

1. Introdução

1.1 Introdução

Esta dissertação tem como objetivo aplicar e avaliar os resultados do método de Monte-Carlo para apreçamento das opções exóticas, adaptando esse método para cada caso.

A opção financeira é um derivativo cada dia mais usado na gestão do risco no mercado e apareceram diferentes tipos para solucionar os problemas cada vez mais complexos dos investidores. Essas opções exóticas foram criadas para resolver um problema financeiro específico ou para novos ativos com características especiais.

Nesse contexto, avaliar o preço dos derivativos com precisão é fundamental para usá-los corretamente nas estratégias de investimento.

O capítulo 2 realiza uma descrição das opções financeiras em geral: as definições de *call* e *put* onde parâmetros mais importantes são conhecidos. Além disso, o capítulo apresenta alguns exemplos de utilização.

O capítulo 3 trata do método de Monte-Carlo e suas características. Apresentando esse método no contexto financeiro, ele explica como foi usada a simulação do preço do ativo-objeto.

Cada capítulo de 4 a 11 apresenta um tipo de opção diferente, contendo as características próprias, uma descrição do “*payoff*”, um exemplo numérico e a análise de sensibilidade dessa opção com alteração nos parâmetros.

1.2 Relevância do trabalho

Os conhecimentos relativos às opções e aos derivativos financeiros em geral vêm experimentando significativo desenvolvimento nas últimas décadas. A criação de novos produtos pelo mercado e a necessidade de avaliá-los, têm gerado um nível de sofisticação cada vez maior nos modelos desenvolvidos.

A contribuição do trabalho é a utilização do método de Simulação de Monte-Carlo para avaliação dos derivativos exóticos mais usados. Desenvolvido para resolver problemas na área de física, este método é também usado no cálculo dos preços das opções clássicas (européias e americanas), no cálculo do Valor em Risco (*Value at Risk VaR*) e nos problemas de opções reais.

Esse método tem muitas vantagens que fazem seu sucesso. Primeiro, ele tem uma grande flexibilidade no uso das variáveis, simplificando muito as modificações necessárias para adaptar-se a cada tipo de opção diferente. Segundo, é um procedimento numérico que se utiliza de números aleatórios, ou pseudo-aleatórios, para computar algumas quantidades aleatórias, com base na Lei dos Grandes Números e no Teorema do Limite Central. Assim as distribuições das variáveis do modelo não precisam ser aproximadas e o nível de precisão da simulação pode ser melhorado através de um aumento no número de iterações calculadas. Por exemplo, o método dos mínimos quadrados de Monte-Carlo (MQMC) desenvolvido para Longstaff e Schwartz (2001) permite a avaliação das opções americanas.

1.3 Posicionamento da dissertação

Os primeiros modelos teóricos para apreçamento das opções surgiram nos anos setentas e o primeiro grande trabalho foi a teoria de Black e Scholes em 1973 para o apreçamento das opções européias. As relações matemáticas entre o valor da opção, o tempo até o vencimento do contrato e o preço do ativo objeto são obtidas pelo princípio de arbitragem. Este princípio afirma que em um mercado em equilíbrio não há como obter retorno acima da taxa livre de risco usando uma carteira sem risco. Para obter a fórmula analítica, Black e Scholes assumiram as seguintes condições:

- A taxa de juros sem risco é constante e conhecida no tempo;
- A ação não paga dividendos;
- Não há oportunidade de arbitragem (ganhos sem risco);
- O preço da ação segue um Movimento Geométrico Browniano. Assim, a distribuição de valores da ação no final de qualquer período finito é lognormal. A variância da taxa de retorno da ação é constante;

- A opção só pode ser exercida no vencimento;
- Não existem custos de transação;
- Todos os títulos são perfeitamente divisíveis;
- A negociação com títulos é contínua. As taxas de juros para emprestar e tomar emprestado é a mesma. Vendas a descoberto são permitidas.

(Ver anexo 2)

O trabalho conhecido com “Black-Scholes e Merton” (1973) mostrou que uma solução existe usando condições menos restritivas. Essa solução inclui o caso do ativo objeto que paga dividendos. Merton também mostrou que se a ação não paga dividendos nunca é ótimo o exercício antecipado de uma opção americana de compra antes do vencimento.

Para o apreçamento das opções americanas não foi encontrado uma solução analítica. Para solucionar esse problema está usado o método de Monte-Carlo que consegue simular a flexibilidade dessa opção tal como o exercício em qualquer instante antes do vencimento.

Longstaff e Schwartz (2001) usaram o método dos Mínimos Quadrados que compara o valor de manter a opção viva e o valor do exercício imediato. A estimação do valor de continuação (manter a opção viva) é feita para um modelo de regressão dos mínimos quadrados, e deve ser calculada a cada momento da vida útil da opção. (Capítulo 5)

Outro método usado para Grand, Vora e Weeks (1996) apreça a opção americana usando a curva de gatilho¹ calculada recursivamente.

Para todas as outras opções chamadas de “exóticas”, as características do *payoff* e as condições de exercício da opção não permitem achar uma solução analítica. O Movimento Geométrico Browniano (MGB) é o processo estocástico que simula a evolução dos preços do ativo-objeto ao longo do tempo e foi usado em cada simulação. Para cada tipo de opção exótica, devido a sua flexibilidade na programação, a simulação de Monte-Carlo consegue simular os preços do ativo objeto e aplicar as condições particulares.

¹ valor do ativo para um exercício ótimo da opção