2.
Modelos de localização

Os modelos de localização já são foco de estudos há várias décadas, sendo um dos assuntos que a cada dia recebe novo enfoque ou abordagem diferente. Isso se deve ao fato de cada vez mais as empresas estarem preocupadas com a melhoria do atendimento, seja pela disponibilização dos recursos no momento necessário, seja pela minimização dos custos envolvidos.

Segundo Drezner e Hamacher (2002), as decisões de localização geraram grande interesse para a comunidade de pesquisa operacional, por apresentarem as seguintes características:

- as decisões de localização são freqüentemente realizadas em todos os níveis de organização humana, desde indivíduos até empresas, públicas ou privadas e agências internacionais;
- as decisões de localização são geralmente de caráter estratégico, o que envolve grandes recursos de capital, e seus efeitos na economia são de longo prazo. Na área privada, foco do trabalho, implicam a habilidade da empresa de competir no mercado;
- essas decisões implicam fatores econômicos como poluição, congestionamentos, desenvolvimento econômico, entre outros;
- os problemas de localização são geralmente difíceis de serem resolvidos, pelo menos de maneira ótima. Mesmo os modelos mais simples apresentam dificuldades quando o número de variáveis cresce muito;
- os problemas de localização são específicos, ou seja, são formulados para um problema determinado. Não existe um modelo geral apropriado para todos os casos potenciais ou existentes.

Para Daskin (1995), os modelos matemáticos para localização devem responder a questões como quantas instalações devem ser localizadas, onde localizá-las, qual é seu tamanho e como deve ser alocada a demanda por produtos/ serviços em cada uma destas instalações. Como já afirmado também por Drezner e Hamacher (2002), as respostas a essas questões dependem do contexto do problema e dos objetivos que se deseja alcançar.

Ainda segundo Daskin (1995), os modelos de localização são classificados de diversas maneiras, a saber:

- Modelos de localização contínuos, em rede ou discretos.

  Nos modelos contínuos, as instalações podem localizar-se em qualquer ponto do plano/espaço, e a demanda é representada por uma distribuição de probabilidade espacial. Nos modelos em rede, as instalações e demandas podem apenas ocorrer nos nós e arcos de uma rede, enquanto, nos modelos discretos, as instalações e demandas estão localizadas nos nós, entre os quais a distância é arbitrária. Ainda, os modelos em rede dividem-se em problemas em árvore ou grafos gerais. A diferença é que, no primeiro caso, existe no máximo um arco entre os nós, o que não ocorre no segundo caso.
- Medida de distância.

  Nos modelos em rede, em geral, a distância é definida como o menor percurso definido pelos arcos entre dois nós. Já nos modelos contínuos, pode-se utilizar a distância euclidiana, ou seja, a medida da reta que liga os dois pontos, ou a distância Manhattan, que é a soma das diferenças de coordenadas em cada um dos eixos de um plano cartesiano.
- Número de instalações.

  O número de instalações pode ser fornecido *a priori* ou ser obtido na solução do problema.
- Problemas e localização estáticos ou dinâmicos.

  Em problemas estáticos, os dados de entrada do problema não dependem do tempo, enquanto, em modelos dinâmicos, os dados podem variar em instantes diferentes.
- Modelos determinísticos e probabilísticos.

  Os modelos determinísticos apresentam dados de entrada definidos, enquanto, nos probabilísticos, esses dados seguem distribuições de probabilidade.
- Único ou múltiplos produtos.

Essa diferenciação ocorre, pois diferentes produtos podem vir de locais diferentes, bem como podem existir instalações que não operam com determinado produto.

- Problemas do setor público ou do setor privado.

  Nos problemas do setor privado, em geral, os custos de investimento e os benefícios são medidos em unidades monetárias. Já em problemas do setor público, podem existir também custos e benefícios não monetários a serem considerados.
- Modelos com único ou múltiplos objetivos.

  Os modelos com um único objetivo simplificam o problema e facilitam sua solução, mas pode ser necessário que sejam resolvidos várias vezes para avaliar outros objetivos que não participaram do modelo.
- Demanda elástica e inelástica.

  Numa demanda inelástica, a demanda não é influenciada pelo nível de serviço oferecido pelas instalações, enquanto, na elástica, o nível de serviço exerce influência na demanda.
- Instalações capacitadas ou não-capacitadas.

  Esta classificação indica se a instalação tem ou não capacidade limitada.
- Modelos hierárquicos ou simples.

  Os modelos hierárquicos diferem do simples por existir fluxo entre as instalações a serem localizadas.
- Instalações desejadas ou indesejadas.

  Nas instalações desejadas, em geral, busca-se localizá-las o mais próximo possível da demanda. Já nas instalações indesejadas, busca-se localizá-las o mais distante possível da demanda ou entre as próprias instalações. Nestas, em geral, também se considera o esforço/custo necessário para atingi-las.

Durante todo este período de estudos, surgiram objetivos que deram origem a modelos denominados clássicos, que servem até hoje como ponto de partida e de análise pela comunidade científica.

Na seção 2.1 apresentar-se-ão esses modelos chamados clássicos. Já no seção 2.2 serão mostrados alguns trabalhos feitos na área de localização.

2.1. Modelos clássicos de localização

Daskin (1995) apresenta 4 tipos de modelos de localização: modelos de cobertura, modelo de p-centro, modelo de custo fixo e modelo de custo fixo de instalação, que serão descritos a seguir.

2.1.1. Modelos de cobertura

Dentre os modelos de localização, o modelo de cobertura é o mais simples e tem como objetivo definir os locais de suprimentos cuja distância de um ponto de demanda até a instalação mais próxima seja inferior a um determinado valor. Os modelos de cobertura são muito utilizados para a definição do local de instalação de pronto-socorros, delegacias de polícia, corpo de bombeiros e orelhões telefônicos, que devem situar-se até uma certa distância dos pontos de demanda (focos de incêndio, locais de crimes, de acidentes), que lhos permita atender dentro de um determinado tempo ou de modo a evitar grandes deslocamentos.

Existem dois modelos básicos de cobertura: modelo de cobertura de conjuntos e modelo de máxima cobertura. Com o primeiro modelo busca-se localizar instalações com o menor custo possível, de maneira que todos os pontos de demanda possam ser atendidos por pelo menos uma instalação, dentro de uma distância máxima desejada. Sua formulação é dada por:

$$\min \sum_j f_j \times X_j \qquad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j a_{ij} \times X_j \geq 1 \qquad \forall i \qquad (2)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (3)$$

Em que:

f_j = custo de localização de uma instalação no local j

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

a_{ij} = 1 se a instalação j cobre a demanda do nó i e 0 se não

Goldbarg e Luna (2005) denominam esta formulação de problema de recobrimento e apresentam uma variação, a qual denominam de problema de particionamento, em que os pontos de demanda só podem ser atendidos por uma única instalação; ou seja, a restrição (2) torna-se uma igualdade.

A resolução deste tipo de problema passa inicialmente pela redução, se possível, das restrições e pela dedução dos valores de variáveis. Caso ainda não se encontrem todos os valores das variáveis, libera-se, então, a restrição de que as variáveis devem ser binárias e resolve-se o problema de programação linear resultante. Se houver variáveis cujo valor viole tal condição, aplica-se a metodologia "*branch-and-bound*", que consiste em forçar, gradativamente, as variáveis a serem inteiras, verificar se o resultado obtido é composto de variáveis todas inteiras e encontrar qual dentre estas soluções é a de menor custo. Variantes deste modelo podem considerar que a demanda seja atendida quando se tem duas ou mais instalações com distância menor que a definida ou instituir uma penalidade para a localização de novas instalações.

O modelo de máxima cobertura busca localizar um número definido de instalações de maneira a maximizar a demanda atendida para uma determinada distância. A formulação para este tipo de problema é dada por:

$$\max \sum_i h_i \times Z_i \qquad (4)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j a_{ij} \times X_j \geq Z_i \qquad \forall i \qquad (5)$$

$$\sum_j X_j \leq P \qquad (6)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (7)$$

$$Z_i = \{0,1\} \qquad \forall i \qquad (8)$$

Em que:

h_i = demanda no nó i

P = número de instalações a se localizar

a_{ij} = 1 se a instalação j cobre a demanda do nó i e 0 se não

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

Z_i = 1 se o nó i é coberto e 0 se não

Para se resolver esta categoria de problemas aplicam-se heurísticas como o algoritmo da adição gulosa aliado ao de substituição. O primeiro algoritmo consiste em escolher dentre os locais candidatos qual o que resulta em maior demanda atendida e assim sucessivamente, até atingir o número de instalações desejado, sempre considerando as escolhas anteriores. O segundo algoritmo é executado a cada iteração do algoritmo da adição gulosa e consiste em verificar se a alteração da posição das instalações anteriores, para locais onde ainda não se tem nenhuma instalação, resulta em maior demanda atendida. Uma variação deste tipo de modelo é considerar que existe uma probabilidade de a instalação estar ocupada quando for requisitada, buscando-se, desta forma, maximizar a demanda coberta esperada.

2.1.2. Modelo de p-centro

Os modelos de p-centro, também chamados de "minimax", buscam minimizar a máxima distância necessária para atender toda a demanda, para um determinado número de instalações a serem localizadas. Este tipo de modelo é utilizado quando se tem de atender a toda a demanda, mas se tem um orçamento limitado para a construção das instalações.

Os problemas de p-centro diferem pela liberdade para a localização da instalação; ou seja, no caso de uma rede, é permitido localizar a unidade em todos os pontos da rede (vértices e arcos), o chamado de problema de centro absoluto, ou só nos vértices, ou problema de centro nos vértices. Verifica-se que, quanto maior a liberdade, melhor será o resultado obtido. Um fator a ser considerado é a existência de pesos para a demanda, ou seja, o atendimento de determinada demanda é preferencial a outra.

O problema de localização nos vértices pode ser formulado desta maneira:

$$\min W \qquad (9)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \qquad (10)$$

$$\sum_j X_j = P \qquad (11)$$

$$Y_{ij} \le X_j \qquad \forall i, j \qquad (12)$$

$$W \ge h_i \times \sum_j (d_{ij} \times Y_{ij}) \qquad \forall i \qquad (13)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (14)$$
$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \qquad (15)$$

Em que:

h_i = demanda no nó i

P = número de instalações a se localizar

d_{ij} = distância entre a demanda i e a instalação j

W = máxima distância entre a demanda e a instalação mais próxima

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

Y_{ij} = fração da demanda i atendida pela instalação j

Os problemas de centro nos vértices são resolvidos iterativamente, adotando-se inicialmente valores de limite inferior e superior para a distância e resolvendo-se o problema de cobertura, cuja distância é definida como a média entre esses dois limites. Caso a solução desta seja um número de instalações inferior ou igual ao desejado, substitui-se o limite superior pelo valor utilizado; caso o número seja maior, substitui-se o limite inferior, até que ambos os limites sejam iguais.

Para os problemas em que as instalações podem estar em qualquer ponto da rede, nota-se que, dados dois nós de demanda, pode existir, para uma reta considerada, um ponto no qual qualquer pequena variação de sua posição acarreta um aumento na distância para pelo menos um dos nós de demanda. Desta maneira, a solução do problema de localização das instalações em qualquer ponto da rede passa pela análise desses pontos extras para cada par de nós, partindo do resultado obtido da aplicação deste problema de localização e considerando-se só os vértices. Avaliam-se somente, aplicando o modelo de cobertura, os pontos cujo par de nós resulte em uma distância menor, o que pode indicar uma redução na distância máxima. O procedimento possibilita também definir qual a solução (localização e distância máxima) para cada número permitido de instalações.

2.1.3. Modelo de p-mediana

Os modelos de p-mediana objetivam minimizar a soma dos custos de distribuição entre as instalações e os pontos de demanda, dado um determinado número de instalações a serem localizadas. Os custos, em geral, são dados por uma função da distância entre o supridor e o ponto de demanda.

Estes modelos podem considerar que instalação possui uma capacidade máxima de atendimento ou não. No primeiro caso, pode-se ter mais de uma instalação para atender a um ponto de demanda; no segundo caso, quando não há limitação na capacidade, um ponto de demanda acaba sendo atendido por apenas uma instalação.

Hakimi *apud* Daskin (1995) mostra que uma das soluções ótimas encontra-se em localizar todas as instalações em vértices. Assim, basta procurar essa solução, excluindo análise de pontos nos arcos.

A formulação dos problemas de p-mediana pode ser feita como se segue:

$$\min \sum_i \sum_j d_{ij} \times h_i \times Y_{ij} \qquad (16)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \qquad (17)$$

$$\sum_j X_j = P \qquad (18)$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad \forall i, j \qquad (19)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (20)$$

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \qquad (21)$$

Em que:

h_i = demanda no nó i

P = número de instalações a se localizar

d_{ij} = distância entre a demanda i e a instalação j

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

Y_{ij} = fração da demanda i atendida pela instalação j

A solução dos problemas de p-mediana pode ser realizada utilizando-se várias heurísticas. Uma delas é a míope, que se assemelha ao algoritmo da adição gulosa dos modelos de cobertura. Ela é do tipo construtiva, ou seja, chega a uma solução a partir do zero. Inicia-se o processo analisando-se todos os pontos candidatos e encontra-se aquele que resulta em menor custo de distribuição, que é onde se localizará a primeira instalação. Continuam-se analisando os pontos candidatos e localizando as instalações que resultem em menor soma de custos, sempre considerando as instalações anteriormente localizadas, até atingir o número de locais desejado.

As heurísticas de vizinhança e de substituição, pertencentes ao grupo das denominadas heurísticas de melhoria, aprimoram uma solução inicial encontrada. Geralmente, esta solução inicial é a obtida com a aplicação do algoritmo míope. A heurística de vizinhança define vizinhança como o conjunto de nós atendidos por uma mesma instalação. Calcula-se a 1-mediana para cada uma das vizinhanças e verifica-se se o resultado obtido coincide com o local atual da instalação. Caso isto se confirme, realiza-se a troca e realocam-se os pontos de demanda. Repete-se o processo até que não se tenha mais nenhuma mudança.

A heurística de substituição verifica, para cada instalação, qual o melhor nó candidato substituto. Realocam-se as demandas para esta nova configuração e, caso a alteração resulte em uma diminuição na soma de custos de distribuição, faz-se a troca. Repete-se o processo até que não se tenha melhoria alguma.

2.1.4.
Modelo de custo fixo de instalação

Os modelos de custo fixo de instalação são semelhantes aos modelos de p-mediana; diferem apenas que, na minimização da soma de custos, considera-se também o custo de abertura da instalação. Este tipo de problema é comum em um ambiente empresarial, no qual os custos da construção da instalação ficam a cargo da empresa, que assume seus bônus e ônus. Considerar esse custo se torna importante, pois, apesar do custo de distribuição se reduzir com o aumento da demanda, ocorre o aumento do custo de instalação, ou seja, tem-se comportamentos conflitantes. Este tipo de modelo, da mesma forma que os modelos de p-mediana, também se dividem em problemas não-capacitados e problemas capacitados.

Para o problema de custo de instalações não-capacitadas, a formulação é a seguinte:

$$\min \sum_j f_j \times X_j + \alpha \times \sum_i \sum_j d_{ij} \times h_i \times Y_{ij} \qquad (22)$$

s.a.

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \qquad (23)$$

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i, j \qquad (24)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (25)$$

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \qquad (26)$$

Em que:

h_i = demanda no nó i

f_j = custo de instalação de j

α = custo por unidade de distância por unidade de demanda

d_{ij} = distância entre a demanda i e a instalação j

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

Y_{ij} = fração da demanda i atendida pela instalação j

Para a solução dos problemas não-capacitados, utilizam-se algumas heurísticas, como as de adição e de subtração, que são do tipo construtiva. A heurística de adição inicia-se escolhendo o nó que resulte em menor custo e, a cada iteração, adiciona-se uma nova instalação, respeitando as escolhas anteriores, até que a soma dos custos aumente. A heurística de subtração atua no sentido contrário, ou seja, parte-se de uma localização em cada nó candidato e extrai-se a instalação que resulte em maior redução da função objetivo, até que isto não seja mais possível. Pode-se, a partir desta solução, aplicar uma heurística de melhoria, como a de substituição ou a de vizinhança.

Na heurística de vizinhança, o procedimento é semelhante ao do modelo de p-mediana, em que se calcula a localização de uma instalação para cada vizinhança, compara-se com o local indicado pela solução original e realiza-se a troca caso sejam diferentes. Na heurística de substituição, escolhe-se, se existente, o nó dentre todos os nós candidatos que não façam parte da solução para substituir uma instalação, de forma a resultar em uma maior redução da soma de custos.

Esses algoritmos podem não chegar a uma solução ótima, pois os modelos de custo fixo de instalação não têm uma quantidade determinada de instalações a localizar, de forma que, se se aplicar as heurísticas de melhoria para um número de instalações diferente do encontrado na solução ótima, irá chegar a uma soma de custos não-ótima, uma vez que estas não modificam o número de instalações da solução.

Para os problemas capacitados, a formulação é parecida com a dos problemas de instalações não-capacitadas, exceto pelo fato que adiciona-se uma restrição de capacidade, na forma:

$$\sum_i h_i \times Y_{ij} \leq k_j \times X_j \qquad \forall j \qquad (27)$$

Em que:

k_j = capacidade da instalação j

A solução pode ser feita pela Relaxação Lagrangeana. Desta forma, suprime-se uma das restrições do modelo, que passa a figurar na função objetivo multiplicada por um valor λ, o qual se deseja maximizar. Esse multiplicador é atualizado sempre que necessário, geralmente pelo subgradiente, a fim de que a solução do problema original e a do problema relaxado venham a convergir. A variação dos multiplicadores pelo subgradiente é obtida a partir da diferença entre a solução encontrada pela Relaxação Lagrangeana e o valor da função objetivo do problema original obtido a partir dos valores das variáveis encontrados no problema relaxado e pelos valores das variáveis de alocação. Multiplica-se esta diferença por uma constante, que é dividida pela metade quando não houve mudança no valor da função objetivo relaxada após algumas iterações.

Uma segunda estratégia para a resolução deste tipo de problema é a decomposição de Bender. Nesta, separa-se o problema em duas partes, sendo um o problema principal e outro de transporte. Resolve-se o problema principal, que fornece informações para o problema de transportes, cuja solução realimenta o problema principal e assim sucessivamente, até chegar a uma solução ótima.

Drezner e Hamacher (2002) acrescentam mais alguns tipos de modelos a esta lista.

2.1.5. Modelos de p-dispersão

O modelo de p-dispersão difere dos demais modelos apresentados, pois busca maximizar a mínima distância entre um determinado número de instalações, sem preocupar-se com o atendimento integral da demanda. Esse tipo de modelo é muito utilizado na localização de instalações militares, para dificultar ataques inimigos, ou em lojas, principalmente de uma mesma rede, para evitar canibalismo do mercado entre elas.

Sua formulação é dada por:

$$\max W \quad (28)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j X_j = P \quad (29)$$

$$W + (M - d_{ij})X_i + (M - d_{ij})X_j \leq 2M - d_{ij} \qquad \forall i, j \text{ e } i < j \quad (30)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \quad (31)$$

Em que:

P = número de instalações a se localizar

d_{ij} = distância entre a instalação *i* e a instalação *j*

W = máxima distância entre duas instalações

X_j = 1 se existe a instalação em *j* e 0 se não

M = constante de valor alto

2.1.6. Modelos de MAXISUM

O modelo de MAXISUM guarda semelhanças com o modelo de p-dispersão, na medida em que visa maximizar a soma da distância total ponderada das demandas e a instalação mais próxima, para um determinado número de instalações a serem localizadas. Esse tipo de problema é utilizado quando se busca localizar instalações que são indesejáveis para os pontos de demanda, como aterros sanitários, reatores nucleares e presídios. Sua formulação é semelhante à da p-mediana, a saber:

$$\max \sum_i \sum_j d_{ij} \times h_i \times Y_{ij} \quad (32)$$

s.a.

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \qquad (33)$$

$$\sum_j X_j = P \qquad (34)$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad \forall i, j \qquad (35)$$

$$\sum_{k=1}^{m} Y_{i[k]_i} - X_{[m]_i} \geq 0 \qquad \forall i \text{ e } m = 1 \ldots N-1 \qquad (36)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (37)$$

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \qquad (38)$$

Em que:

h_i = demanda no nó i

P = número de instalações a se localizar

d_{ij} = distância entre a demanda i e a instalação j

X_j = 1 se existe a instalação em j e 0 se não

Y_{ij} = fração da demanda i atendida pela instalação j

$[k]_i$ = índice do k-ésimo nó mais distante da demanda i

$[m]_i$ = índice do m-ésimo nó mais próximo da demanda i

N = número de nós de demanda

2.1.7. Modelos de *hub*

O modelo de localização de *hubs* busca aproveitar a existência de custos menores de movimentação de cargas consolidadas devido à utilização de modais de transporte de maior capacidade e/ou mais rápidos. Desta maneira, no modelo de *hubs* mais simples, um hub recebe a produção de diversos ofertantes, consolida-a e envia a carga consolidada a outro *hub*, que a separa e distribui para os pontos de demanda. Em modelos de *hub* mais complexos, a carga pode passar por várias etapas de consolidação e desconsolidação entre a oferta e a demanda. O modelo de *hub* é muito utilizado no transporte aéreo, na intermodalidade e intramodalidade. O objetivo do modelo é minimizar a soma total de custos do sistema. Desta maneira, sua formulação é dada por:

$$\min \sum_i \sum_j h_{ij} \times \left(\sum_k c_{ik} \times Y_{ik} + \sum_m c_{jm} \times Y_{jm} + \alpha \times \sum_k \sum_m c_{km} \times Y_{ik} \times Y_{jm}\right) \qquad (39)$$

s.a.

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i \qquad (40)$$

$$\sum_j X_j = P \qquad (41)$$

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i, j \qquad (42)$$

$$X_j = \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (43)$$

$$Y_{ij} = \{0,1\} \qquad \forall i, j \qquad (44)$$

Em que:

i = nó de origem

j = nó de destino

k e m = nós onde estão os *hubs*

h_{ij} = unidades de fluxo entre os nós i e j

α = fator de desconto para transporte entre *hubs*

c_{ij} = custo unitário de movimentação entre o nó i e o nó j

X_j = 1 se existe o *hub* em j e 0, em caso contrário

Y_{ij} = 1 se a demanda i é atendida pelo *hub* em j e 0, em caso contrário

A resolução dos modelos de p-dispersão, MAXISUM e *hubs* pode ser feita utilizando as mesmas heurísticas apresentadas anteriormente, como a heurística gulosa, heurísticas de melhoria, como a de vizinhança e substituição, além da Relaxação Lagrangeana.

2.2.
Algumas aplicações

Os problemas de localização já foram e vêm sendo estudados por um número muito grande de pesquisadores e para as mais variadas áreas de atuação, visto que se trata de um assunto muito abrangente e permeia grande parte das decisões das empresas ou até mesmo das decisões pessoais. Desta forma, na seqüência, são apresentados alguns trabalhos feitos por autores nacionais e internacionais sobre localização de instalações.

Jaramillo *et al.* (2002) analisam a utilização de algoritmo genético para a resolução de problemas de localização com custo fixo de instalação, tanto para o caso de instalações com capacidade como para o caso das não-capacitadas, além dos modelos de máxima cobertura e, para ambientes em que há mais de um concorrente no mercado, os modelos de p-mediana e p-centro. Na heurística de algoritmos genéticos, os valores dos cromossomos são binários e representam as possíveis localizações das instalações; a função objetivo estaria representada no *fitness*. Por meio de mecanismos de mutação e *crossover*, geram-se novas soluções que substituem as de menores *fitnesses*.

As comparações feitas mostraram que a heurística de algoritmos genéticos apresentou, em geral, tempos de solução maior, mas resultados melhores. Exceto no caso de problemas de custo fixo para instalações capacitadas, os resultados obtidos pelos algoritmos genéticos são utilizáveis. Além disso, uma vantagem é que por este método obtêm-se várias boas soluções, uma vez que se tem uma população com vários cromossomos.

Pacheco e Cirqueira (2006) utilizaram-se do modelo de cobertura aliado ao conceito de custo fixo e capacidade de instalações para formular um modelo que busca resolver a questão de localização e centralização de estoques de maneira simultânea. Os autores aplicaram também a heurística de algoritmos genéticos para a resolução de um estudo logístico de uma rede de farmácias, buscando determinar a vantagem, ou não, em instalar pontos de centralização dos estoques. O estudo indicou uma economia de R$ 350 mil no ano.

Syam (2002) busca localizar depósitos considerando também custos de estoques, multiprodutos, multilocalização etc. A proposta é resolver simultaneamente o problema de localização, alocação, composição de frota e freqüência de entrega. Para a resolução desses problemas, sugere duas heurísticas: "*simulated annealing*" e Relaxação Lagrangeana. A primeira é um método iterativo e consiste em controlar a convergência dos resultados a fim de evitar resultados indesejados, primeiramente criando uma nova rede e depois a resolvendo. A segunda é a eliminação de restrições, mas com a introdução de novas variáveis à função objetivo.

Outra classe de modelos que vem sendo bastante estudada atualmente é a de localização competitiva. O modelo de localização competitiva assume que existem competidores lutando por um mercado, e uma ação de um tem impacto sobre o outro. O critério em geral para este modelo é a maximização do *market share*.

Plastria e Vanhaverbeke (2008) apresentam um modelo de máxima cobertura e assumem que um depósito atende toda a demanda do ponto, ou nada deste. A modelagem proposta tenta localizar a instalação supondo que o competidor irá construir um depósito primeiro. Desta premissa surgem duas heurísticas: maximização do pior caso e minimização do arrependimento.

A primeira estratégia visa maximizar o mínimo valor que ocorre para a demanda capturada pelo já existente quando da entrada de um novo competidor. A segunda estratégia trata de minimizar a diferença entre a demanda realmente atendida e a melhor localização dado um local definido para o competidor. Um terceiro modelo visa localizar depósitos do ponto de vista do entrante, dada a estrutura já existente.

Aboolian *et al.* (2007) utilizaram-se do modelo de custo fixo de instalação para definir quantas são as instalações, quais as suas características e onde localizá-las, em um mercado competitivo. Em seu modelo, a demanda tem possibilidade de crescimento e a escolha da instalação que irá atender a uma demanda depende da utilidade desta para o demandante. A utilidade é medida em função da atratividade e da distância e a comparação é feita considerando-se uma configuração básica e, a partir desta, aumentando-se a utilidade em função de aumento de atratividade.

Os autores fazem também uma análise dos 3 parâmetros que compõem este modelo: elasticidade da demanda (λ), sensibilidade às melhorias (β) e sensibilidade à distância percorrida (θ).

Duas heurísticas propostas para resolução deste modelo são o "*weighted gready*" e o de maior inclinação. O primeiro testa todas as possibilidades, e o outro consiste em troca por pontos vizinhos.

Drezner e Drezner (1998) propõem um modelo também em um mercado competitivo em que se busca a maximização do *market share*, considerando que um competidor irá se instalar antes e também almejará o máximo *market share*, mas será influenciado pelo local onde a empresa irá se instalar e vice-versa. Nesse modelo, a captura da demanda é dada pela utilidade, proporcional à atratividade e inversamente proporcional à distância.

Para a resolução desse modelo, os autores propõem três heurísticas: força bruta, pseudo-programação matemática e busca por gradiente. A primeira divide a área analisada em quadrículas muito pequenas e calcula o *market share* capturado pela nova instalação da empresa; a segunda transforma o problema e encontra os pontos de máximo, testando-os no problema original para verificar se resultam nos mesmos pontos; a terceira calcula a direção de maior incremento do *market share* e caminha neste sentido. Análises computacionais mostraram que esta última heurística apresenta melhores resultados e que a utilização desse modelo permite ganhos de *market share* comparados com a tomada de decisão que não considera uma nova instalação do competidor.

Outra linha de pesquisa é a localização de instalações aliada à roteirização de veículos. Nagy e Salhi (2006) realizaram uma coletânea desses trabalhos. Os problemas são caracterizados pela demanda determinística ou estocástica, pela sua estrutura de níveis, pelo número de períodos de análise, pela forma de resolução (exata ou heurística), pelo objetivo do modelo, o número de depósitos a localizar, estrutura espacial (discreto, contínuo ou rede), a característica dos veículos (homogêneos ou heterogêneos) e o tipo de rotas. Dadas essas características, os autores agrupam os artigos em alguns tipos e comentam brevemente sobre eles: modelos com solução exata e demanda determinística, modelos com utilização de heurísticas e demanda determinística, modelos com demanda estocástica, modelos multiperíodos e outros tipos especiais (sem roteirização, roteirização somente entre hub e clientes, roteirização somente entre hubs e roteirização entre fábricas e hubs e entre hubs e clientes).

Enquanto algumas decisões como roteamento, preços e estoques podem ser alteradas no curto prazo, decisões de localização são mais estratégicas e de longo prazo. Daskin *et al.* (2003), analisam variações do modelo de custo fixo de intalação, como mais de uma limitação de capacidade, local de fornecimento, várias camadas hierárquicas e múltiplos produtos, apresentando, para todos, quais os métodos mais usados de resolução.

A partir desse modelo, consideram outros fatores como: roteamento, pois os veículos nem sempre estão totalmente carregados; custos de estoques, que podem resultar em menos instalações devido ao aumento de estoques de segurança ou à mudança de freqüência de suprimento; incertezas, o que objetiva minimizar o custo esperado entre vários cenários ou minimizar o arrependimento (diferença entre o ótimo e a pior situação); confiabilidade, para buscar minimizar a soma dos custos de ter uma instalação de reserva ou minimizar o valor esperado de se ter muitas instalações reservas. Para todos os modelos, Daskin *et al.* (2003)

apresentam uma formulação, os métodos mais comuns de resolução, suas vantagens e problemas.

Sahin e Suhal (2007) apresentam modelagens para níveis hierárquicos. Um modelo hierárquico consiste de várias camadas, sendo a de demanda a de nível zero, que crescem até o último nível k. Segundo os autores, classifica-se esse tipo de modelos sob 4 critérios: fluxo único (o fluxo obedece à seqüência de 0 a k) ou múltiplo (pode haver salto de níveis); agrupado (o nível superior tem no mínimo os mesmos serviços que o anterior) ou não; coerente (o nível anterior é atendido/atende ao mesmo nível superior) ou não; objetivo do modelo (mediana, cobertura ou custo fixo). Ainda, a abordagem do problema pode ser feita analisando fluxo a fluxo entre dois níveis ou o fluxo pelo caminho inteiro. Os autores trabalham com modelos de dois níveis, segundo as duas formas de abordagem descritas acima, para o objetivo de minimização de custos (mediana e custo fixo), além das modificações necessárias para atender aos outros critérios.

Charikar *et al.* (2001) refinam as formulações dos modelos de p-centro, p-mediana e de custo fixo de instalação introduzindo o conceito de *outlier*, um ponto de demanda muito distante dos demais que acarreta maiores custos no atendimento e no deslocamento do local da instalação. Os autores sugerem modelos para lidar com este tipo de situação, identificando os *outliers* e eliminando-os da solução. Os dois modelos básicos são: localização robusta e localização com penalidades. No primeiro, define-se uma percentagem mínima dos pontos de demanda a ser atendida; no segundo, associa-se uma penalidade a cada ponto de demanda e o modelo escolhe se atende ou paga a penalidade, lembrando que em ambos os modelos busca-se a minimização de custos. Um refinamento de modelagem passível de uso da localização robusta é a definição de pontos proibidos para instalação dos centros ou para localização de p-centros dado um grupo de fornecedores.

Brimberg e ReVelle (1998) também exploram a necessidade de não-atendimento de toda a demanda e sugerem um modelo de maximização da rentabilidade. Um local só seria rentável se o preço superasse os custos de estoque, produção e distribuição. Outro ponto a se considerar é que talvez seja melhor fazer um investimento do que atender uma localidade. A sugestão para resolver este modelo seria quebrar a função-objetivo em duas subfunções-objetivo: uma de minimização dos custos de produção e distribuição e outro a de minimização das demandas não atendidas. Ponderam-se essas duas para se definir a melhor localização, mas a escolha caberia aos decisores com uma visão de longo prazo.

Berman *et al.* (2007) analisam o modelo de *hub* sob a ótica de dois tipos de objetivos: minimização da soma das distâncias e minimização da máxima distância entre ponto de demanda e fábrica. Para cada objetivo, três tipos de problemas são considerados: fábrica fixada e definição de um ponto de transferência, fábrica fixada e vários pontos de transferência a se localizar e local da fábrica e de vários pontos de transferência a se definir.

Fernández *et al*. (2007) apresentam o problema de localização de novas instalações, cujo objetivo é a maximização da receita obtida por elas. A alocação é feita para a instalação que oferecer o menor preço e em caso de empate, para a mais próxima ao ponto de demanda. Caso persista empate em preço e distância, a alocação é feita segundo os enfoques seguintes: a instalação mais antiga ganha toda a demanda ou; as instalações empatadas recebem meio a meio a demanda ou; a instalação nova recebe uma percentagem da demanda se empatada com uma instalação antiga. Por fim, analisam as mudanças na decisão de localização quando se varia a percentagem ou os custos de produção.

Galvão e Nascimento *apud* Galvão (2004) apresentam uma aplicação do modelo de p-mediana para instalações não-capacitadas no Estado do Espírito Santo. O objetivo era localizar 11 instalações do Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) que fariam a distribuição de benefícios entre os 53 Municípios do Estado do Espírito Santo. O estudo possibilitou uma redução de 20% na distância média percorrida pelo usuário comparada com a observada na rede existente.

Galvão, Espejo e Boffey *apud* Galvão (2004) desenvolveram um modelo hierárquico de 3 níveis para a localização de instalações de atendimento pré-natal e maternidades no Município do Rio de Janeiro. O modelo adotado, segundo a classificação de Narula *apud* Galvão (2004) é o interno sucessivo, ou seja, a instalação oferece serviços do seu nível e dos níveis abaixo. O objetivo era minimizar a distância total percorrida pelas mães até as instalações dos três níveis. A solução desse modelo mostrou uma melhoria na distribuição espacial das instalações nos três níveis analisados.

Dobson e Karmarkar (1987) apresentam modelos de localização de instalações em uma rede em que o cliente é quem se desloca para a retirada do produto, ou seja, ele é quem decide qual a instalação irá atendê-lo. O objetivo dos modelos é localizar instalações de forma que seja lucrativo para os concorrentes construírem novas instalações para atender o mercado. Para a elaboração dos modelos, definiram o conceito de estabilidade, que representa a capacidade de se manter aberta que uma instalação tem em relação à entrada de novas instalações. Os tipos de estabilidade dependem das regras impostas ao mercado competitivo e dividem-se em 3 focos: viabilidade, que está relacionada à rentabilidade da instalação; condições de entrada, que regulam o número de instalações que o competidor pode localizar; e sobrevivência, que é a chance de uma instalação se manter frente às demais. Para cada composição destes 3 focos, tem-se um modelo cuja resolução é feita por meio de algoritmos de enumeração.

Oliveira e Santos (2003) apresentam um modelo de localização de unidades de armazenamento de soja no Estado do Mato Grosso. O modelo utilizado descende do modelo clássico de custo fixo de instalação, sendo que ambos consideram os custos de transporte da soja aos armazéns, a quantidade de soja produzida de soja e o custo de construção ou ampliação de novos armazéns. Trabalho com enfoque semelhante foi feito por Ferrari (2006), no qual buscou localizar unidades armazenadoras de soja considerando principalmente a demanda de exportação. Seu modelo objetivava a minimização dos custos de transporte, armazenagem e construção de armazéns de soja. Buscava também definir a localização, a capacidade e os fluxos ótimos entre os locais produtores e os portos exportadores. Ferrari (2006) considerou quatro cenários, em que acrescentava a obrigatoriedade de que parte do produto em cada armazém fosse exportada, ou variando custos de construção, ou aumentando a demanda. Verificou-se que a obrigatoriedade de exportação aumentou os custos em relação a um cenário básico, assim como em relação a um cenário com o aumento da demanda, embora neste último caso o estoque total encontrado fosse menor, enquanto que a redução dos custos de construção resultou em armazéns maiores.

Hamad (2006) desenvolveu um modelo de programação linear inteira mista para a localização de instalações em escala global. O trabalho acrescenta ao modelo de custo fixo de instalação outros custos, como estoque, impostos, benefícios fiscais, compra de matéria-prima, custos de operações de câmbio. O modelo contempla vários elos de uma cadeia de suprimento, desde o produtor, passando por vários pontos intermediários até chegar ao consumidor final.

Gandelini (2002) apresenta um modelo para localização de aterros sanitários dentro do Estado de São Paulo, que atenda a requisitos de qualidade, meio ambiente e distância de centros urbanos, impostos pela Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental (CETESB). O objetivo do modelo é a minimização dos custos de transporte e operação dos aterros. Foi feita uma análise para um cenário macrorregional e para um cenário microrregional, para três graus de qualidade dos aterros exigida. Concluiu-se que, quanto menor a exigência, maior o número de locais presentes na solução ótima.

Ribas e Faulhaber (2006) também desenvolvem e aplicam um modelo para localização de instalações, em que consideram custos de transporte, operação, impostos, nível de serviço, bem como diferentes tipos de modais, visando minimizar os custos envolvidos. Dentre os cenários analisados, destaca-se a influência dos impostos no número de bases de distribuição.

Xavier (2008), em seu modelo de minimização de custos de transporte e instalação de tanques de armazenagem de álcool combustível, consideram uma cadeia com vários pontos entre o produtor e o consumidor, além de assumir a existência de vários períodos, o que gera a formação de estoques. Outro fator utilizado foi o giro dos tanques, de forma que a capacidade de movimentação excede a capacidade estática dos tanques. A necessidade de tanques modifica-se bastante para uma pequena variação deste fator.

Silva (2006) desenvolve um modelo de programação não-linear para a localização de pontos centralizadores de estoques. Esses locais poderiam não só concentrar os estoques, como também realizar vendas. Em sua modelagem, considera definições da teoria de estoques, como o tempo de ressuprimento, lote econômico de compra, estoque de segurança, ponto de pedido, que são responsáveis por custos que influem na localização dos estoques.