

3. Formulação

Neste capítulo são resumidos os modelos encontrados na literatura para os problemas apresentados no capítulo anterior e que se adaptam ao problema do estudo de caso e ao objetivo do trabalho aqui proposto para o dimensionamento da composição da frota heterogênea de veículos. Nos modelos foram realizadas algumas alterações para que se enquadrem melhor à problemática do estudo de caso.

3.1. Formulação do modelo considerando a frota heterogênea baseado no modelo de Gould (1969)

A modelagem do problema baseia-se no modelo apresentado por Gould (1969) com algumas modificações que levaram a um modelo de programação linear inteira como segue. As seguintes premissas foram levadas em conta:

O veículo só pode carregar a carga desde que esta seja igual ou inferior a sua capacidade;

- Cada visita corresponde a um ponto de atendimento;
- Cada tipo de caminhão em cada região deve ajustar o número de visitas por tempo de forma a respeitar o limite de horas de trabalho, ou seja, o tempo de ciclo deve respeitar o limite de horas de trabalho.

O modelo considera que os custos possam ser reduzidos com três opções: contratando uma empresa terceirizada para realizar as entregas, utilizando a frota própria da empresa, e para os casos onde não há frota própria considera-se a opção de compra de veículos, neste trabalho considerou-se os casos da frota terceirizada e própria.

As equações estão escritas abaixo:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n C_i \sum_{j=1}^m x_{ij} + \sum_{i=1}^n I_i \sum_{j=1}^m y_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F_{ij} y_{ij} \quad (25)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1}^n Q_i (x_{ij} + y_{ij}) \geq D_j \quad \forall \quad j = 1 \dots m \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^n T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n V_{ij} y_{ij} \geq V_j \quad \forall \quad j = 1, \dots, m \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij} \leq XT \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} \leq Y_i \quad (29)$$

$$x_{ij} = \text{int} \quad x_{ij} \geq 0 \quad (30)$$

$$y_{ij} = \text{int} \quad y_{ij} \geq 0 \quad (31)$$

Onde:

- C_i é o custo total do transporte terceirizado do veículo i ;
- I_i é o custo de oportunidade de compra de veículo i ;
- F_{ij} é o custo total do transporte próprio do veículo i para a região j ;
- Q_i é a capacidade máxima cúbica de cada veículo i por viagem;
- D_j é a demanda cúbica total no período da região j ;
- T_{ij} é o número médio de visitas realizadas pela frota terceirizada do veículo de tipo i em cada região j no período;
- V_{ij} é o número médio de visitas realizadas pela frota própria do veículo de tipo i em cada região j no período;
- V_j é o número total de visitas no período da região j ;

- x_{ij} é a quantidade necessária de frota terceirizada de cada tipo de veículo i para cada região j ;
- y_{ij} é a quantidade necessária de frota própria atual de cada tipo de veículo i para cada região j ;
- Y_i é o número de veículos da frota própria de tipo i ;
- XT é a quantidade total de frota própria e terceirizada;
- i representa o número de tipos de veículos, $i=1,\dots,n$;
- j representa o número de regiões a serem atendidas, $j=1,\dots,m$.

Cálculo do custo de oportunidade (Samanez, 2007)

$$I_i = CAE = \frac{VC}{\left[\frac{(1+K)^t - 1}{(1+K)^t K} \right]} \quad (32)$$

Onde

VC = valor do caminhão;

CAE = custo anual equivalente;

K = Custo médio ponderado de capital;

t é o tempo de vida útil.

$$K = K_{cp} \left(\frac{CP}{V} \right) + K_d (T-1) \left(\frac{D}{V} \right) \quad (33)$$

K_{cp} = custo do capital próprio;

K_d = custo da dívida;

CP = capital próprio;

D = dívida;

V = valor da Empresa;

T = taxa de imposto.

$$K_{cp} = R_f + \beta [\bar{R}_m - R_f] \quad (34)$$

R_m = rentabilidade esperada do índice de mercado;

\bar{R}_m a rentabilidade dos ativos sem risco;

β = beta (volatilidade das ações comuns em relação ao índice de mercado);

$[\bar{R}_m - R_f]$ = prêmio de risco.

Cálculo do Custo Total da frota própria (F_{ij}):

$$F_{ij} = Cf_i \times TC_{ij} + Cv_i \times d_{ijtotal} \quad (35)$$

Onde

Cf_i é o custo fixo por hora do veículo de tipo i , inclui mão de obra, gastos com alimentação seguro e pernoite (quando há);

TC_{ij} é o tempo de ciclo gasto pelo veículo de tipo i na região j ;

Cv_i é o custo variável do veículo de tipo i , inclui combustível e itens de manutenção;

$D_{ijtotal}$ é a distância percorrida pelo veículo de i do centro de distribuição até região j mais as distâncias percorridas entre os clientes e o retorno ao Centro de Distribuição (CD).

Observa-se que nesse modelo as variações do Tempo de Ciclo não são consideradas, pois se pressupõe que para o cálculo do número máximo de visitas realizadas pelo caminhão do tipo i na região j , junto com a capacidade máxima de cada tipo de caminhão, seja suficiente respeitar o limite máximo para tempo de ciclo.

O Tempo de Ciclo é determinado pela seguinte forma:

$$TC_{ij} = t_{0j} + V_{ij}\tau + V_{ij}\mu + Q_i\rho + t_{j0} \leq TC_{\max} \quad (36)$$

Onde:

TC_{ij} é o tempo de ciclo realizado pelo veículo de tipo i na região j ;

t_{0i} é o tempo entre o CD e o primeiro cliente;

V_{ij} é o número médio de visitas realizadas por cada tipo de veículo i na região j por viagem;

τ é tempo médio de viagens entre clientes;

μ é o tempo médio gasto em cada cliente;

Q_i é a capacidade máxima cúbica do veículo do tipo i por viagem;

ρ é o tempo médio de descarregamento por unidade cúbica;

t_{j0} é o tempo entre o ultimo cliente e o CD;

TC_{\max} é o tempo de ciclo máximo permitido.

Cálculo da distância total $D_{ijtotal}$

$$d_{ijtotal} = d_{0j} + V_{ij}\lambda_{ij} + d_{j0} \quad (37)$$

Onde

d_{0j} é a distância entre o depósito a região j ;

λ_{ij} é a distância média percorrida internamente na região j pelo veículo i ;

d_{j0} é a distância entre a região j ao depósito.

A fórmula de λ foi apresentada por Daganzo em (1984) e segue abaixo:

$$\lambda = 0,76 \left(\frac{N}{A} \right)^{-1/2} \quad (38)$$

Onde N representa o número de clientes (pontos) e A área da região. Na resolução do modelo aqui proposto, o N não dependerá da demanda da região, mas sim da capacidade do veículo em atender ao número máximo de clientes da região j que variará com o seu tipo i , logo para este caso $N = V_{ij}$.

Fazendo uma analogia a formulação de Daganzo:

$$\lambda_{ij} = 0,76 \left(\frac{V_{ij}}{A_j} \right)^{-1/2} \quad (39)$$

Os modelos encontrados na literatura que tratam do problema de dimensionamento da frota como programação linear inteira não consideram o tempo de ciclo em seus modelos, ou um número médio de visitas por tipo de veículo (Lima *et al.*, 2004). No modelo acima consideramos ser importante essa restrição, pois torna o problema mais próximo da realidade.

3.2.

Formulação do modelo de dimensionamento pelo problema de roteirização da frota de veículos

A maioria dos autores concentra seus esforços na utilização de meta-heurísticas cujo objetivo é achar soluções aproximadas em problemas de otimização e busca e, preferencialmente, a parte que conduza a uma boa solução na otimização da roteirização (Tarantilis *et al.*, 2005). Os métodos encontrados na literatura para a resolução do problema de VRP incluem Algoritmos Genéticos (Machado *et al.*), algoritmo BATA (Tarantilis *et al.*, 2004), Tabu Search (Taillard, 1999), Scatter search (Belfiore, 2006), (Grendreau *et al.*, 1999), Procedimento de Memória Adaptativa (AMP – “Adaptive Memory Procedure”) (Tarantilis *et al.*, 2004) e Colônia de formigas (Santos & Leal, 2007).

Alguns autores trabalham no caso de VRP “capacitado” (CVRP – “capacitated Vehicle Routing Problem”), considerando o como o mais prático para checar e avaliar os resultados. Visto que todos os veículos apresentam a mesma capacidade (Tarantilis *et al.*, 2005), variando apenas a condição da frota ser limitada (Tarantilis *et al.*, 2004) ou ilimitada (Machado *et al.*).

Caso o problema seja composto por uma frota heterogênea e fixa é chamado de (HFFVRP “Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem”) a praticidade para checar ou avaliar soluções exigirá que se ache, novas alocações de veículos aos caminhos achados pelas novas soluções. Realocar os veículos as rotas é difícil, por causa da limitação do número de veículos por cada tipo (Tarantilis *et al.*, 2005; Li *et al.*, 2007; Lima & Oliveira).

Quando o problema é composto por uma frota heterogênea ilimitada (HVRP – “Heterogeneous Vehicle Routing Problem”) é mais fácil fazer a alocação pois cada rota será realizada pelo veículo que possuir o custo mais

barato, porém respeitando sua restrição de capacidade. Esse problema é frequentemente abordado na literatura: Belfiore (2006), Choi & Tcha (2007) e Parlaktuna (2007).

Existe na literatura um número considerável de pesquisas envolvendo heurísticas para a resolução do problema de FSMVRP. Em Wassan (2002), os autores utilizaram a meta-heurística do Tabu search para gerar soluções boas a partir de um número de problemas já conhecidos. Em Salhi, (1987) os autores apresentaram uma variante do problema abordado por Clarke & Wright (1964), heurística de armazenamento, para gerar soluções iniciais boas. Existem versões mais sofisticadas que inserem ao VRP, janelas de tempo, chamado de FSMVRPTW – “Fleet size and mix vehicle routing problem with time Windows” (Dell’Amico *et al.*, 2006 e Liu & Shen, 1999).

Na vida real, a frota apropriada deve ser composta por um bom mix de veículos para que seja possível obter melhores resultados (Sahli & Rand,1993). O custo fixo do veículo pode chegar a 80% do custo total (Eilon, 1977). Por este motivo o custo fixo do veículo deve ser um dos principais fatores na determinação da composição da frota de veículos.

Neste trabalho não será abordado o problema de VRP pois o objetivo principal é comparar modelos que dimensionem a frota ótima de veículos e o objetivo do FSMVRP é tratar simultaneamente o problema da roteirização com o de dimensionamento de uma frota heterogênea de veículos de tipos e capacidades diferentes.

Os modelos foram propostos com o intuito de ajudarem na tomada de decisão na seleção das empresas para realizar os serviços terceirizados, na identificação do número e da composição de veículos para atender uma determinada demanda ou cenários e não para determinar a rota das entregas.

Apresentar o problema do VRP foi importante para mostrar outras opções, indicar que o modelo foi estudado e para verificar possibilidade de sua aplicação no estudo de caso.

3.3.

Determinação da composição e do tamanho da frota pelo problema de *bin packing*

A utilização do problema de *Bin Packing* neste trabalho tem como objetivo determinar a composição e o tamanho ótimos da frota. O carregamento deve levar em conta o volume do pedido de cada cliente, maximizando a possibilidade de alocá-lo integralmente num único veículo, desde que seja possível e o tempo de ciclo que deve ser inferior ou igual ao valor máximo de horas de trabalho permitido pela lei. Considera-se o caso de uma frota heterogênea podendo ela ser limitada, caso da frota própria, ou ilimitado, caso da frota terceirizada.

Na literatura, a maioria das formulações matemáticas de *Bin Packing* considera apenas um tipo de *bin* (Gendreau *et al.*, 2002; Caprara & Toth, 2000; Fleszar & Hindi, 2000; Alvim & Ribeiro, 2004) e cujo objetivo é utilizar o menor número possível de *bins*. Na literatura Han *et al.* (1994) apresentaram uma heurística para o Bin Packing bi-dimensional considerando diferentes tipos de *bins*. Este trabalho se diferencia dos demais, pois considera diferentes tipos de *bins* e o objetivo é utilizar o menor número possível de *bins* ao menor custo.

Dados m itens (regiões), n bins (veículos) e o tipos de bins. Sejam D_j e V_j a demanda e o número de clientes da região j , respectivamente. Com relação aos bins sejam C_i e Q_i o custo total e a capacidade do bin de tipo i . Sejam V_{ij} , o número de clientes e TC_{ij} , o tempo de ciclo por tipo de bin i (veículo) que variam por região j e seja x_i a variável de decisão binária, onde $i = 1, \dots, o$ e $j = 1, \dots, m$.

O modelo a seguir possui as características de um problema de Bin Packing bi-dimensional por apresentar dois vetores: peso e tempo. A função objetivo é minimizar os custos de transporte:

$$\text{Min} \sum_i^o C_i x_i \quad (41)$$

Onde,

$$C_i = C v_i \times d_{ij-total} + C_f \times TC_{ij} \quad i = 1, \dots, o \quad j = 1, \dots, m \quad (42)$$

Sujeito à

$$\sum_{i=1}^o Q_i x_i \geq D_j \quad j = 1, \dots, m \quad (43)$$

$$\sum_{i=1}^o V_{ij} x_i \geq V_j \quad j = 1, \dots, m \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^m TC_{ij} x_i \leq TC_{\max} \quad i = 1, \dots, o \quad (45)$$

$$\sum_{i=1}^o x_i \leq n \quad (46)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, o \quad (47)$$

O custo total apresentado na fórmula (42) é composto pelo custo variável (Cv_i) representando o custo por quilometragem percorrida pelo o veículo de *bin* i , incluindo combustível, desgaste de pneus, óleo e etc, dado em reais por km e variando conforme a distância da região j a fábrica ($d_{ij-total}$). O custo fixo é composto pelo custo de mão de obra (C_f) em reais por hora e varia conforme o tempo de ciclo por tipo de veículo. No capítulo 4 serão apresentados os cálculos da distância e do tempo de ciclo.

As restrições (43, 44 e 45) indicam, respectivamente, que a capacidade dos *bins* deve ser superior ou igual à demanda da região j (D_j), o número de clientes por tipo de *bin* e região deve ser superior ou igual ao número de clientes da região j (V_j) e o tempo de ciclo (TC_{ij}) por tipo de *bin* i e região j deve ser inferior ao tempo de ciclo máximo.

Em (46) tem-se que os veículos utilizados não devem ultrapassar o limite máximo de veículos, esta restrição é válida somente para os casos onde a frota é limitada.

3.3.1.

Heurística Gulosa

Com o objetivo de identificar se há tendências na ordenação dos *bins*, foi utilizada a heurística gulosa. Existem quatro tipos de heurísticas que seguem abaixo:

A implementação de algoritmos que resolvam o problema Bin Packing pode ser realizada por heurísticas clássicas:

- *First Fit* - o objeto é empacotado na primeira caixa que o caiba;
- *Best Fit* - o objeto é empacotado na caixa que deixa o menor espaço vazio;
- *Decreasing First Fit* - os objetos são ordenados em ordem decrescente e em seguida é utilizado o *First Fit*;
- *Decreasing Best Fit* - os objetos são ordenados em ordem decrescente e em seguida é utilizado o *Best Fit*.

A Heurística gulosa adotada neste trabalho será a *Decreasing First Fit*.

A seguir as etapas que foram realizadas:

Primeiramente estabeleceram-se os critérios de ordenação dos *bins*. Neste trabalho foram estabelecidos os seguintes critérios com base nas informações do estudo de caso:

- Ordenação de *bins* (região) por número de clientes;
- Ordenação de *bins* (região) por volume/peso pedido;
- Ordenação de *bins* (região) pela razão de volume/peso pedido por número de clientes;
- Ordenação pela distância entre o *bin* (região) ao CD.

Em seguida ordenou-se as m regiões (*bins*) em ordem decrescente por número de clientes, peso/volume pedido, média dos pesos por cliente ou por distância entre a região ao CD e por último realiza as m iterações

O critério de seleção da ordenação pode ser um fator importante que pode alterar significativamente os resultados finais. Este é um dos objetivos do estudo deste trabalho, para tanto serão realizadas simulações considerando as quatro opções.

A primeira iteração representa a primeira região a ser minimizada, os resultados obtidos da primeira iteração são armazenados e o tempo de ciclo de cada veículo é atualizado para que sejam descontados os tempos utilizados pela primeira região. Este procedimento é válido para as demais iterações.

O processo só será concluído quando todas as regiões tiverem seus pedidos alocados aos veículos. Ao final, estarão indicados quais os veículos foram utilizados por cada região e em cada veículo estará indicado o tempo total de trabalho. Isto significa dizer que um veículo pode atender a mais de uma região desde que seu tempo máximo de ciclo seja respeitado.

3.3.2.

Pseudo-código

- 1.1. Escolher a melhor região;
- 1.2. Selecionar o veículo de menor custo;
- 1.3. Verificar se toda a carga foi alocada;
- 1.4. Caso não, selecionar outro veículo de menor custo;
- 1.5. Atualizar o tempo de disponibilidade do(s) veículo(s) utilizado(s);
- 1.6. Salvar informações;
- 1.7. Enquanto não tiver alocado todas as regiões retornar ao passo 1.1..

3.4.

Relação entre os modelos de Programação Linear Inteira e Bin Packing

As fórmulas dos Modelos de Bin Packing e da Programação linear inteira são muito semelhantes, se diferenciando apenas pela inclusão da restrição de tempo no modelo de bin packing. Esta inclusão permite que um veículo realize entregas em mais de uma região, visto que a cada iteração uma região é alocada a um ou mais veículos, e desde que respeite a restrição de tempo de ciclo.

Já no modelo de programação linear inteira, as regiões são simultaneamente otimizadas, não permitindo que um veículo atenda a mais de uma região. A restrição de tempo não está implícita na formulação, mas foi inserida no cálculo do número de clientes que cada veículo é capaz de atender.