

## 4 Análise de Desempenho

Neste capítulo o desempenho do esquema de controle proposto é comparado com o do esquema proposto por Mortell e Runger (1995) na detecção de causas especiais que afetem apenas a um dos canais do processo. Inicialmente é preciso definir o que será considerado como sinal verdadeiro e como alarme falso, uma vez que o esquema proposto pode produzir diferentes tipos de sinal: associado ao canal afetado, associado a outros canais, associado ao nível-base e, além disso, podem ocorrer combinações de sinais.

### 4.1. Definição dos Eventos de Interesse

Considere a ocorrência de alteração na média da parcela individual do canal  $i$ , ou seja,  $E(e_i) = \delta\sigma$ ,  $|\delta| > 0$ , tornam-se de interesse, os seguintes eventos:

- Evento A: o canal  $i$  sinalizar;
- Evento O: sinal em qualquer canal  $k$  (para  $k \neq i$ )
- Evento B: o nível-base sinalizar.

Por “canal afetado sinalizar” entenda-se: ocorrer um sinal na *group chart* de diferenças associado ao canal em questão, ou seja, o valor da diferença média referente ao canal ser superior ao LSC ou inferior ao LIC. Por “outro canal qualquer sinalizar” entenda-se analogamente, ocorrer um sinal na *group chart* associado a um ou mais dos demais canais, não afetados pela causa especial.

Por “nível-base sinalizar”, entenda-se: ocorrer um sinal (ponto fora dos limites de controle) no gráfico do nível-base, indicando que houve uma alteração na parcela comum a todos os canais.

Os eventos A e O são não exclusivos, podendo ocorrer simultaneamente. Em termos operacionais isso significa que é possível obter informações sobre todos os

pontos que ultrapassem os limites de controle da *group chart*. Imagina-se, por exemplo, a implementação da *group chart* pelo lançamento de dados – valores medidos nos canais – em uma planilha eletrônica, que efetuará os cálculos automaticamente. Assim, independentemente da plotagem de um gráfico com os pontos correspondentes às diferenças máxima e mínima, a planilha registrará todos os valores de diferenças, e o uso do recurso de formatação condicional permite (pela mudança da cor do fundo da célula ou dos caracteres) a imediata visualização de pontos acima do LSC e pontos abaixo do LIC – inclusive com uma formatação diferente para cada caso. Se fosse registrada apenas a informação referente às diferenças máxima e mínima, então, quando a diferença  $\hat{e}_{ii}$  no canal  $i$ , afetado pela causa especial, tivesse valor acima do LSC, por exemplo, mas houvesse outro canal  $k$  qualquer (não afetado pela causa especial) com um valor de  $\hat{e}_{tk}$  por casualidade ainda maior, o sinal seria associado apenas a este último (canal  $k$ ), só o valor de  $\hat{e}_{tk}$  seria registrado, e o valor de  $\hat{e}_{ii}$  acima do LSC não seria registrado. Desta forma, no procedimento de só se registrarem dois valores, o máximo e o mínimo, a sinalização por um canal não afetado pode impedir a sinalização pelo canal afetado na mesma amostra. Não é esta a forma de operação da *group chart* que está sendo considerada aqui.

Considera-se aqui, vale a pena repetir, que todos os valores fora dos limites de controle são informação disponível e percebida – tornada perceptível pela forma de implementar a *group chart* – de modo que os dados de uma mesma amostra podem provocar mais de um sinal.

Um quarto evento também poderia ser apontado como de interesse: a sinalização por parte de algum canal não afetado, sem que o canal afetado sinalizasse. Trata-se do evento da diferença  $O - A$ , ou  $O \cap \bar{A}$ . Tal evento pode ser considerado como um alarme falso ou como um alarme verdadeiro, dependendo da conduta adotada: investigar apenas o canal que sinalizou ou (pelo menos no caso de não encontrar nenhum problema com ele) investigar todos os canais, o que levaria, espera-se, à identificação da causa especial. No caso da última política, qualquer sinal pela *group chart* levaria à descoberta da causa especial, tornando-se também de

interesse o evento  $A \cup O$ , qualquer sinal: pelo canal afetado, por outro(s) canal(is) ou ambas as coisas. Tal evento e suas implicações serão mais detalhados adiante.

Neste caso, a união de eventos  $A \cup O \cup B$  (incluindo o sinal pelo gráfico do nível-base), também se torna um evento de interesse, assim como o evento  $(O \cup B) \cap \bar{A}$ , que representa a ocorrência de qualquer sinal que não seja pelo canal afetado, e que também pode (analogamente ao evento  $O \cap \bar{A}$ ) também pode ser considerado como um alarme falso ou verdadeiro, dependendo da conduta adotada.

#### 4.2.

#### Obtenção de Medidas de Desempenho

Como já apresentado no Capítulo 3, dois tipos de medidas de desempenho são utilizadas para análise no caso de uma parcela individual de um dos canais do processo ter sua média alterada por uma causa especial: probabilidades de sinal e  $NMA_1$ 's. Interessa que as seguintes probabilidades de sinal num instante de amostragem  $t$ , sejam calculadas:

- $P(A)$  = probabilidade do canal que sofreu a mudança sinalizar;
- $P(O)$  = probabilidade de qualquer canal sinalizar;
- $P(A \cup O)$  = probabilidade de qualquer canal sinalizar;
- $P(O \cap \bar{A})$  = probabilidade de que algum canal não afetado sinalize sem que o próprio canal afetado sinalize;
- $P(A \cup O \cup B)$  = probabilidade de qualquer canal sinalizar ou de o nível-base sinalizar, e
- $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$  = probabilidade de qualquer sinal desde que não seja pelo canal afetado.

Em conseqüência, interessariam também em princípio, os  $NMA_1$ 's associados a qualquer um dos eventos acima ( $A$ ,  $B$ ,  $O$ ,  $A \cup O$ ,  $O \cap \bar{A}$ ,  $A \cup O \cup B$ ,  $(O \cup B) \cap \bar{A}$ ). Porém, para alguns tipos de eventos não faz sentido, ou não é possível, definir um  $NMA_1$ , pois o “número esperado de amostras até um sinal” pressupõe que o processo de retiradas de amostras não seja interrompido antes que

ocorra o sinal. Assim, se a ocorrência de um sinal de um tipo levar à interrupção do processo (ou do monitoramento), deixa de ser possível ocorrer um sinal de outro tipo.

A Tabela 4.1, discrimina, de acordo com os critérios acima, os eventos para os quais faz e não faz sentido calcular o  $NMA_1$  associado, pela substituição da “respectiva probabilidade” na expressão (4.1). Para alguns eventos, inclusive, pode fazer sentido ou não, dependendo do caso, e para estes eventos a tabela indica qual o caso em que faz sentido calcular o  $NMA_1$  associado.

**Tabela 4.1 – Justificativa para o cálculo dos  $NMA_1$ 's associados aos eventos (probabilidades) de interesse.**

PROBABILIDADE (EVENTO)	$NMA_1$ CORRESPONDENTE EXISTE E É IGUAL A $1/p$	JUSTIFICATIVA PARA O CÁLCULO DO $NMA_1$
A	SIM	Este é o $NMA_1$ de interesse. Se o sinal de outro canal (O) não levar à identificação da causa
$A \cup O$	SIM	Tem interesse no lugar de $NMA_A$ no caso de qualquer sinal na <i>group chart</i> de diferenças levar à investigação e eliminação da causa especial
$O \cap \bar{A}$	NÃO	Pois a corrida é interrompida se o evento A ocorrer antes que o $O \cap \bar{A}$
$A \cup O \cup B$	SIM	Interessa no caso de tanto A como O como B levarem à investigação e eliminação da causa especial
$[(O \cup B) \cap \bar{A}]$	NÃO	Pois a corrida é interrompida se o evento A ocorrer antes que o $[(O \cup B) \cap \bar{A}]$

Fonte: Própria

A Tabela 4.1 mostra que os  $NMA_1$ 's que têm sentido e são de interesse são aqueles associados ao evento A, especificamente:

- $NMA_A$ : até o sinal pelo canal afetado pela causa especial. Este  $NMA_1$  faz sentido no caso de sinais por outros canais, sem que o canal afetado sinalize, não levarem à identificação da causa especial; tais sinais por outros canais seriam “alarmes falsos” e interessa comparar sua probabilidade de ocorrência com a probabilidade de ocorrência de sinal no canal afetado. Porém, após o “alarme-falso” o processo continuaria sendo monitorado, e a “corrida” de amostras interrompida é retomada, até que o sinal pelo canal afetado ocorra;
- $NMA_{A \cup O}$ : até um sinal qualquer no gráfico das diferenças em relação ao nível-base, e
- $NMA_{A \cup O \cup B}$ : até um sinal qualquer pela *group chart* das diferenças em relação ao nível-base ou pelo gráfico do nível-base.

Os  $NMA_1$ 's associados aos eventos A,  $A \cup O$  e  $A \cup O \cup B$ , podem ser calculados como:

$$NMA_1 = \frac{1}{P(E)} \quad (4.1)$$

onde  $P(E)$  representa a probabilidade de ocorrência do evento E, que por sua vez pode ser igual a A,  $A \cup O$  ou  $A \cup O \cup B$ , conforme o caso. A probabilidade  $P(A)$  pode ser obtida analiticamente, porém, as probabilidades das uniões e interseções não podem ser calculadas facilmente, pois os eventos não são independentes, de modo que essas probabilidades serão obtidas por simulação. A Tabela 4.2, a seguir, apresenta de forma sintetizada a metodologia utilizada para obtenção das probabilidades associadas aos eventos de interesse.

Tabela 4.2 – Metodologia de Cálculo para as Probabilidades Consideradas

PROBABILIDADE	CALCULADA ANALÍTICAMENTE?	SIMULAÇÃO: CONDIÇÃO PARA O CONTADOR	EM FUNÇÃO DE OUTRAS PROBABILIDADES
$P(A)$	SIM, pela equação (3.39c)	$d_i > LSC$ ou $d_i < LIC$ onde $i$ = canal afetado	
$P(O)^*$	A equação (3.44) que fornece um limitante superior para $P(O)$ , dado que não considera a correlação entre os $\bar{d}_{ii}'s$ .		
$P(A \cup O)$	NÃO	$d_k > LSC$ ou $d_k < LIC$ onde $k$ = qualquer canal	
$P(O \cap \bar{A})$	NÃO		$P(A \cup O) - P(A)$
$P(B)^*$	Depende da razão entre $\sigma_b$ e $\sigma$ . Calculada apenas para o caso em que $\sigma_b = 0$ (nível-base estático). E serve como um limitante superior para $P(B)$		
$P(A \cup O \cup B)$	NÃO	$d_k > LSC$ ou $d_k < LIC$ ou $\hat{b} > LSC$ ou $\hat{b} < LIC$	
$P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$	NÃO		$P(A \cup O \cup B) - P(A)$

Fonte: Própria

\* As probabilidades dos eventos O e B não serão explicitadas na dissertação. No entanto, serão utilizadas no cálculo da probabilidade de eventos a eles associados.

A simulação também foi utilizada para obtenção das probabilidades de sinal e do  $NMA_1$  do gráfico R da amplitude, de M&R. Com base em todas as probabilidades e  $NMA_1$ 's calculados, foi feita uma comparação de desempenho do esquema proposto com o esquema de M&R, para:

- $NMA_0$  nos valores de 100, 200 e 370,38;
- Processos com  $s$  igual a 2, 3, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 18, 20 e 24 canais;
- Tamanhos de subgrupos,  $n$ , que variam de 1 a 5, e
- Para variações  $\delta\sigma$  na média de um dos  $e_i$ 's com  $\delta$  assumindo os valores: 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5 e 4 .

Cabe ressaltar que a simulação forneceu valores para as diversas probabilidades de sinal, que permitiram, a partir de (4.1), o cálculo dos  $NMA_1$ 's correspondentes aos diversos esquemas, sendo possível, portanto, determinar em quais circunstâncias cada esquema de controle é mais apropriado.

Na simulação, para todos os esquemas analisados, o cálculo do  $NMA_1$  foi realizado da seguinte forma: depois de gerados os valores aleatórios normalmente distribuídos e independentes para os  $e_i$ 's, variações ou *shifts* foram somadas ao valor gerado da variável  $e_1$  (primeiro canal, sem perda de generalidade) e só então as estatísticas  $\hat{b}_t$ ,  $d_{tk}$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ) e  $R_t$  foram calculadas e comparadas com os respectivos limites de controle para  $\sigma = 1$ ,  $b_t = 0$  e  $n = 1$ , a saber:

- Limites de controle para o gráfico do nível-base: dados por (3.14) e (3.15);
- Limites de controle para o gráfico das diferenças em relação ao nível-base estimado: dados por (3.29) e (3.30) com o valor de  $k$  como indicado na Seção 3.6, e
- Limite superior de controle para o gráfico R da amplitude dado por:

$$LSC = F_{w,s}^{-1}(1 - \alpha) \quad (4.2)$$

onde  $F_{w,s}$  representa a distribuição acumulada da amplitude relativa ( $w = R/\sigma$ ) para amostras de tamanho  $s$  (no caso o número de canais) e  $\alpha$  representa a probabilidade de alarme falso especificada.

Este foi o procedimento adotado para amostras de tamanho  $n = 1$ . Para outros tamanhos de amostras, ao invés de se gerarem  $n > 1$  valores de  $e$  para cada canal, utilizou-se o artifício de somar ao valor de  $e_1$  o *shift* multiplicado por  $\sqrt{n}$ . Isso equivale a considerar que os valores gerados são valores de  $\bar{e}$  e não de  $e$ . Como  $\sigma_{\bar{e}} = \sigma / \sqrt{n}$ , um *shift* de  $\delta\sigma$  unidades equivale a um *shift* de  $\sqrt{n} \delta\sigma_{\bar{e}}$ . Tal procedimento apresenta duas vantagens: economia de tempo de processamento e maior homogeneidade das condições simuladas para a verificação do efeito do aumento do tamanho da amostra.

O programa contabiliza o número de pontos fora de controle em cada esquema, possibilitando assim obter as estimativas para as probabilidades de cada evento de interesse, como:

$$p = \frac{c}{N} \quad (4.3a)$$

onde  $N$  representa o número de elementos gerados para cada canal (160.000) e  $c$ , o número de eventos observados. A partir dessas probabilidades, então, os valores dos  $NMA_1$  foram obtidos de acordo com (4.1), por:

$$NMA_1 = \frac{N}{c} \quad (4.3b)$$

Para a obtenção de valores simulados de  $e_i$  para os diversos canais, foram gerados 160.000 números aleatórios independentes, normalmente distribuídos, com média 0 e desvio-padrão 1, sem perda de generalidade, para cada um dos canais que compõem o processo. Para um processo com cinco canais, por exemplo, foi gerado um total de 800.000 dados.

A Figura 4.1 esboça esquematicamente a lógica utilizada para o desenvolvimento do modelo de simulação empregado, permitindo sua melhor compreensão.

A simulação foi implementada no *software* Excel (*Microsoft*), através de macros criadas em VBA (*Visual Basic for Applications*).

O Apêndice D expõe algumas informações importantes sobre os algoritmos da seqüência de Halton Base e da Inversão de Moro, utilizados para geração dos



números aleatórios independentes e normalmente distribuídos. O Apêndice E apresenta o programa utilizado para a simulação em linguagem VBA.

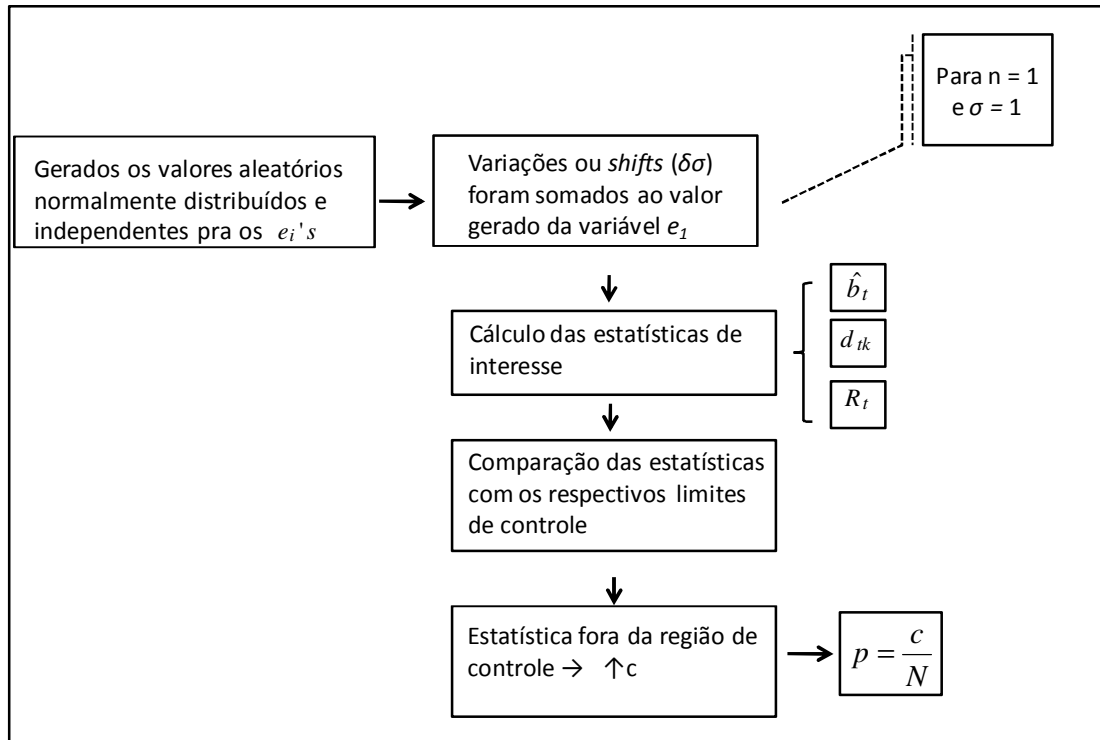


Figura 4.1 – Representação Esquemática para o Modelo de Simulação Utilizado.

### 4.3. Resultados

A Tabela 4.3, a seguir, possibilita a comparação dos gráficos  $R_t$  (de M&R) e do gráfico das diferenças em relação ao nível-base, utilizados para detecção de causas especiais que afetem um ou poucos canais. Os valores apresentados são resultados dos  $NMA_1$ 's para cada método, obtidos por simulação para  $NMA_0$ 's de 100, 200 e 370,38, considerando o tamanho de subgrupo (número de observações por canal), igual a um. A TABELA aqui APRESENTADA anteriormente era para  $N=5$  estava errado

Note que na Tabela 4.3, os  $NMA_0$ 's simulados para os dois gráficos (que correspondem aos  $NMA_1$ 's para  $\delta = 0$ ), são sempre muito próximos dos valores dos

$NMA_0$  predeterminados (para  $NMA_0$  de 200, por exemplo, os  $NMA_1$  para  $\delta = 0$  estão sempre em torno de 200), o que valida os resultados da simulação.

A precisão dos  $NMA_1$ 's e  $NMA_0$ 's (semi-largura dos intervalos de confiança de 95%) obtidos na Tabela 4.3 é cerca de 10% no pior caso (para  $NMA$ 's estimados de 370,38); de 7% para  $NMA$ 's da ordem de 200 amostras; 5% para  $NMA = 100$ ; 3% para  $NMA$ 's em torno de 50; 2% para  $NMA = 20$ ; e praticamente 0 para  $NMA$  próximo a 1. O Cálculo desta precisão é detalhado na Seção 4.4.

Ainda na Tabela 4.3, as células destacadas em vermelho referem-se aos mínimos valores obtidos para  $NMA_1$  em cada caso, isto é, para um mesmo  $NMA_0$ , mesmo valor de  $\delta$  e mesmo número de canais, o menor  $NMA_1$  dos dois métodos. A partir daí, é possível concluir que o gráfico das diferenças apresenta desempenho superior ao gráfico  $R_t$  para detecção de variações maiores ou iguais a  $1,5\sigma$ . E, para detecção de pequenas variações (até um desvio-padrão), o gráfico  $R_t$  se mostra superior ao método das diferenças, sendo que para  $\delta = 1$ , algumas vezes essa situação é invertida.

É preciso considerar, porém, que nenhum dos dois gráficos é eficiente para sinalizar alterações de magnitude de 0,5 ou 1 desvio-padrão na parcela individual de um dos canais: para  $\delta = 0,5$ , os  $NMA_1$ 's são aproximadamente iguais a 50% do  $NMA_0$ , e para  $\delta = 1$ , ainda são da ordem de 10% do  $NMA_0$ . Portanto, na faixa de valores de  $\delta$  para os quais tais esquemas de controle podem ser considerados úteis, a *group chart* das diferenças em relação ao nível-base mostra-se mais eficiente que o gráfico de  $R_t$  proposto por M&R.

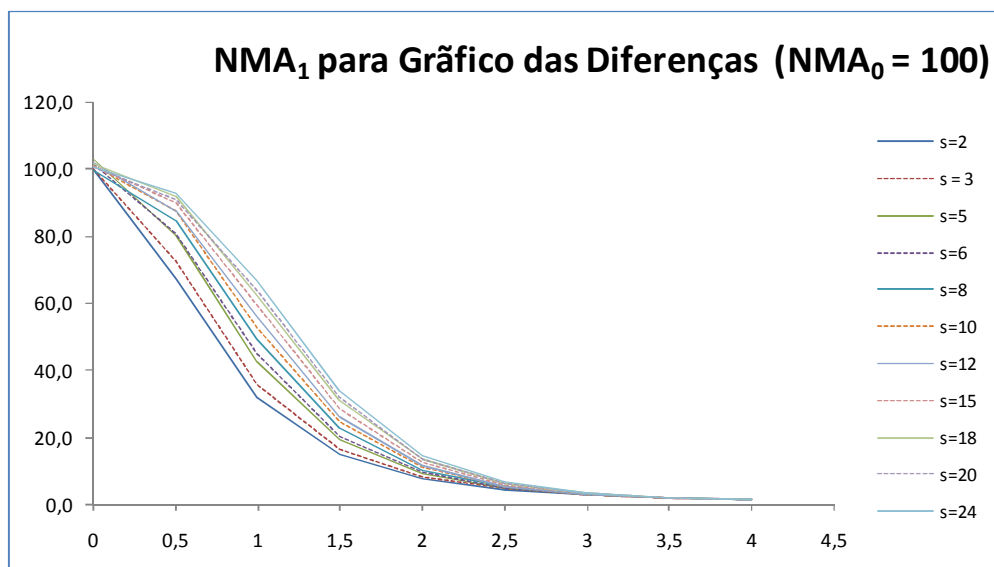
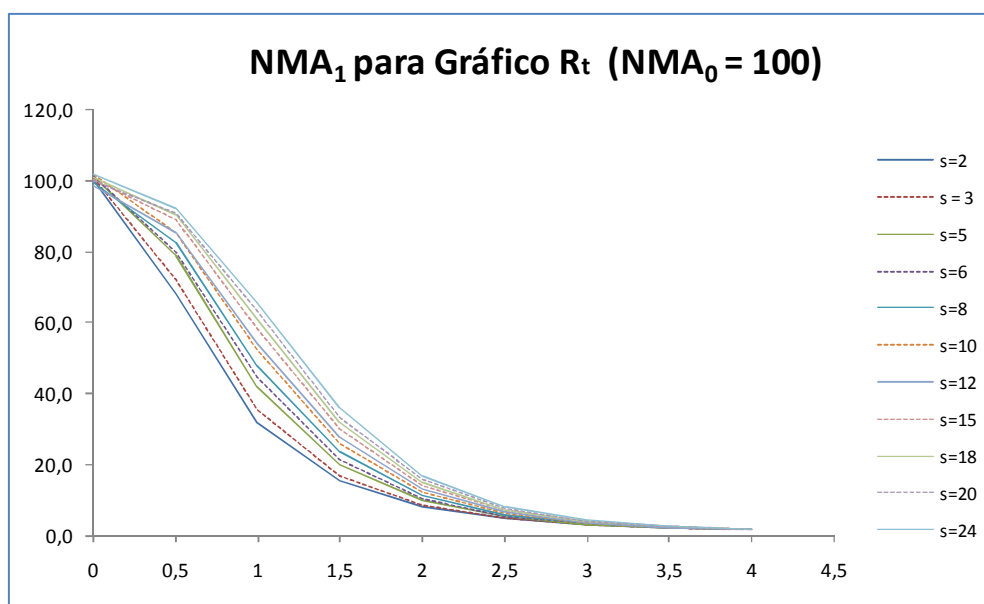
No Apêndice F são apresentadas tabelas com valores de  $NMA_1$  simulados para diferentes tamanhos de subgrupos (2, 3, 4 e 5), que permitem que comparações análogas à apresentada anteriormente sejam realizadas. Através da análise dessas tabelas é possível verificar que, o ganho relativo (ou percentual) do método proposto em relação ao de M&R aumenta com  $n$ .

Tabela 4.3-  $NMA_1$ 's para os Gráficos da Diferença em Relação ao Nível-Base e Gráfico  $R_t$  de M&R com uma observação por canal ( $n = 1$ )

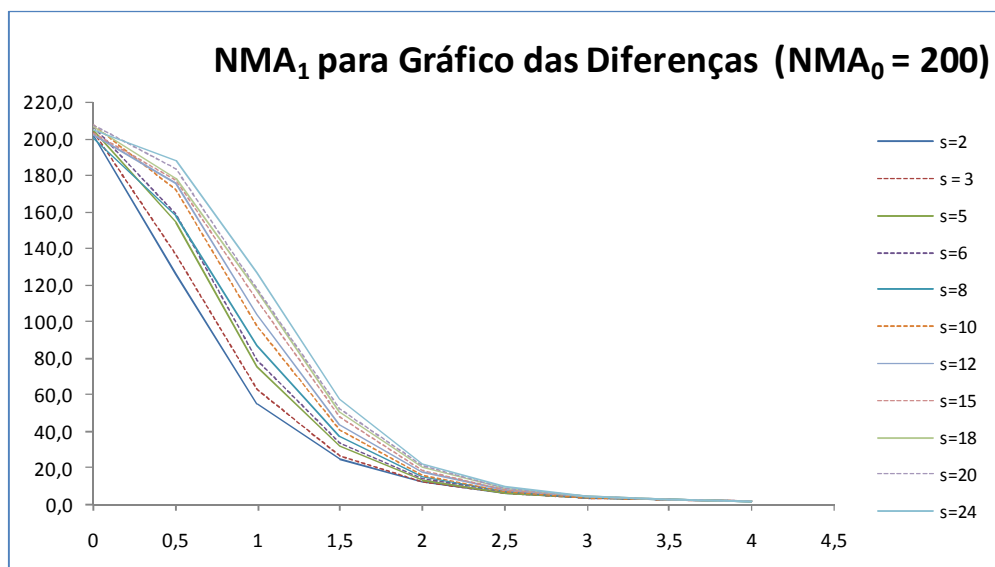
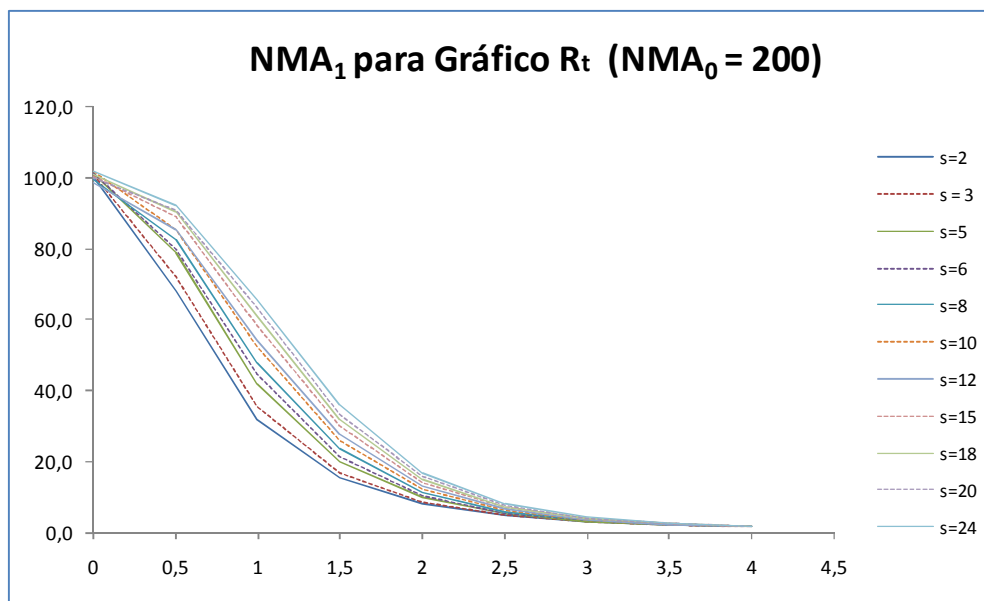
s	NMAo = 100										NMAo = 200										NMAo=370,38									
	NMA <sub>1</sub> para o Gráfico de $R_t$ de M&R										NMA <sub>1</sub> para o Gráfico de $R_t$ de M&R										NMA <sub>1</sub> para o Gráfico de $R_t$ de M&R									
	Delta										Delta										Delta									
	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4			
2	100,3	67,7	31,9	15,4	8,2	4,8	3,1	2,2	1,7	202,3	126,1	55,2	24,7	12,2	6,7	4,1	2,7	2,0	370,4	226,3	92,6	38,5	17,9	9,3	5,3	3,4	2,3			
3	100,6	72,1	35,6	16,9	8,6	4,8	3,0	2,1	1,6	203,3	136,3	61,8	27,3	12,9	6,8	4,0	2,6	1,9	374,7	248,4	104,0	42,8	19,0	9,4	5,2	3,2	2,2			
5	101,3	78,8	41,8	19,9	9,8	5,2	3,1	2,1	1,6	201,8	147,2	74,9	32,7	14,9	7,4	4,2	2,6	1,8	382,8	274,9	126,3	52,0	21,9	10,3	5,4	3,2	2,1			
6	101,0	79,6	44,3	21,2	10,3	5,4	3,2	2,1	1,6	200,5	156,1	79,6	35,3	15,8	7,8	4,3	2,7	1,9	353,2	268,9	133,8	55,2	23,2	10,7	5,6	3,3	2,2			
8	99,6	82,6	48,0	23,6	11,3	5,9	3,4	2,2	1,6	204,9	164,4	89,0	39,9	17,5	8,4	4,5	2,8	1,9	373,0	296,8	153,6	63,5	26,1	11,7	5,9	3,4	2,2			
10	101,5	85,2	52,2	25,8	12,2	6,2	3,5	2,3	1,6	199,8	164,8	94,7	43,1	19,0	8,9	4,7	2,8	1,9	378,3	303,0	164,6	70,0	28,3	12,4	6,2	3,5	2,2			
12	98,6	85,6	54,3	27,5	13,0	6,5	3,7	2,3	1,7	207,5	170,8	101,2	46,5	20,2	9,4	4,9	2,9	2,0	399,0	324,5	180,4	76,2	30,6	13,2	6,5	3,6	2,3			
15	100,4	88,9	58,2	29,9	14,2	7,0	3,9	2,4	1,7	196,1	170,4	108,0	51,5	22,2	10,1	5,2	3,0	2,0	376,5	318,1	187,1	82,3	33,4	14,3	6,8	3,8	2,4			
18	100,6	89,9	61,0	32,0	15,1	7,4	4,0	2,5	1,7	201,5	173,9	114,7	55,3	23,8	10,8	5,4	3,1	2,1	346,3	311,9	193,0	87,3	35,3	15,0	7,1	3,9	2,4			
20	99,8	90,5	63,4	33,3	15,8	7,6	4,1	2,5	1,8	199,3	176,4	117,7	57,4	24,7	11,2	5,6	3,2	2,1	392,2	337,6	210,5	94,1	37,7	15,7	7,3	4,0	2,4			
24	101,8	92,2	65,8	36,1	16,9	8,2	4,3	2,6	1,8	205,9	184,3	123,4	61,8	26,6	11,8	5,9	3,3	2,1	387,4	342,6	221,6	101,7	40,3	16,8	7,7	4,1	2,5			
	NMA <sub>1</sub> para o Gráfico das Diferenças em Relação ao Nível-Base										NMA <sub>1</sub> para o Gráfico das Diferenças em Relação ao Nível-Base										NMA <sub>1</sub> para o Gráfico das Diferenças em Relação ao Nível-Base									
	Delta										Delta										Delta									
s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4			
2	99,9	67,3	31,8	15,4	8,1	4,8	3,1	2,2	1,7	202,3	126,0	55,2	24,7	12,2	6,7	4,1	2,7	2,0	362,0	224,4	91,3	38,0	17,7	9,2	5,3	3,3	2,3			
3	100,1	72,5	35,8	16,7	8,5	4,7	2,9	2,0	1,5	204,1	136,6	62,6	27,0	12,7	6,5	3,8	2,4	1,8	382,8	244,3	104,0	41,4	18,2	8,8	4,8	2,9	2,0			
5	103,0	80,1	42,4	19,5	9,1	4,8	2,8	1,9	1,4	204,6	154,0	74,8	31,4	13,5	6,5	3,6	2,3	1,6	381,9	276,8	123,4	48,4	19,3	8,6	4,5	2,7	1,8			
6	101,3	80,3	44,9	20,5	9,5	4,9	2,8	1,9	1,4	206,2	158,7	78,9	33,4	14,0	6,6	3,6	2,2	1,6	373,0	286,2	136,4	51,0	20,1	8,8	4,4	2,6	1,8			
8	99,8	84,9	49,5	22,6	10,3	5,1	2,9	1,9	1,4	200,0	157,2	86,8	37,2	15,0	6,9	3,6	2,2	1,6	409,2	305,3	152,1	57,0	21,4	9,1	4,5	2,6	1,8			
10	100,9	87,3	52,9	24,4	10,9	5,3	3,0	1,9	1,4	207,3	172,2	97,3	40,5	16,1	7,2	3,7	2,3	1,6	386,5	326,5	163,9	63,2	23,1	9,5	4,6	2,7	1,8			
12	102,2	87,8	56,4	26,1	11,5	5,5	3,0	2,0	1,4	201,5	174,9	103,4	43,6	17,2	7,5	3,8	2,3	1,6	395,1	325,2	174,3	66,3	24,6	9,9	4,8	2,7	1,8			
15	101,1	90,0	59,4	28,8	12,5	5,9	3,2	2,0	1,5	202,8	176,8	111,1	47,4	18,5	8,0	4,0	2,4	1,6	367,8	318,7	182,2	73,5	26,6	10,6	5,0	2,8	1,8			
18	101,3	91,5	62,2	30,7	13,3	6,2	3,3	2,1	1,5	206,7	178,0	117,1	50,3	20,0	8,4	4,2	2,4	1,7	389,3	347,8	208,6	81,8	28,4	11,2	5,2	2,9	1,9			
20	100,5	90,9	63,8	31,9	13,8	6,4	3,4	2,1	1,5	207,0	182,9	118,0	52,5	20,8	8,7	4,3	2,5	1,7	384,6	338,3	205,9	83,6	29,7	11,5	5,3	2,9	1,9			
24	100,7	93,0	66,9	34,0	14,7	6,7	3,5	2,1	1,5	204,3	187,1	126,4	57,8	22,5	9,3	4,4	2,5	1,7	375,6	336,1	216,5	90,3	32,0	12,3	5,6	3,0	1,9			

As Figuras 4.2, 4.3 e 4.4, a seguir, apresentam os perfis de  $NMA_1$  (curvas dos  $NMA_1$ 's em função das diferentes magnitudes de alteração,  $\delta$ ), para os gráficos  $R_t$  e das diferenças, para  $n = 1$ , para processos com diferentes números de canais, quando  $NMA_0$  é igual a 100, 200 e 370,38, respectivamente. Note que a superposição das curvas só ocorre para  $\delta$  igual a zero (quando, independentemente do número de canais, todos os  $NMA$ 's obtidos devem ser praticamente iguais ao  $NMA_0$  especificado) e para  $\delta \geq 3$  (pois em cada um dos esquemas, para alterações de grande magnitude, os  $NMA_1$ 's são praticamente iguais a um, independentemente do número de canais).

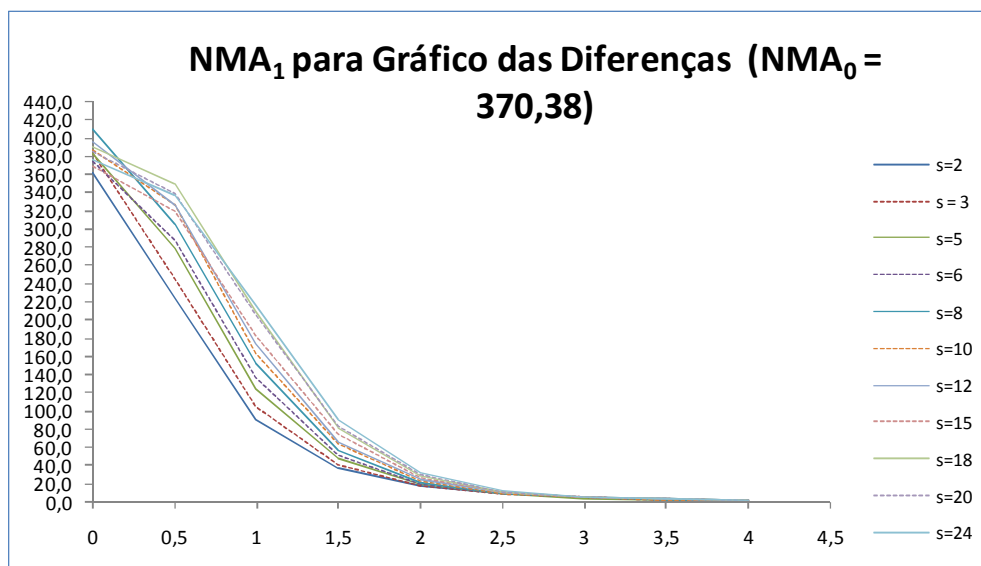
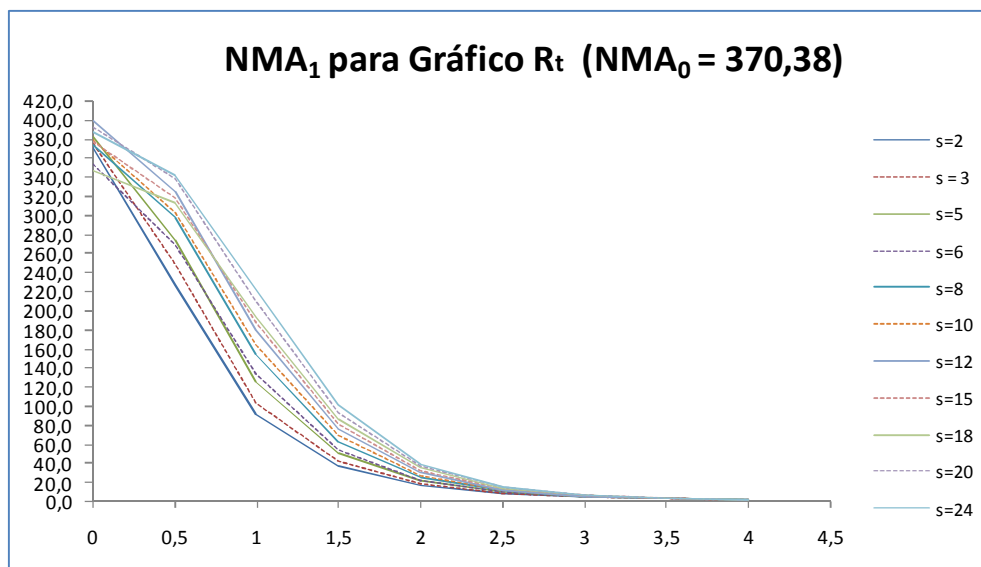
Outro fato interessante de ser observado é que, em todos os gráficos, a curva superior corresponde ao processo com maior número de canais ( $s = 24$ ), enquanto a curva inferior corresponde ao processo com menor número de canais ( $s = 2$ ), indicando que, em ambos os esquemas, o  $NMA_1$  aumenta com o número de canais do processo.



**Figura 4.2 - Comportamento do  $NMA_1$  para o Gráfico  $R_t$  e das Diferenças ( $NMA_0 = 100$ )**



**Figura 4.3– Comportamento do  $NMA_1$  para o Gráfico  $R_t$  e das Diferenças ( $NMA_0 = 200$ )**



**Figura 4.4– Comportamento do NMA<sub>1</sub> para o Gráfico R<sub>t</sub> e das Diferenças (NMA<sub>0</sub> = 370,38)**

Apesar de em algumas vezes, os NMA<sub>1</sub>'s dos dois gráficos terem valores muito semelhantes, a superioridade do gráfico das diferenças em relação ao gráfico R<sub>t</sub> pode ser comprovada pela Tabela 4.4, que apresenta a diferença percentual entre o NMA<sub>1</sub> da *group chart* de diferenças e o NMA<sub>1</sub> do gráfico R<sub>t</sub>. Note que as células em vermelho representam o quanto o NMA<sub>1</sub> do gráfico das diferenças é inferior ao NMA<sub>1</sub> do gráfico R<sub>t</sub>, para uma mesma combinação de  $\delta$  e  $s$  (número de canais). Por exemplo, para um processo de 24 canais, um NMA<sub>0</sub> de 370,38, e um delta de  $3\sigma$ , o NMA<sub>1</sub> obtido pelo gráfico das diferenças é 28,2%

menor que o  $NMA_1$  obtido pelo gráfico  $R_i$ . Já as células em preto representam a superioridade, quando é o caso, gráfico  $R_i$  em relação ao gráfico das diferenças, que é de no máximo 11,5% (para  $\delta$  igual a  $0,5\sigma$  e  $s$  igual a 18); ou seja, no caso mais favorável ao gráfico  $R_i$ , seu  $NMA_1$  só é 11,5% inferior ao  $NMA_1$  produzido pelo gráfico das diferenças.

Na verdade, observando-se a Tabela 4.3 e as Figuras 4.1 a 4.3, pode-se julgar que nenhum dos dois gráficos seja muito eficiente em nenhuma situação:  $NMA_1$ 's entre 1 e 2 só ocorrem para  $\delta = 4$  (deslocamentos muito grandes na média). Essa conclusão, que se poderia ter a primeira vista, merece alguns comentários:

- Tais resultados são para amostra de tamanho 1 (uma observação por canal). Gráficos de observações individuais não são eficientes para detectar pequenos deslocamentos da média, o que, aliás, é mais uma motivação para o esquema proposto e o de M&R (a *group chart* clássica seria muito menos eficiente). Essa baixa eficiência em termos de NMA pode ser compensada com um intervalo de tempo entre amostras curto, para se ter um “tempo” médio até o sinal suficientemente curto. Outra alternativa é aumentar o tamanho da amostra. As tabelas do Apêndice C, para  $n = 2, 3, 4$  e 5, mostram a significativa redução dos  $NMA_1$ 's com o aumento do tamanho da amostra. Ambas as alternativas têm suas vantagens e inconvenientes: a redução do intervalo de tempo entre amostras, mesmo que não se reduza o  $NMA_0$ , reduz o “tempo” médio até um alarme falso. Já o aumento do tamanho de amostra pode ser impraticável, dependendo do número de canais do processo (uma alternativa para possibilitá-lo seria amostrar apenas parte dos canais de cada vez, de maneira alternada, mas isso corresponderia a um aumento do intervalo entre amostras de cada canal, anulando a vantagem obtida com o aumento de  $n$ ). Outra alternativa são esquemas EWMA ou CUSUM – o que fica como indicação para pesquisa futura.
- É importante lembrar, que a alteração em foco é na média de um dos  $e_i$ 's (parcela individual de um dos canais). Se a variabilidade do nível-base ao longo do tempo for da ordem da variabilidade



individual dos canais, ou maior (i.e., se  $\sigma_b \geq \sigma$ ) – que é justamente a situação para a qual os esquemas aqui analisados foram concebidos – então, em termos do desvio-padrão total do processo (igual a  $\sqrt{\sigma_b^2 + \sigma^2}$ ), um deslocamento de  $\delta\sigma$  em um  $e_i$  representa menos que  $\delta$  desvios-padrão. Isso significa que, a menos que o processo seja muito pouco capaz, a magnitude típica dos deslocamentos relevantes na média dos  $e_i$ 's deve ser maior que no caso de um “processo de Shewhart” univariado e monocanal. É ainda possível que se tolere uma demora na detecção da causa especial, uma vez que (como ela só afeta um dos canais), o aumento por ela provocado na fração não conforme do processo é inversamente proporcional ao número de canais.

Tabela 4.4 – Diferença percentual entre os  $NMA_i$ 's para Gráficos das Diferenças e  $R_i$  de M&R

		<b>NMA<sub>0</sub> = 100</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	-0,4%	-0,6%	-0,4%	-0,3%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,1%	-0,1%	
<b>3</b>	-0,6%	0,5%	0,6%	-1,0%	-1,3%	-2,4%	-3,3%	-3,5%	-3,3%	
<b>5</b>	1,7%	1,7%	1,4%	-2,0%	-6,5%	-9,0%	-10,4%	-10,2%	-8,7%	
<b>6</b>	0,3%	1,0%	1,4%	-3,7%	-8,2%	-10,8%	-12,4%	-12,0%	-10,1%	
<b>8</b>	0,2%	2,7%	3,2%	-4,0%	-9,0%	-13,6%	-14,9%	-14,1%	-11,8%	
<b>10</b>	-0,6%	2,4%	1,3%	-5,5%	-10,9%	-15,1%	-16,2%	-15,4%	-12,7%	
<b>12</b>	3,6%	2,6%	3,8%	-5,1%	-11,2%	-15,5%	-17,1%	-16,1%	-13,2%	
<b>15</b>	0,7%	1,2%	1,9%	-3,6%	-11,9%	-16,4%	-18,2%	-17,0%	-14,0%	
<b>18</b>	0,7%	1,8%	1,9%	-3,9%	-11,7%	-16,5%	-18,5%	-17,4%	-14,5%	
<b>20</b>	0,7%	0,3%	0,7%	-4,4%	-12,6%	-16,6%	-18,7%	-17,4%	-14,6%	
<b>24</b>	-1,1%	0,8%	1,7%	-5,8%	-12,8%	-17,5%	-19,0%	-18,1%	-15,1%	
		<b>NMA<sub>0</sub> = 200</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,0%	-0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	
<b>3</b>	0,4%	0,3%	1,3%	-1,2%	-2,0%	-3,8%	-4,9%	-5,2%	-5,0%	
<b>5</b>	1,4%	4,6%	0,0%	-4,0%	-9,3%	-12,5%	-14,0%	-13,8%	-12,1%	
<b>6</b>	2,8%	1,7%	-0,9%	-5,3%	-11,0%	-15,3%	-16,6%	-16,1%	-13,9%	
<b>8</b>	-2,4%	-4,4%	-2,5%	-6,7%	-14,0%	-18,2%	-19,6%	-18,7%	-16,0%	
<b>10</b>	3,8%	4,5%	2,7%	-6,0%	-14,9%	-19,0%	-20,8%	-19,9%	-16,8%	
<b>12</b>	-2,9%	2,4%	2,1%	-6,3%	-14,8%	-20,3%	-21,4%	-20,5%	-17,6%	
<b>15</b>	3,4%	3,8%	2,9%	-8,0%	-16,4%	-21,3%	-23,1%	-21,8%	-18,5%	
<b>18</b>	2,6%	2,3%	2,1%	-9,1%	-16,1%	-22,0%	-23,3%	-22,2%	-19,0%	
<b>20</b>	3,9%	3,7%	0,2%	-8,6%	-15,7%	-22,1%	-23,6%	-22,4%	-19,3%	
<b>24</b>	-0,8%	1,5%	2,4%	-6,4%	-15,6%	-21,6%	-24,0%	-22,8%	-19,6%	
		<b>NMA<sub>0</sub>=370,38</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	-2,3%	-0,8%	-1,4%	-1,2%	-1,1%	-0,9%	-0,7%	-0,6%	-0,5%	
<b>3</b>	2,2%	-1,7%	-0,1%	-3,3%	-4,1%	-5,6%	-6,9%	-7,3%	-6,9%	
<b>5</b>	-0,2%	0,7%	-2,3%	-7,0%	-11,9%	-15,9%	-17,8%	-17,3%	-15,5%	
<b>6</b>	5,6%	6,4%	2,0%	-7,7%	-13,5%	-18,4%	-20,3%	-19,7%	-17,4%	
<b>8</b>	9,7%	2,9%	-1,0%	-10,2%	-17,9%	-22,3%	-23,9%	-22,8%	-19,9%	
<b>10</b>	2,2%	7,8%	-0,4%	-9,7%	-18,5%	-23,3%	-25,2%	-24,0%	-21,0%	
<b>12</b>	-1,0%	0,2%	-3,4%	-13,1%	-19,6%	-24,8%	-26,2%	-25,0%	-21,7%	
<b>15</b>	-2,3%	0,2%	-2,6%	-10,6%	-20,3%	-25,9%	-27,3%	-26,0%	-22,7%	
<b>18</b>	12,4%	11,5%	8,1%	-6,3%	-19,5%	-25,8%	-27,2%	-26,2%	-22,7%	
<b>20</b>	-1,9%	0,2%	-2,2%	-11,1%	-21,2%	-26,5%	-27,9%	-26,7%	-23,3%	
<b>24</b>	-3,1%	-1,9%	-2,3%	-11,2%	-20,6%	-27,0%	-28,2%	-27,2%	-23,6%	

Como já dito anteriormente, é interessante calcular a probabilidade  $P(O \cap \bar{A})$ , de que algum canal não afetado sinalize sem que o próprio canal afetado sinalize. Essa probabilidade pode ser calculada em termos dos eventos  $A \cup O$  e  $A$ , como:

$$P(O \cap \bar{A}) = P(A \cup O) - P(A) \quad (4.5)$$

onde:

$P(A \cup O)$  representa a probabilidade de qualquer canal sinalizar, que foi obtida por simulação; ela corresponde ao inverso do  $NMA_1$  das diferenças em relação ao nível-base ( $NMA_1$  para o gráfico das diferenças em relação ao nível-base) fornecido pela Tabela 4.3, e

$P(A)$  representa a probabilidade do canal afetado sinalizar, obtida analiticamente por (3.39c).

Apesar de a probabilidade  $P(O \cap \bar{A})$ , resultante da equação (4.5) não poder ser utilizada para cálculo de um  $NMA_1$  correspondente, pois a corrida seria interrompida assim que o canal afetado sinalizasse, ela é de interesse, pois  $O \cap \bar{A}$  corresponde a um sinal verdadeiro (já que há uma causa especial), porém “incorreto” (pois a sinalização, dependendo do processo em questão e, principalmente da conduta adotada, não ocorre no canal afetado pela causa). Assim, tal evento pode acarretar:

- Um custo de investigação do canal que sinalizou sem que a causa especial seja encontrada, o que corresponde a um alarme falso. Apesar do custo incorrido neste caso, o processo será reiniciado assim como seu monitoramento, o que implica numa continuidade da seqüência de amostras até o sinal verdadeiro pelo canal afetado. Neste caso, faz sentido que o  $NMA_1$ , que é o componente médio dessa seqüência (*average run length*) seja calculado através da probabilidade  $P(A)$  (expressão 3.39c) como  $\frac{1}{P(A)}$ , pois ele não será afetado pela probabilidade do evento  $O$  (outro canal sinalizar);
- Um ajuste indevido do processo. Neste caso é importante conhecer a probabilidade deste evento, que é desejável que seja bem baixa; ou
- Uma investigação do processo como um todo, até que seja localizado o canal afetado. Neste caso faz sentido considerar como sinal verdadeiro o

sinal em qualquer canal (evento  $A \cup O$ ) e talvez até mesmo pelo gráfico do nível-base ( $A \cup O \cup B$ ) e o  $NMA_1$  pode ser calculado como  $1/P(A \cup O)$  ou mesmo  $1/P(A \cup O \cup B)$ .

Os resultados para as probabilidades calculadas a partir da expressão (4.5) para  $n = 1$  são fornecidos pela Tabela 4.5, a seguir. Como pode-se observar, os valores para essas probabilidades são praticamente desprezíveis, atingindo no máximo 2% em alguns casos ( $s = 3$  e  $\delta$  “grande” e  $NMA_0 = 100$  ou 200), o que permite que os custos citados anteriormente sejam desconsiderados, dada a irrelevância da probabilidade em questão.

É interessante notar os valores nulos para  $s = 2$ . Não se trata de valores muito pequenos, mas de zero, exatamente, pois, conforme foi visto no Capítulo 3 a correlação entre  $\bar{d}_{t1}$  e  $\bar{d}_{t2}$  é igual a  $-1$ , e os sinais sempre ocorrem junto. É fácil mostrar que o sinal no nível-base também ocorre simultaneamente.

Os resultados para a probabilidade de que algum canal não afetado sinalize sem que o próprio canal afetado sinalize quando  $n > 1$  também foram calculados, mas como estas probabilidades apresentaram valores tão pequenos quanto ou menores que as probabilidades obtidas para  $n = 1$ , não serão apresentadas.

**Tabela 4.5–Probabilidade de algum canal não afetado sinalizar sem que o próprio canal afetado sinalize**

		<b>NMAo = 100</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
<b>3</b>	0,006	0,007	0,010	0,015	0,019	0,022	0,023	0,021	0,017	
<b>5</b>	0,008	0,008	0,009	0,011	0,013	0,013	0,012	0,010	0,007	
<b>6</b>	0,008	0,009	0,009	0,011	0,012	0,011	0,011	0,009	0,006	
<b>8</b>	0,009	0,009	0,009	0,010	0,010	0,010	0,009	0,007	0,005	
<b>10</b>	0,009	0,009	0,009	0,010	0,010	0,010	0,008	0,006	0,004	
<b>12</b>	0,009	0,009	0,009	0,010	0,010	0,009	0,008	0,006	0,004	
<b>15</b>	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,006	0,003	
<b>18</b>	0,009	0,009	0,010	0,009	0,009	0,008	0,007	0,006	0,004	
<b>20</b>	0,009	0,010	0,010	0,010	0,010	0,008	0,008	0,005	0,003	
<b>24</b>	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,008	0,006	0,003	
		<b>NMAo = 200</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
<b>3</b>	0,003	0,004	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	0,017	0,014	
<b>5</b>	0,004	0,004	0,005	0,006	0,008	0,008	0,008	0,007	0,005	
<b>6</b>	0,004	0,004	0,005	0,006	0,006	0,007	0,006	0,006	0,004	
<b>8</b>	0,004	0,005	0,005	0,005	0,006	0,006	0,005	0,005	0,003	
<b>10</b>	0,004	0,004	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	
<b>12</b>	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	0,003	
<b>15</b>	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	
<b>18</b>	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,002	
<b>20</b>	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,003	0,002	
<b>24</b>	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,005	0,004	0,002	
		<b>NMAo=370,38</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
<b>3</b>	0,002	0,002	0,003	0,006	0,008	0,011	0,013	0,013	0,012	
<b>5</b>	0,002	0,002	0,003	0,004	0,004	0,005	0,006	0,005	0,005	
<b>6</b>	0,002	0,002	0,003	0,003	0,004	0,004	0,005	0,004	0,003	
<b>8</b>	0,002	0,002	0,003	0,003	0,003	0,004	0,004	0,003	0,002	
<b>10</b>	0,002	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	
<b>12</b>	0,002	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	
<b>15</b>	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	
<b>18</b>	0,002	0,002	0,002	0,002	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	
<b>20</b>	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	
<b>24</b>	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001	

Outra probabilidade de interesse seria a probabilidade  $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$ , que representa a probabilidade de qualquer canal sinalizar excluindo o canal afetado,

ou o nível-base sinalizar. Essa probabilidade pode ser calculada em termos dos eventos  $A \cup O \cup B$  e  $A$ , como:

$$P[(O \cup B) \cap \bar{A}] = P(A \cup O \cup B) - P(A) \quad (4.6)$$

onde:

$P(A \cup O \cup B)$  representa a probabilidade de qualquer canal sinalizar (pelo gráfico das diferenças) ou do nível-base sinalizar (pelo gráfico do nível-base); corresponde ao inverso do  $NMA_1$  obtido por simulação para sinais no gráfico das diferenças ou no nível-base, isto é,  $NMA_{1(A \cup O \cup B)}$  e

$P(A)$  representa a probabilidade do canal afetado sinalizar.

Os resultados para as probabilidades calculadas a partir da expressão (4.6) para  $n = 1$  são fornecidos pela Tabela 4.6 a seguir. Esses resultados representam limitantes máximos para  $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$ . Isso porque o cálculo da probabilidade de sinal pelo gráfico do nível-base  $P(B)$  foi realizado para o caso extremo em que o nível-base é considerado estático ( $\sigma_b = 0$ ). Conseqüentemente,  $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$ , assim como as probabilidades de todos os demais eventos que contêm o evento B serão superestimadas.

Se por um lado, os resultados apresentados na Tabela 4.6 representam limitantes superiores para  $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$  (probabilidade de que qualquer canal sinalize, exceto o canal afetado), por outro lado, os resultados fornecidos pela Tabela 4.5 para  $P(O \cap \bar{A})$ , podem ser interpretadas como limitantes inferiores para  $P[(O \cup B) \cap \bar{A}]$ , pois correspondem ao caso em que  $P(B)$  é praticamente nula.

**Tabela 4.6 – Probabilidade de qualquer canal sinalizar ou nível-base sinalizar, sem que o canal afetado sinalize.**

		<b>NMAo = 100</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,010	0,015	0,030	0,061	0,108	0,166	0,219	0,248	0,240	
<b>3</b>	0,016	0,020	0,033	0,056	0,087	0,123	0,154	0,167	0,154	
<b>5</b>	0,018	0,020	0,027	0,039	0,054	0,070	0,082	0,084	0,073	
<b>6</b>	0,018	0,020	0,026	0,035	0,047	0,059	0,068	0,068	0,057	
<b>8</b>	0,019	0,020	0,024	0,031	0,038	0,046	0,051	0,050	0,041	
<b>10</b>	0,019	0,020	0,023	0,028	0,034	0,040	0,042	0,040	0,033	
<b>12</b>	0,019	0,020	0,022	0,027	0,031	0,035	0,038	0,035	0,028	
<b>15</b>	0,019	0,020	0,022	0,024	0,028	0,031	0,032	0,029	0,023	
<b>18</b>	0,019	0,020	0,021	0,024	0,026	0,029	0,029	0,026	0,021	
<b>20</b>	0,019	0,020	0,021	0,024	0,027	0,028	0,028	0,025	0,019	
<b>24</b>	0,019	0,019	0,021	0,023	0,025	0,026	0,026	0,023	0,017	
		<b>NMAo = 200</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,005	0,008	0,018	0,039	0,075	0,127	0,186	0,233	0,250	
<b>3</b>	0,008	0,011	0,019	0,034	0,057	0,088	0,121	0,144	0,148	
<b>5</b>	0,009	0,010	0,015	0,022	0,033	0,047	0,060	0,067	0,064	
<b>6</b>	0,009	0,010	0,014	0,020	0,028	0,038	0,047	0,052	0,049	
<b>8</b>	0,009	0,010	0,013	0,017	0,023	0,029	0,034	0,036	0,033	
<b>10</b>	0,009	0,010	0,012	0,015	0,019	0,023	0,027	0,029	0,025	
<b>12</b>	0,010	0,010	0,011	0,014	0,017	0,021	0,023	0,024	0,022	
<b>15</b>	0,010	0,010	0,011	0,013	0,016	0,018	0,020	0,020	0,017	
<b>18</b>	0,010	0,010	0,011	0,013	0,015	0,017	0,018	0,017	0,014	
<b>20</b>	0,010	0,010	0,011	0,013	0,014	0,016	0,017	0,016	0,014	
<b>24</b>	0,010	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,016	0,015	0,012	
		<b>NMAo=370,38</b>								
		<b>Delta</b>								
<b>s</b>	<b>0</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	
<b>2</b>	0,003	0,004	0,011	0,026	0,053	0,097	0,154	0,210	0,245	
<b>3</b>	0,004	0,006	0,011	0,022	0,039	0,063	0,094	0,122	0,135	
<b>5</b>	0,005	0,006	0,008	0,014	0,021	0,032	0,043	0,052	0,055	
<b>6</b>	0,005	0,005	0,008	0,012	0,018	0,026	0,034	0,040	0,041	
<b>8</b>	0,005	0,006	0,007	0,010	0,014	0,019	0,024	0,027	0,027	
<b>10</b>	0,005	0,005	0,007	0,009	0,012	0,016	0,019	0,021	0,021	
<b>12</b>	0,005	0,005	0,006	0,008	0,011	0,014	0,016	0,017	0,016	
<b>15</b>	0,005	0,005	0,006	0,007	0,009	0,011	0,013	0,014	0,013	
<b>18</b>	0,005	0,005	0,006	0,007	0,009	0,010	0,011	0,012	0,011	
<b>20</b>	0,005	0,006	0,006	0,007	0,008	0,010	0,011	0,011	0,010	
<b>24</b>	0,005	0,005	0,006	0,006	0,008	0,009	0,009	0,010	0,008	

A Tabela 4.7 a seguir, apresenta para o esquema de M&R, com  $n = 1$  a probabilidade de o nível-base sinalizar sem que o gráfico  $R_i$  sinalize. Para facilitar a identificação de tal probabilidade, está será intitulada  $P(B \cap \bar{R})$ , e seu cálculo é obtido por:

$$P(B \cap \bar{R}) = P(R \cup B) - P(R) \quad (4.7)$$

onde

$P(R \cup B)$  = probabilidade de sinal tanto pelo gráfico  $R_i$  como pelo gráfico do nível-base, calculada por simulação e,

$P(R)$  = probabilidade de o canal afetado sinalizar (no gráfico do  $R_i$ ), também obtida por simulação.

É interessante que os resultados dessa probabilidade sejam comparados com os resultados apresentados na Tabela 4.6, já que corresponde a probabilidades de eventos equivalentes (sinal verdadeiro porém “incorreto”) para métodos distintos.

Pela comparação das Tabelas 4.6 e 4.7 é possível observar que os valores da probabilidade de sinal verdadeiro, porém “incorreto” é muito semelhante para os dois esquemas. E ainda, essas probabilidades são relevantes apenas para processos com poucos canais, e tendem a se tornar cada vez menos relevantes à medida que se aumenta o tamanho de subgrupo amostral,  $n$ . Tal efeito pode ser visualizado no Apêndice G que apresenta as probabilidades dadas por (4.6) e (4.7) para  $n = 2, 3, 4$  e  $5$ . Vale lembrar, que essas probabilidades são calculadas para o caso do nível-base estático ( $\sigma_b = 0$ ), e se reduzem pra  $\sigma_b \neq 0$ , tanto quanto maior for  $\sigma_b$ . E ainda, o caso em que  $\sigma_b \neq 0$  refere-se ao caso ao qual os dois esquemas – proposto e de M&R – se destinam: assim, as probabilidades aqui obtidas são limitantes superiores para o pior cenário.



Tabela 4.7 – Probabilidade de o nível-base sinalizar sem que o Gráfico  $R_t$  sinalize.

		NMAo = 100								
		Delta								
s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	
2	0,010	0,015	0,030	0,061	0,108	0,166	0,219	0,249	0,240	
3	0,010	0,013	0,023	0,041	0,069	0,102	0,133	0,150	0,146	
5	0,010	0,012	0,017	0,027	0,042	0,059	0,074	0,082	0,079	
6	0,010	0,011	0,016	0,024	0,036	0,049	0,061	0,067	0,064	
8	0,010	0,011	0,015	0,021	0,028	0,038	0,046	0,049	0,047	
10	0,010	0,011	0,013	0,018	0,025	0,032	0,037	0,040	0,037	
12	0,010	0,011	0,013	0,017	0,021	0,027	0,032	0,034	0,031	
15	0,010	0,011	0,012	0,015	0,019	0,023	0,026	0,028	0,025	
18	0,010	0,010	0,012	0,014	0,018	0,021	0,023	0,024	0,022	
20	0,010	0,010	0,012	0,014	0,017	0,020	0,022	0,022	0,020	
24	0,010	0,010	0,011	0,013	0,015	0,018	0,019	0,020	0,018	
		NMAo = 200								
		Delta								
s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	
2	0,005	0,008	0,018	0,039	0,075	0,127	0,186	0,233	0,250	
3	0,005	0,007	0,013	0,025	0,046	0,074	0,106	0,132	0,142	
5	0,005	0,006	0,010	0,016	0,026	0,040	0,054	0,066	0,071	
6	0,005	0,006	0,009	0,014	0,022	0,032	0,043	0,052	0,055	
8	0,005	0,006	0,008	0,011	0,017	0,024	0,031	0,037	0,039	
10	0,005	0,006	0,007	0,010	0,014	0,019	0,024	0,028	0,029	
12	0,005	0,005	0,007	0,009	0,012	0,017	0,021	0,024	0,025	
15	0,005	0,005	0,006	0,008	0,011	0,014	0,017	0,019	0,019	
18	0,005	0,005	0,006	0,008	0,010	0,013	0,015	0,016	0,016	
20	0,005	0,005	0,006	0,008	0,010	0,012	0,014	0,015	0,015	
24	0,005	0,005	0,006	0,007	0,008	0,010	0,012	0,013	0,012	
		NMAo=370,38								
		Delta								
s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	
2	0,003	0,004	0,011	0,026	0,053	0,097	0,154	0,210	0,246	
3	0,003	0,004	0,008	0,016	0,031	0,053	0,083	0,112	0,132	
5	0,003	0,003	0,006	0,010	0,017	0,027	0,040	0,052	0,060	
6	0,003	0,003	0,005	0,009	0,014	0,022	0,031	0,040	0,046	
8	0,003	0,003	0,004	0,007	0,011	0,016	0,022	0,028	0,031	
10	0,003	0,003	0,004	0,006	0,009	0,013	0,017	0,021	0,023	
12	0,003	0,003	0,004	0,005	0,008	0,011	0,014	0,017	0,018	
15	0,003	0,003	0,003	0,004	0,006	0,008	0,011	0,013	0,014	
18	0,003	0,003	0,003	0,004	0,006	0,008	0,009	0,011	0,012	
20	0,003	0,003	0,004	0,004	0,006	0,007	0,009	0,010	0,010	
24	0,002	0,003	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	

#### 4.4. Precisão dos Resultados da Simulação

A semi-largura do intervalo de confiança bilateral simétrico de 95% para as probabilidades de sinal, é dada por:

$$\Delta = 1,96 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{160000}} \quad (4.4)$$

onde  $\bar{p}$  é a estimativa pontual de probabilidades de sinal e 160.000 é o número de observações utilizadas a cada rodada da simulação.

A partir dos valores de  $\bar{p}$  e de  $\Delta$ , podem ser obtidos os limites para o intervalo de 95% de confiança para os NMA's, substituindo-se  $p$  em (4.1) por seus limites  $(\bar{p} + \Delta)$  e  $(\bar{p} - \Delta)$ . A Tabela 4.8 apresenta, para uma série de valores de NMA, o valor do intervalo de confiança assim calculado. Para NMA's obtidos pela simulação iguais aos valores na primeira coluna da Tabela 4.8, as duas colunas seguintes apresentam o intervalo de confiança de 95% para o valor verdadeiro do NMA. No caso de NMA<sub>0</sub>'s especificado, porém, pode-se entrar com  $p$  em vez de  $\bar{p}$  na expressão (4.4) e, assim, as três primeiras linhas da tabela fornecem um intervalo de probabilidade para os resultados da simulação. É possível observar que, para um NMA<sub>0</sub> de 370,38, por exemplo, espera-se com 95% de confiança, que os resultados obtidos pela simulação estejam entre 338,5 e 408,9. É fácil ver que todos os valores de NMA<sub>0</sub> apresentados na Tabela 4.3 estão dentro do intervalo esperado de variação com 95% de confiança.

**Tabela 4.8– Limites para NMA's simulados**

NMA	NMA <sub>(max)</sub>	NMA <sub>(min)</sub>
370,38	338,5018	408,8866
200	214,8512	187,0692
100	105,1253	95,3512
50	51,7759	48,3419
30	30,8131	29,2287
20	20,4365	19,5818
10	10,1492	9,8551
5	5,0495	4,9515
2	2,0098	1,9902
1	1,0000	1,0000

Fonte: Própria

#### 4.5.

#### Desempenho em Relação ao Esquema de Runger *et al.* (1996)

O esquema das diferenças aqui proposto, teve seu desempenho comparado apenas com o desempenho do esquema de M&R (gráfico  $R_r$ .) Comparações de seu desempenho com o desempenho do esquema proposto por Runger *et al.* (1996) não foram realizadas. Isso porque, para variações em apenas um canal (caso aqui analisado), o desempenho do esquema de por Runger *et al.* (*op. cit.*) se mostrou igual ou inferior ao desempenho do esquema de M&R. A Tabela 4.9, a seguir, apresenta os NMA<sub>1</sub>'s de cada um dos esquemas para alterações de  $1\sigma$  e  $2\sigma$  na média da parcela individual de apenas um dos canais do processo, para um NMA<sub>0</sub> especificado de 200 amostras.

**Tabela 4.9 – NMA<sub>1</sub>'s para os Esquemas de Mortell e Runger (1995) e de Runger *et al.* (1996) para alterações em apenas um dos canais do processo e NMA<sub>0</sub> = 200**

$\delta$	Runger <i>et al.</i> (1996)		M&R	
	$1\sigma$	$2\sigma$	$1\sigma$	$2\sigma$
5	74	15	74	15
10	95	22	95	19
15	109	29	108	22
20	118	35	118	25

Fonte: Runger *et al.* (1996)

Sendo, portanto, o desempenho do esquema aqui proposto superior ao esquema de M&R, será, automaticamente, superior ao esquema de Runger *et al.* (1996).