	0,197
Resultado	Aceito	Aceito	Aceito	Aceito

Tabela 24 - Resultado do Backtesting para o Intervalo 5.

Por fim, a Tabela 24 também aceita os modelos de VaR propostos para as 3 carteiras de investimento em todos os níveis de significância.

A interpretação conjunta das tabelas acima permite destacar que:

- ✓ Os modelos de VaR utilizando TVE nos intervalos 4 e 5 não são rejeitados em nenhum nível de significância;
- ✓ A quantidade de modelos de VaR utilizando TVE rejeitados diminui com a redução do nível de significância (3 rejeições para 5%, 2 rejeições para 2,5% e 1 rejeição para 1%);
- ✓ Os modelos de VaR utilizando TVE com nível de significância de 0,5% não foram rejeitados em nenhum dos intervalos.