

## 8

### Opção lookback

#### 8.1

##### Definição

A opção *lookback* foi definida originalmente para resolver o problema da saída ótima. (Heynen & Kat 1994). Dependendo das variações do ativo básico durante o período de tempo da opção, existe um momento ótimo para exercer uma opção de tipo americano: o momento que maximiza o retorno da opção. Mas, se esse momento ocorre antes do vencimento da opção, podemos esperar que no tempo restante aconteça um aumento no retorno da opção, se o cenário for favorável. Sempre tem uma chance de se ganhar mais.

Esse tipo de opção depende da evolução do preço do ativo objeto no período, sendo que os valores anteriores do ativo no período entram em consideração no cálculo do payoff da opção. Existem dois tipos de opção *lookback* diferentes.

##### 8.1.1

##### Fixed strike

A opção *lookback* com "*fixed strike*" permite resolver o problema da saída ótima, sendo que o payoff dessa opção está definido por:

$$\text{PayoffCall} = \text{Max}(S_{\text{max}} - k, 0)$$

$$\text{PayoffPut} = \text{Max}(k - S_{\text{min}}, 0)$$

Sempre o payoff é maximizado, como se a opção fosse exercida no momento ótimo.  $S_{\text{max}}$  representa o valor máximo do ativo básico durante o período total de exercício da opção, e  $S_{\text{min}}$  o mínimo, sendo que esses valores que maximizam o retorno no período da opção de compra e da opção de venda, acabando com o problema da saída ótima.

### 8.1.2 Floating Strike

A opção *lookback* com "*floating strike*" funciona um pouco diferentemente. Os valores usados para o cálculo do payoff são o preço do ativo básico ao vencimento  $S_f$ , e o valor mínimo  $S_{\min}$  e máximo  $S_{\max}$  do título no período para definir o strike final. Assim:

$$\text{PayoffCall} = \text{Max}(S_f - S_{\min}, 0)$$

$$\text{PayoffPut} = \text{Max}(S_{\max} - S_f, 0)$$

Usando o movimento dos preços para redefinir o valor do strike, a opção com "*floating strike*" permite sempre poder exercer a opção até o vencimento. Por exemplo, para a opção de compra quando o preço cai, o strike cai também, e a opção fica "*at-the-money*" até o preço subir de novo.

### 8.2 Exemplo numérico

Sendo uma opção *lookback* com parâmetros:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0

O tempo de um ano será dividido em 365 dias, sendo que o programa realizará uma simulação de preço para cada dia. Logo, para "um" caminho simulado temos o seguinte gráfico:

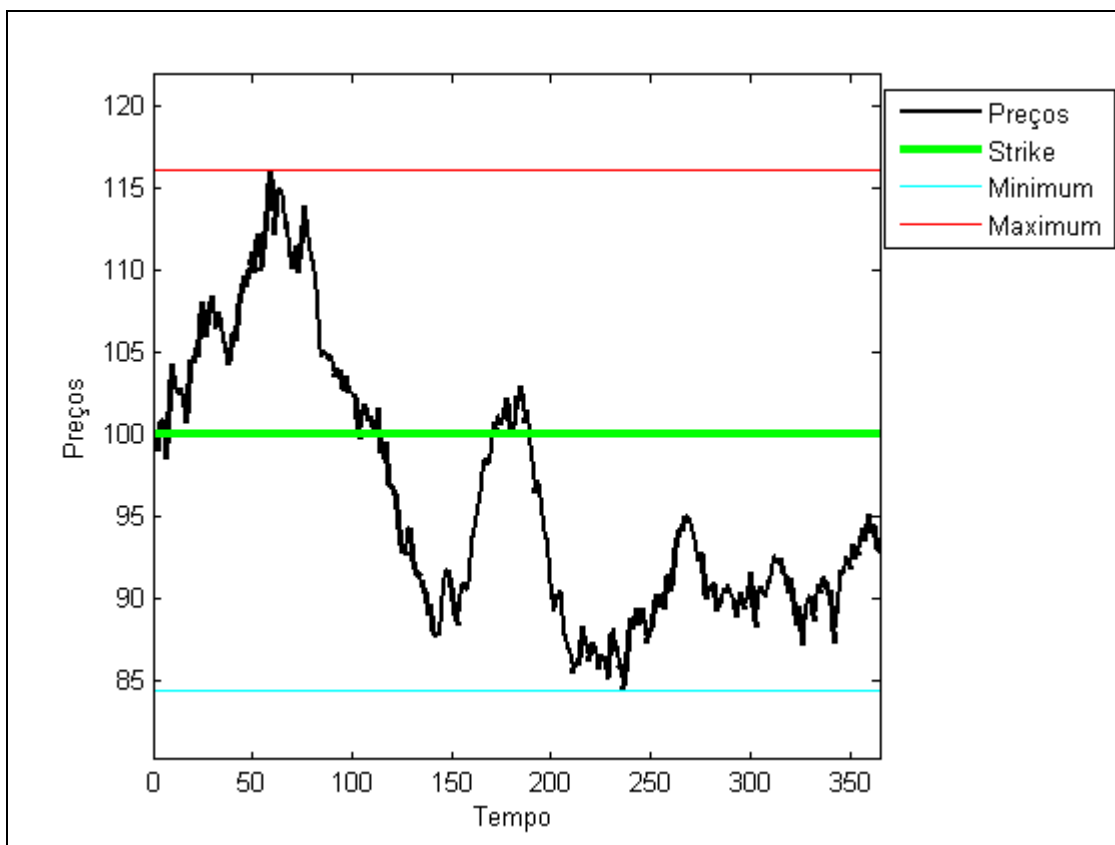


Figura 13 – Gráfico de simulação do preço do ativo objeto no ano com máximo e mínimo

Os valores importantes dessa simulação são:

Preço final do ativo	$S_f$	= 92,82
Strike da opção	$k$	= 100
Valor mínimo do ativo no período	$S_{\min}$	= 84,48
Valor máximo do título no período	$S_{\max}$	= 116,02

Pelas formulas do cálculo do payoff da opção, temos os seguintes valores para essa simulação:

Opção "*fixed strike*":

Payoff da opção de compra	16,02
Payoff da opção de venda	15,52

Opção "*floating strike*":

Payoff da opção de compra	8,34
Payoff da opção de venda	23,20

Realizando varias simulações de preços, calculando a média e trazendo para o valor presente:

$$MediaCall = \frac{\sum_{i=1}^n PayoffCall}{n}$$

$$PreçoCall = MédiaCall \times e^{-r.T}$$

$$MediaPut = \frac{\sum_{i=1}^n PayoffPut}{n}$$

$$PreçoPut = MédiaPut \times e^{-r.T}$$

Assim com o método de Monte-Carlo podemos encontrar o preço dessa opção.

### 8.3

#### Análise de sensibilidade: "fixed strike"

Os parâmetros padrões da opção usados pelas análises de sensibilidade são:

Preços do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo a expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Número de datas de exercício	m=365

O ano foi dividido em 365 dias. A simulação calcula um preço para cada dia.

### 8.3.1

#### Sensibilidade em mudança no número de simulações

Número de simulações	Preço da opção de compra	Preço da opção de venda
100	18,12	11,23
500	18,89	11,79
1000	18,35	11,85
5000	18,56	11,82
10000	18,63	11,83
20000	18,61	11,83

Tabela 29 – Valores das opções – Convergência com o aumento de número de simulações

Podemos ver que usando a simulação e, a partir de 10 000 simulações, os resultados começam a convergir para o valor mais provável, sendo 18,61 para a opção de compra e 11,83 para a opção de venda.

Para ver a distribuição dos resultados da simulação foi simulado 10 vezes o preço da opção. Assumindo a distribuição normal, podemos calcular a média e o desvio-padrão dos valores encontrados pelo método de Monte-Carlo.

Número de simulações	Opção de compra		Opção de venda	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
100	18,03	1,026	10,90	0,548
500	18,33	0,378	12,02	0,213
1000	18,78	0,245	11,90	0,132
5000	18,57	0,133	11,84	0,069
10000	18,64	0,081	11,82	0,043
20000	18,62	0,071	11,83	0,038

Tabela 30 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao número de simulações

O desvio-padrão cai com o aumento do número de simulações usadas. A convergência e a precisão no resultado final são obtidas com o aumento do número de simulações no método de Monte-Carlo.

### 8.3.2 Sensibilidade em mudança no preço de exercício

A simulação foi feita usando 10 000 simulações:

Preços do Strike	Call	Put
90	28,0585	4,8342
92	26,1565	5,8890
94	24,1868	7,1336
96	22,1538	8,4447
98	20,2818	10,0118
100	18,6524	11,8350
102	16,6934	13,7452
104	15,0614	15,6714
106	13,5147	17,5684
108	11,8773	19,3521
110	10,6462	21,3048

**Tabela 31 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao valor do preço de exercício**

Quando o strike cai, mais cara fica a opção de compra, usando o mesmo preço no instante inicial de 100. A opção de compra fica mais "*deep-in-the-money*" quando o preço de exercício cai, e as chances de dar um payoff positivo aumentam. Acontece exatamente o contrário com uma opção de venda que tenha os mesmos parâmetros.

Um valor de 18,65 para uma opção de compra com preço de exercício igual a 100 quer dizer que com os parâmetros do título (volatilidade de 20%) e da taxa livre de risco (5%), a expectativa média descontada do valor do título base é de atingir  $100 + 18,65 = 118,65$  no período de um ano, e de cair em média até  $100 - 11,83 = 88,17$  no mesmo período.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.12.

### 8.3.3 Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade

A simulação foi feita usando 10 000 simulações:

<b>Volatilidade (%)</b>	<b>Call</b>	<b>Put</b>
5	6,8244	1,8494
9	9,7192	4,5068
13	12,8927	7,2404
17	15,9697	9,8400
21	19,2950	12,4766
25	22,6075	15,0130
29	25,9995	17,5361
33	29,9981	20,0542
37	33,3215	22,4543
41	36,8406	24,7475
45	40,6552	27,0946

**Tabela 32 – Valores das opções - Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade**

Quando a volatilidade aumenta, os valores extremos possíveis do título base são mais distantes do preço no instante inicial. As variações têm mais liberdade. O preço da opção de compra aumenta logicamente com a volatilidade, tendo um valor máximo esperado mais alto, e o preço da put aumenta, obtendo-se um valor mínimo esperado mais baixo.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.13.

### 8.3.4 Sensibilidade em relação à mudança na taxa livre de risco

A simulação foi feita usando 10 000 simulações:

Taxa livre de risco (%)	Call	Put
1	16,7647	13,9288
2	17,0880	13,3393
3	17,5783	12,8441
4	18,0015	12,3294
5	18,5301	11,8620
6	18,9709	11,3801
7	19,3932	10,9038
8	19,7657	10,3840
9	20,4768	10,0723
10	20,8929	9,6785
11	21,2034	9,2062

Tabela 33 – Valores das opções - Sensibilidade em relação a mudanças na taxa livre de risco

Com o aumento da taxa livre de risco, o *drift* da simulação aumenta conseqüentemente. (Ver anexo 1.5). O valor esperado médio sobe, quando o preço de exercício da opção fica o mesmo. Assim, o preço da opção de compra sobe, porque fica mais provável o cenário favorável (preço acima do preço de exercício), e a opção de venda desce (preço acima do preço de exercício não favorável para o exercício).

O gráfico pode ser visto no anexo 3.14.



## 8.4 Análise de sensibilidade: "floating strike"

Os parâmetros padrões da opção usados pelas análises de sensibilidade são:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Número de datas de exercício	m=365

O ano foi dividido em 365 dias. A simulação calcula um preço para cada dia.

### 8.4.1 Sensibilidade em mudança no número de simulações

Exemplo de convergência para diferentes números de simulações.

Número de simulações	Preço do Call	Preço do Put
100	17,1007	13,9216
500	16,9609	13,6160
1000	16,3762	13,4141
5000	16,7773	13,6443
10000	16,7184	13,6350
20000	16,6913	13,5656

**Tabela 34 – Valores das opções – Convergência com o aumento de número de simulações**

Para ver a distribuição dos resultados da simulação foi simulado 10 vezes o preço da opção. Assumindo uma distribuição normal, podemos calcular a média e o desvio-padrão dos valores estimados pelo método de Monte-Carlo.

Número de simulações	Call		Put	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
100	17,0028	0,6337	13,8100	0,5332
500	16,6660	0,3128	13,5610	0,2646
1000	16,8552	0,1671	13,6614	0,1256
5000	16,7048	0,1165	13,5800	0,0809
10000	16,7146	0,1072	13,6086	0,0686
20000	16,7120	0,0897	13,6050	0,0502

**Tabela 35 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao número de simulações**

O desvio-padrão cai com o aumento do número de simulações usadas. A convergência no resultado final e a precisão são obtidas com o aumento do número de simulações no método de Monte-Carlo.

#### 8.4.2 Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade

A simulação foi feita usando 10 000 simulações:

Volatilidade (%)	Call	Put
5	6,7562	2,0113
9	9,3233	4,7898
13	12,0100	7,9160
17	14,7835	11,2062
21	17,3430	14,4488
25	19,9548	17,8244
29	22,3924	21,3155
33	24,9255	24,7670
37	27,4355	28,5239
41	29,8233	32,0731
45	31,7375	35,6618

**Tabela 36 – Valores das opções - Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade**

Quando a volatilidade aumenta, as variações possíveis no valor do título são maiores. Os valores máximos e mínimos são mais distantes do valor do preço de exercício, e o preço das opções de compra e de venda tendem a subir. O preço das opções é muito sensível ao aumento da volatilidade. Esse parâmetro deve ser estimado com muita precisão para não errar na avaliação das opções escritas sobre esse título.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.15.

### 8.4.3 Sensibilidade em relação à mudança na taxa livre de risco

A simulação foi feita usando 10 000 simulações:

Taxa livre de risco (%)	Call	Put
1	14,9099	15,6415
2	15,3993	15,2367
3	15,7111	14,5810
4	16,2527	14,0809
5	16,5808	13,5249
6	17,1904	13,1368
7	17,6836	12,7113
8	18,1337	12,2047
9	18,6915	11,8223
10	18,9583	11,2879
11	19,6509	10,8955

Tabela 37 – Valores das opções - Sensibilidade em relação a mudanças na taxa livre de risco

Como visto, o aumento na taxa livre de risco aumenta o valor médio esperado na simulação do preço do ativo (ver anexo 1.5). Sendo a definição do payoff dessa opção o seguinte:

$$\text{PayoffCall} = \text{Max}(S - S_{\min}, 0)$$

$$\text{PayoffPut} = \text{Max}(S_{\max} - S, 0)$$

Em média, o valor final  $S$  fica mais alto, aumentando o preço da opção de compra e abaixando o preço da opção de venda. Essa hipótese é verificada numericamente.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.16.