3
Roteirização para Materiais Perigosos

Nessa seção, o problema do transporte de MP, é formulado como um modelo de otimização em redes, que reduz ao mínimo a esperança condicional de um resultado catastrófico, ou seja, a conseqüência esperada dado que um acidente catastrófico tenha ocorrido, sujeito à restrição de que o valor esperado para a conseqüência (risco esperado) seja menor ou igual a um valor predeterminado ν, e que a probabilidade de um acidente sobre uma rota selecionada seja menor que um valor específico η.

3.1
Considerações Iniciais do Modelo de Roteirização

Define-se primeiramente a notação. A rede de transporte considerada será representada por um grafo dirigido $G(N,A)$, onde N é o conjunto de nós e A é o conjunto de arcos. Baseado em Sherali, Brizendine, Glickman e Subramanian (1997), seja p_a a probabilidade de que um acidente ocorra no arco $a \in A$. Assume-se que esta probabilidade é de pequena magnitude (tipicamente da ordem de $10^{-6} \sim 10^{-8}$ por milha percorrida). Seja C_a a conseqüência (custo) incorrida se um acidente ocorre no arco $a \in A$. Um acidente catastrófico é definido como aquele que tem uma conseqüência maior ou igual a C^*, um valor predeterminado que será dominado “valor ou nível crítico”.

Considera-se um certo par Origem – Destino (O,D) e uma rota R entre O a D, onde $R = \{a_1, a_2, ..., a_l\}$ $a_i \in A$ para $i = 1,\ 2,\ ..., l,$ representa uma seqüência de arcos nesta rota R. Por conseguinte, seja R_c o conjunto de arcos críticos em R para os quais a conseqüência associada excede C^*, e seja R_{nc} o conjunto de arcos (não críticos) restantes (assumimos que cada caminho em G tem pelo menos um arco crítico).

A probabilidade *P*(*R*) de que um acidente ocorra em uma dada rota *R*, e a probabilidade *P**(*R*) de que um acidente catastrófico ocorra sobre esta rota, são dadas como seguem.

$$P(R) = \sum_{i=1}^{l} p_{a_i} \prod_{j<i} \left(1 - p_{a_j}\right) \qquad (3.1)$$

$$P^*(R) = \sum_{s \in R_c} p_{a_s} \prod_{j<s} \left(1 - p_{a_j}\right) \qquad (3.2)$$

A conseqüência esperada E_R em qualquer caminho *R* está dada por

$$E_R = \sum_{i=1}^{l} \left\{ \prod_{j<i} \left(1 - p_{a_j}\right) \right\} p_{a_i} C_{a_i} \qquad (3.3)$$

Agora, define-se a esperança condicional da conseqüência do caminho, dado que tenha ocorrido um acidente catastrófico, como CE_R.

$$CE_R = \sum_{i=1}^{l} C_{a_i} . P\left[Acidente\ Catastr\acute{o}fico\ sobre\ o\ arco\ a_i \,/\, acidente\ catastr\acute{o}fico\ sobre\ R \right]$$

onde a probabilidade condicional indicada é 0 se $i \in R_{nc}$, e em caso contrário está dada por $p_{a_i} \prod_{j<i} \left(1 - p_{a_i}\right) / P^*(R)$. Desta forma obtém-se

$$CE_R = \frac{\sum_{i \in R_c} p_{a_i} C_{a_i} \left[\prod_{j<i} \left(1 - p_{a_i}\right) \right]}{P^*(R)} \qquad (3.4)$$

Devido a magnitudes relativamente pequenas das probabilidades de acidente sobre um arco, podem-se ignorar os termos que implicam o produto do complemento de duas ou mais probabilidades e chegar as seguintes aproximações para E_R, *P*(R)*, CE_R, e *P(R)*, respectivamente.

$$\hat{P}(R) = \sum_{i=1}^{l} p_{a_i} \quad (3.5); \qquad \hat{P}^*(R) = \sum_{i \in R_c} p_{a_i} \quad (3.6);$$

$$\hat{E}_R = \sum_{i=1}^{l} p_{a_i} C_{a_i} \quad (3.7); \qquad \hat{CE}_R = \frac{\sum_{i \in R_c} p_{a_i} C_{a_i}}{\sum_{i \in R_c} p_{a_i}} \quad (3.8).$$

A representação da conseqüência esperada (risco) dada por (3.7) não é adequada para nossos propósitos já que não considera eventos de baixa probabilidade-alta conseqüência (*BPAC*). Então, tal como Sherali *et al*. (1997), nesse momento, em vez de adotar o objetivo tradicional de minimizar as conseqüências esperadas ou a probabilidade de acidente sobre todas as rotas possíveis, será utilizado como finalidade principal, minimizar a esperança condicional da conseqüência, dado que tenha ocorrido um acidente catastrófico.

Dessa forma, uma rota *R* pode ter arcos com probabilidades muito baixas de que um acidente ocorra, resultando em uma baixa conseqüência esperada, E_R. No entanto, se as conseqüências reais associadas a esta rota são muito altas, então a esperança condicional da conseqüência, CE_R, sobre esta rota, dado que um acidente catastrófico tenha ocorrido, pode ser relativamente grande. Portanto, não seria conveniente escolher esta rota para a roteirização. Ainda que este objetivo seja convincente, a consideração única desta função objetivo condicional não é um critério conveniente para a roteirização de materiais perigosos. Em geral, uma melhor alternativa é impor certas restrições sobre as conseqüências esperadas e as probabilidades nas rotas, e considerar o problema seguinte para alguns valores especificados de ν e η.

$$\textit{Minimizar} \left\{ \hat{CE}_R : R \in G,\ \ \hat{E}_R \le \nu,\ \ \hat{P}_R \le \eta \right\} \qquad (3.9)$$

O limite superior para as restrições apresentadas pode ser especificado através da seguinte definição, seja $\nu = (1 + q)\nu^*$, para vários valores desejados de $q \ge 0$, onde q é um fator possibilita aumentar este limite superior e $\nu^* = \min\{\hat{E}_R$: $R \in G\}$ é o valor ótimo do problema do caminho de mínimo custo esperado (mais curto), e η pode ser definido similarmente.

3.2
Modelo de Programação Fraccional Discreto para a Roteirização de Materiais Perigosos

Para continuar esse trabalho é necessário fazer mais algumas considerações. Para cada nó $s \in N$, define-se *F(s)* como o conjunto de arcos sucessores do nó *s*. Em forma semelhante, *E(s)* define o conjunto de arcos que chegam no nó *s*, ou seja, os arcos predecessores deste nó. Define-se também a variável de decisão para todo arco $a \in A$ da seguinte forma.

$$x_a = \begin{cases} 1, se\ o\ arco\ "a"\ é\ utilizado\ na\ rota\ O-D \\ 0,\ \ se\ não. \end{cases}$$

Além disso, seja A_c o conjunto de arcos críticos em A que têm conseqüências que excedem um certo nível crítico especificado C^*. Assim, o Problema da Esperança Condicional da Conseqüência (*PECC*) dado por (3.9) pode então ser formulado como segue. Dessa forma, segue o modelo proposto por Sherali, Brizendine, Glickman e Subramanian (1997).

$$PECC)\ Minimizar\ \frac{\sum_{a\in A} p_a C_a x_a}{\sum_{a \in A} p_a x_a} \tag{3.10}$$

Sujeito a:

$$\sum_{a\in F(s)} x_a - \sum_{a \in E(s)} x_a = \begin{cases} 1,\ \ se\ \ s \equiv O \\ -1,\ \ se\ \ s \equiv D \\ 0,\ \ caso\ \ contrário \end{cases} \tag{3.11}$$

$$\sum_{a\in A} p_a x_a \le \eta \tag{3.12}$$

$$\sum_{a\in A} p_a C_a x_a \le \nu \tag{3.13}$$

$$\sum_{a\in E(s)} x_a \le 1 \quad \forall s \in N - \{O\} \tag{3.14}$$

$$x \equiv (x_a, a \in A) \in X \tag{3.15}$$

$$x = [0,1] \tag{3.16}$$

Onde (3.11) representa o conjunto de restrições de conservação do fluxo. As restrições (3.12) e (3.13) representam o limite superior para probabilidade de ocorrer um acidente na rota O-D e para a conseqüência esperada, respectivamente. Já a restrição (3.14) garante que somente um predecessor do nó *s* faz parte da solução ótima para o modelo e (3.16) caracteriza a variável de decisão como binária.

Segundo Broffman (2001), o modelo formulado é de programação fracionada discreta, onde o conjunto *X*, definido na restrição (3.15), representa um conjunto de restrições (lineares) para a eliminação de *subtour*. Sem tais restrições, é possível que uma solução ótima contenha ciclos dos tipos C_1 e C_2 mostrados na figura 1 do ANEXO 1 desse trabalho, onde, pela natureza fracionada da função objetivo, esses ciclos ajudam a reduzi-la. Uma forma de representar estas restrições é através do conjunto de expressões também mostradas no ANEXO 1 (Desrochers e Laporte, 1991).

Para uma posterior aplicação deste modelo, deve-se excluir as restrições de eliminação de *subtours*, identificando os possíveis ciclos dentro da solução encontrada mediante aquelas variáveis cujos valores sejam fracionados.

O modelo apresentado acima permite então identificar uma rota para o transporte de um determinado material perigoso que minimiza a esperança condicional da conseqüência, dado que ocorra um acidente catastrófico sobre a rota, cumprindo com que o risco esperado e a probabilidade sobre uma rota sejam menores ou iguais a limites estabelecidos. Uma vez identificada a rota ótima, todos os embarques do material considerado se realizam sobre dita rota.