10
Opção Chooser

10.1
Definição

A opção chooser permite de **escolher em uma data definida** se a opção será **uma opção de compra ou de venda.** No início, essa opção é uma opção de compra e de venda simultaneamente. Na data t será uma opção de compra ou de venda definitivamente até o vencimento. Esse tipo de opção foi introduzido em 1990.

A opção "*simple chooser*" feita com opções européias tem o payoff seguinte:

$$Chooser = Max[C(S_t, k, T-t), P(S_t, k, T-t), t]$$

Onde

S_t é o valor do ativo no instante t, o tempo onde devemos escolher o tipo de opção, k é o strike das opções de compra e de venda, T é a data final de exercício. “C” e “P” são os valores das opções européias de compra e de venda com os parâmetros dados.

O payoff da função representa o máximo entre a opção de compra e de venda européia com data de exercício “T” calculados no instante “t” onde deverá ser escolhida a natureza da opção.

10.2
Cálculo teórico (Rubinstein)

Rubinstein (1991) mostrou o cálculo seguinte para avaliar a opção chooser:

"y" é o dividend yield do título (%), *"t"* é o tempo de escolha do tipo da opção, *"r"* é a taxa livre de risco (%), *"v"* a volatilidade do título.

Usando a fórmula da paridade entre as opções de compra e de venda na data "t":

$$P(S_t, k, T) = C(S_t, k, T) - S_t.e^{-y(T-t)} + k.e^{-r(T-t)}$$

Então temos:

$$Chooser = Max[C(S_t, k, T), P(S_t, k, T), t] = C(S_t, k, T) + Max[0, k.e^{-r(T-t)} - S_t.e^{-y(T-t)}]$$

E finalmente:

$$Chooser = S.e^{-yT}.N(d_1) - k.e^{-rT}.N(d_1 - v.\sqrt{T}) - S.e^{-yT}.N(-f_1) + k.e^{-rT}.N(-f_1 + v.\sqrt{t})$$

com

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S.e^{-yT}}{k.e^{-rT}})}{v.\sqrt{T}} + \frac{1}{2}v.\sqrt{T} \qquad f_1 = \frac{\ln(\frac{S.e^{-yT}}{k.e^{-rT}})}{v.\sqrt{t}} + \frac{1}{2}v.\sqrt{t}$$

e onde N(x) e a probabilidade acumulada de $-\infty$ a x, da distribuição normal centrada padronizada.

10.3
Método de Monte-Carlo

Para apreçar a opção chooser com o método de Monte-Carlo, primeiro devemos realizar a simulação de preço do ativo básico no instante "t", a seguir deve-se escolher a natureza final da opção nesse momento, simular o preço final até o instante "T" e calcular o payoff dependendo do tipo de opção escolhida.
Para escolher a natureza da opção, devemos avaliar no instante "*t*" com a fórmula de Black-Scholes os preços das opções de compra e de venda com data de exercício "T", e escolher a mais valiosa.

Sendo uma opção chooser com os parâmetros:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Chooser Time	t=0.3

Usando a mesma fórmula de simulação de preço (ver Capítulo 3):

$$S_t = S_0 e^{\left(r-y-\frac{\sigma^2}{2}\right)t+\sigma.eps.\sqrt{t}}$$

podemos achar um preço no instante "t".

- Se, no momento "*t*", o preço da opção de compra européia for maior que o preço da opção de venda, a opção de compra será escolhida.

  O payoff dessa simulação deverá ser: $Payoff = Max[S_T - k, 0]$, com

  $$S_T = S_t e^{\left(r-y-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma.eps.\sqrt{T-t}} \qquad eps = N(0,1)$$

  o preço no instante final simulado a partir do preço no instante "t".

- Se, no momento "*t*", o preço da opção de venda européia for maior que o preço da opção de venda, a opção de venda será escolhida.
  Temos: $Payoff = Max[k - S_T, 0]$ e a mesma fórmula para S_T.

10.4
Análise de sensibilidade

Os parâmetros padrões da opção usados pelas análises de sensibilidade são:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=100
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Chooser Time	t=0.3

10.4.1
Sensibilidade em mudança no número de simulações

Calculando 10 preços consecutivamente, podemos calcular a média do preço e o desvio-padrão assumindo a distribuição normal.

Número de simulações	Preço simulado μ	σ	Preço teórico	Erro médio (%)
100	*12,2507*	*1,6978*		*3,60*
1000	*12,4849*	*0,5211*	***12,7094***	*1,76*
10 000	*12,6922*	*0,1459*		*0,13*
100 000	*12,7104*	*0,0478*		*0.008*

Tabela 45 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao número de simulações

O aumento do número de simulações faz convergir o preço simulado em média para o valor teórico, o erro é de somente *0,008%* quando *100 000* simulações são usadas. O desvio-padrão da distribuição dos preços simulados cai e a precisão aumenta.

10.4.2 Sensibilidade em mudança no tempo de escolha

Os cálculos são feitos com *100 000* simulações para garantir a precisão.

Tempo escolha	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
0,05	*10,78*	*10,74*	*0,38*
0,20	*11,96*	*12,02*	*0,52*
0,35	*12,96*	*13,02*	*0,43*
0,50	*13,83*	*13,85*	*0,15*
0,65	*14,50*	*14,58*	*0,52*
0,80	*15,30*	*15,23*	*0,44*
0,95	*15,82*	*15,83*	*0,11*

Tabela 46 – Valores das opções – Sensibilidade em relação a mudanças no tempo de escolha

Aumentando o tempo de escolha e deixando os outros parâmetros fixos, a precisão fica igual. Precisamos só aumentar o número de simulações para fazer diminuir o erro.

Na simulação, o preço do ativo é simulado duas vezes. Uma vez no tempo de escolha, onde a decisão da natureza da opção será escolhida, e no instante final quando o payoff é calculado. Quanto maior for o tempo depois da escolha, maior será a incerteza no preço final. Assim, é normal ver o preço da opção chooser cair, sendo menos flexível quando o tempo de escolha diminui.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.20.

10.4.3
Sensibilidade em relação ao preço de exercício

Os cálculos são feitos com *100 000* simulações para garantir a precisão.

Preço de exercício	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
80	*24,51*	*24,60*	*0,37*
85	*20,48*	*20,56*	*0,39*
90	*16,99*	*17,05*	*0,35*
95	*14,29*	*14,35*	*0,42*
100	*12,68*	*12,71*	*0,24*
105	*12,24*	*12,32*	*0,65*
110	*13,15*	*13,20*	*0,38*
115	*15,15*	*15,19*	*0,26*
120	*18,01*	*18,04*	*0,17*

Tabela 47 – Valores das opções – Sensibilidade em relação ao valor do preço de exercício

A opção *chooser* é uma call e uma put no mesmo tempo até ser feita a escolha. É lógico ver o preço da opção aumentar, na diminuição e no aumento no preço do strike. Assim, com strike baixo, a parte da opção de compra se torna muito valiosa (maior chances de ficar "*in-the-money*") e a opção ganha valor (o preço aumenta). Ocorre o contrário com um preço de exercício alto e a parte put da opção.

O mínimo da opção pode ser encontrado, com o valor do preço de exercício igual ao valor esperado no vencimento da opção, valor que minimiza a opção de compra e de venda no mesmo tempo. O *drift* da simulação é dado por $Drift = \left(r - y - \frac{\sigma^2}{2}\right)$ e indica daqui ao vencimento qual é o valor esperado da simulação. (Ver anexo 1.7).

Com os parâmetros escolhidos, o *drift* vale $Drift = \left(r - y - \frac{\sigma^2}{2}\right) = 0{,}05 - \frac{0{,}2^2}{2} = 3\%$, é o valor esperado daqui a 1 ano é: $E[\Pr eços] = 103$, sendo *100* o preço inicial.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.21.

10.4.4
Sensibilidade em mudança na volatilidade

Os cálculos são feitos com *100 000* simulações para garantir a precisão.

Volatilidade	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
5	*5,33*	*5,32*	*0,10*
9	*6,84*	*6,85*	*0,19*
13	*8,88*	*8,85*	*0,33*
17	*11,17*	*11,02*	*1,37*
21	*13,18*	*13,27*	*0,68*
25	*15,48*	*15,57*	*0,58*
29	*17,94*	*17,89*	*0,28*
33	*20,28*	*20,22*	*0,30*
37	*22,44*	*22,56*	*0,53*
41	*24,94*	*24,89*	*0,17*
45	*27,29*	*27,23*	*0,22*

Tabela 48 – Valores das opções – Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade

Quando a volatilidade aumenta, a incerteza sobre o valor futuro do ativo aumenta também. Os preços podem atingir valores mais extremos, tanto para baixo quanto para acima. Assim, o preço da opção aumenta com a volatilidade, quase linearmente para valores maiores que *13%*. O erro da simulação é muito baixo para todos os valores de volatilidade e converge para o preço teórico.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.22.

10.4.5
Sensibilidade em relação à taxa livre de risco

Os cálculos são feitos com *100 000* simulações para garantir a precisão.

Taxa livre de risco	Preço simulado	Preço teórico	Erro (%)
1	*12,35*	*12,30*	*0,42*
2	*12,25*	*12,32*	*0,57*
3	*12,33*	*12,39*	*0,48*
4	*12,55*	*12,52*	*0,24*
5	*12,69*	*12,71*	*0,16*
6	*12,98*	*12,93*	*0,39*
7	*13,28*	*13,21*	*0,53*
8	*13,45*	*13,53*	*0,59*
9	*13,94*	*13,89*	*0,36*
10	*14,39*	*14,29*	*0,70*
11	*14,65*	*14,72*	*0,48*

Tabela 49 – Valores das opções – Sensibilidade em relação na taxa livre de risco

Aumentando a taxa livre de risco, o erro na simulação fica igual e o preço simulado converge para a solução teórica.

Na fórmula analítica, uma relação quadrática existe entre o preço da opção e o valor da taxa livre de risco.

O gráfico pode ser visto no anexo 3.23.