

## **2 Classificação dos problemas de roteirização de veículos**

Primeiramente são apresentados os conceitos básicos e os principais parâmetros que caracterizam um problema de roteirização de veículos. A partir do problema básico de roteirização de veículos, são apresentadas suas extensões, de acordo com os seguintes parâmetros: função objetivo, restrições, variáveis de decisão e hipóteses.

A seguir, é apresentada a classificação dos problemas de roteirização de veículos segundo Bodin et al. (1983), Ronen (1988), Assad (1988) e Desrochers et al. (1990).

### **2.1 O problema básico de roteirização de veículos e suas extensões**

Christofides (1985) define o problema básico de roteirização de veículos como o problema de distribuição, no qual veículos localizados em um depósito central devem ser programados para visitar clientes geograficamente dispersos, de modo a atender a suas demandas conhecidas. As restrições mais usuais do problema estão relacionadas às capacidades dos veículos.

O problema básico de roteirização ignora um grande número e variedade de restrições adicionais e extensões, que são freqüentemente encontradas em situações reais.

Tendo em vista o grande número de situações práticas que dão origem aos problemas de roteirização de veículos, Christofides (1985) apresenta o problema básico de roteirização de veículos e o descreve como a essência de todos os problemas de roteirização de veículos.

Os problemas de roteirizações de veículos podem ser classificados em diversas categorias e tipos. Os vários problemas diferem entre si em aspectos relacionados ao tipo de operação, ao tipo de carga, ao tipo de frota utilizada, à localização dos clientes, ao tipo de restrições, ao tipo de função objetivo e vários outros fatores.

A seguir, são apresentadas as extensões do problema básico de roteirização de veículos, baseadas nos parâmetros mais relevantes e comuns. Os principais parâmetros que caracterizam um problema de roteirização foram obtidos a partir dos trabalhos de Christofides (1985), Bodin e Golden (1981), Bodin et al. (1983), Assad (1988), Ronen (1988) e Brejon (1998). Neste trabalho, os parâmetros são classificados em quatro categorias: função objetivo, restrições, variáveis de decisão e hipóteses/recursos, e/ou características do problema.

### **Função Objetivo**

- Minimizar os custos totais de distribuição, que incluem os custos fixos (custos de capital do veículo, salários de motoristas e ajudantes, e outras despesas eventuais como licenciamento, seguros, taxas etc.) e os custos variáveis (custos do veículo que variam conforme a distância);
- Minimizar a distância total percorrida;
- Minimizar o número de veículos;
- Maximizar a função utilidade baseada no nível de serviço e/ou prioridades dos clientes.

As principais restrições estão descritas a seguir.

### **Restrições dos veículos**

- Limite de capacidade dos veículos;
- Limite com relação ao tipo de carga dos veículos;
- Operação de carga e descarga dos veículos;
- Número e tipo de veículo disponíveis.

### **Restrições com os clientes**

- Janela de tempo dos clientes;
- Atendimento total ou parcial das demandas;
- Tempo máximo permitido para carga e descarga;

- Necessidade ou restrição de serviço em algum dia específico da semana;
- Disponibilidade de área para estacionamento do veículo.

### **Restrições das rotas**

- Horário de início e término das viagens;
- Tempo máximo de viagem de um veículo;
- Distância máxima percorrida;
- Locais de parada fixas etc.

As variáveis de decisão encontram-se a seguir.

### **Variáveis de decisão**

- Roteiro a ser percorrido por cada veículo;
- Qual veículo é designado para cada cliente;
- Qual a quantidade de carga transportada para cada cliente da rota;
- Tempo de início de atendimento do primeiro cliente da rota.

A seguir estão detalhadas as principais hipóteses/recursos e características do problema.

### **Tipo de operação**

- Coleta;
- Entrega;
- Coleta e entrega simultaneamente;
- Coleta (ou entrega) com carga de retorno.

### **Tipo de carga**

- Única ou carga de lotação;
- Múltiplas cargas ou carga fracionada.

**Tipo de demanda**

- Determinística;
- Estocástica.

**Localização da demanda**

- Demanda localizada somente em arcos;
- Demanda localizada somente em nós;
- Demanda localizada em arcos e nós.

**Tamanho da frota**

- Limitada;
- Ilimitada.

**Tipo da frota**

- Homogênea;
- Heterogênea.

**Depósito e localização de veículos**

- Um único depósito;
- Vários depósitos;
- Quantidade de produtos disponíveis no depósito central para entrega aos clientes;
- Número de bases de origem e destino dos veículos.

**Jornada de trabalho**

- Duração;
- Horário de almoço e outras interrupções;

- Permissão para viagem com mais de um dia de duração;
- Número de tripulantes por veículo.

### **Pagamento dos tripulantes**

- Por jornada de trabalho;
- Por produtividade;
- Jornada e horas extras.

### **Estrutura da rede**

- Direcionada;
- Não direcionada;
- Mista;
- Euclidiana.

### **Horizonte de planejamento**

- Curto prazo;
- Longo prazo.

### **Outras hipóteses**

- Cada veículo pode visitar um cliente uma única vez durante a rota;
- Um cliente pertence a uma única rota;
- Um cliente pode pertencer a mais de uma rota;
- Quando o veículo visita um cliente da rota todos os clientes são visitados etc.

## **2.2 Classificação dos problemas de roteirização segundo diferentes autores**

Conforme dito no item 2.1 uma das dificuldades de se modelar e resolver um problema de roteirização advém da grande quantidade de parâmetros que

podem influenciar esse tipo de problema. Uma visão sistêmica dos principais problemas de roteirização de veículos e uma adequada classificação, identificando os aspectos mais relevantes, permite que seja implementada uma estratégia de solução adequada.

Nesse item são descritas classificações de problemas de roteirização de veículos segundo Bodin et al. (1983), Ronen (1988), Assad (1988) e Desrochers et al. (1990). A descrição dos problemas clássicos de roteirização de veículo, de acordo com a classificação de Bodin et al. (1983) e Solomon e Desrosiers (1988), será descrita no item 2.3.

### **2.2.1 Classificação segundo Bodin et al. (1983)**

Bodin et al. (1983) propõe uma estrutura que classifica os problemas em função de restrições de aspectos espaciais e/ou temporais. Assim, os problemas de roteirização podem ser classificados em três grupos: problemas de roteirização pura, problemas de programação de veículos e problemas combinados de roteirização e programação.

**Problema de roteirização pura:** não há restrições temporais, relacionadas ao horário de atendimento dos clientes, nem relações de precedência entre os clientes. Nesse tipo de problema, consideram-se apenas aspectos espaciais, e o objetivo é construir um conjunto de roteiros viáveis com o menor custo possível.

**Problema de programação de veículos:** há restrição de horários preestabelecidos para cada atividade a ser executada, como horário de chegada e saída das lojas, horário de saída do depósito, parada para reabastecimento etc. Nesse tipo de problema, consideram-se tanto os aspectos espaciais quanto os temporais.

**Problemas combinados de roteirização e programação de veículos:** há restrições de precedência entre tarefas e/ou restrições de janela de tempo. Relações de precedência ocorrem, por exemplo, quando a entrega de uma mercadoria deve ser precedida pela sua coleta. As janelas de tempo correspondem

ao intervalo de tempo em que pode ocorrer o início do atendimento dos clientes. Segundo Bodin e Golden (1981), os problemas que ocorrem na prática normalmente estão nessa categoria.

Segundo Cunha (2000), a classificação de Bodin et al. (1983) é ainda hoje vista como uma das mais importantes, pois considera os principais tipos de problemas de roteirização de veículos.

A classificação dos problemas de roteirização de veículos proposta no presente trabalho, que será apresentada no item 2.4 (Quadro 1), é uma extensão dessa classificação.

### 2.2.2 Classificação segundo Ronen (1988)

Ronen (1988) apresenta uma classificação baseada em três classes principais que diferem entre si em função do ambiente operacional e dos objetivos, sendo que em cada uma das classes pode haver uma variedade de considerações:

**Problema relacionado ao transporte de passageiros:** Correspondem aos sistemas de transporte de ônibus, táxi, pessoas, idosos (dial- a ride) e transportes escolares de ônibus.

**Problema de prestação de serviços:** roteirização e programação de serviços como coleta de lixo, entrega postal, varrição de ruas e leitura de paquímetros, entre outros.

**Problemas de roteirização e programação ou transporte de carga:** que é o objetivo do trabalho.

Os critérios de classificação para os problemas de transporte de cargas são:

1. tamanho da frota
2. composição da frota
3. estrutura de custos da frota
4. componentes de custo

5. números de bases de origem e destino dos veículos
6. natureza da demanda
7. tipo de operação
8. número de viagens por veículo num determinado período
9. duração ou tempo máximo permitido de viagem
10. tipo de entrega
11. distância e tempos
12. função objetivo do modelo

### 2.2.3 Classificação segundo Assad (1988)

Assad (1988) alega que a maior dificuldade em encontrar um esquema de classificação apropriado está em considerar ou não as restrições do problema e o método de solução proposto. O autor sugere que cada problema prático seja caracterizado particularmente, de acordo com um conjunto de elementos. Outra possível classificação baseia-se no tempo em que as informações de demanda estão disponíveis. Nos problemas clássicos de roteirização, pressupõe-se que a demanda é conhecida antecipadamente (demanda determinística). Na roteirização dinâmica a demanda é estocástica, ou seja, os roteiros ocorrem em tempo real.

O conjunto de elementos proposto por Assad (1988) para caracterização dos problemas de roteirização é:

- Natureza das demandas: somente coleta ou entrega; *backhauls*; um ou múltiplos produtos; atendimento total ou parcial da demanda; prioridade no atendimento aos clientes; terceirização ou não.
- Característica da demanda: determinística ou estocástica, constante ou variável etc.
- Frota de veículo: homogênea ou heterogênea; restrição de capacidade de veículo; restrições do produto em função do tipo de veículo; frota fixa ou variável; frota em um único depósito ou múltiplos depósitos.
- Requisito de pessoal: duração da jornada de trabalho; inclusão de hora extra; número fixo ou variável de motoristas; horário e locais de início de jornada; hora de almoço e outros tipos de parada.



- Requisitos de programação: restrições de janela de tempo para coleta e entrega; tempos de carga e descarga; horários de abertura e fechamento.
- Requisitos de informações: disponibilidade geográfica; tempos de viagem; localização dos veículos.

#### **2.2.4 Classificação segundo Desrochers et al. (1990)**

Desrochers et al. (1990) propuseram um esquema muito elegante que, além de servir para classificar uma grande variedade de problemas de roteirização e programação de veículos, dá suporte ao desenvolvimento de modelos e sistemas para essa área. A idéia é dar diretrizes a uma representação teórica do problema real, servindo como base para o desenvolvimento de modelo e sistemas, e possibilitar uma escolha apropriada do algoritmo utilizado. Os principais parâmetros abordados nesse esquema estão classificados em quatro categorias:

- Endereço
- Veículo
- Características do problema
- Objetivos

O primeiro campo, endereço, define as características que podem ser associadas a um único endereço. Os endereços deverão estar localizados sobre uma rede  $G = (V,E)$  com um conjunto  $V$  de nós e um conjunto  $E$  (não direcionados) de arestas e de arcos (direcionados). É composto de quatro subcampos:

- números de depósitos;
- tipo de demanda;
- restrições de programação dos endereços;
- restrição de seleção dos endereços.

O primeiro subcampo corresponde ao número de depósitos. Existem problemas com um único depósito e problemas com múltiplos depósitos.

O segundo subcampo especifica o tipo de demanda e está dividido em três partes. A primeira parte corresponde à localização de demanda. O cliente pode estar localizado sobre o nó, nos arcos da rede, tanto nós quanto nos arcos, ou estar associado a um par origem-destino. A segunda parte especifica se todas as demandas são do mesmo tipo (só entregas ou só coletas) ou não (mistura de entregas e coletas). A terceira parte especifica a natureza da demanda, ou seja, se é determinística ou estocástica.

O terceiro subcampo do endereço especifica restrições de programação dos endereços, isto é, os aspectos temporais da demanda. Para cada demanda, podem ou não existir restrições temporais.

O último subcampo especifica a restrição de seleção dos endereços. Há duas classes de problemas. A primeira classe é dividida em três subclasses: todos os endereços devem ser visitados; um dado subconjunto de endereços deve ser visitado e os outros são visitados se for vantajoso; ou os endereços são divididos em subconjuntos e pelo menos um endereço em cada subconjunto deve ser visitado. Na segunda classe, um número de planos é construído para um certo período de tempo, durante o qual os endereços devem ser visitados com uma dada propriedade ou uma dada frequência.

O segundo campo, veículo, define as características do veículo em suas rotas. Há três tipos de informações nesse campo: número de veículos, características físicas do veículo e restrições temporais sobre uma rota. É dividido em cinco subcampos:

- número de veículos;
- restrição de capacidade;
- restrição de mercadoria;
- restrição de disponibilidade do veículo;
- restrição de tempo de duração da rota.

O primeiro subcampo especifica o número de veículos. O segundo campo especifica características físicas de capacidade. A frota pode ser homogênea (todos os veículos tem a mesma capacidade) ou heterogênea (veículos de diferentes capacidades). O terceiro subcampo especifica características físicas de presença de compartimentos. Alguns veículos tem compartimentos intercambiáveis, podendo ser usados para separar mercadorias incompatíveis. Outros veículos possuem compartimentos especiais, que são usados para armazenar um tipo especial de mercadoria, por exemplo, comidas congeladas.

O quarto e quinto subcampo especificam restrições temporais, como intervalos de disponibilidade dos veículos e os limites inferiores e superiores de duração das rotas.

O terceiro campo, características do problema, define o tipo de rede utilizada, a estratégia de serviço, e as restrições nas relações entre os endereços e os veículos. É dividido em cinco subcampos:

- tipo de rede;
- tipo de estratégia de serviço;
- restrição endereço-endereço;
- restrição endereço-veículo;
- restrição veículo-veículo.

O primeiro subcampo especifica as propriedades de rede (direcionada, não direcionada ou mista) e os tempos de viagem.

O segundo subcampo especifica a estratégia do serviço adotada e compõe-se de quatro estratégias:

1. A primeira estratégia permite ou não a quebra de demanda
2. As entregas podem ser diretas ou fracionadas. A roteirização pode envolver coletas e entregas ou somente entregas.

3. Na maioria dos casos um veículo realiza no máximo uma rota por período, mas é possível permitir mais que uma rota por veículo.

4. Geralmente os veículos saem e retornam ao mesmo depósito, mas isso pode ser relaxado de forma a permitir rotas multidepósitos.

Os outros subcampos especificam relações entre dois endereços, entre um endereço e um veículo, ou entre dois veículos.

No caso da restrição entre endereços, um exemplo pode ser restrição de precedência entre dois clientes, no qual o veículo deve visitar um cliente antes de visitar o outro. Pode ocorrer também que um endereço a ser visitado por um veículo deva pertencer à mesma rota que outro endereço específico.

Uma restrição entre endereços e veículos pode ocorrer quando determinados clientes não podem receber determinados veículos, devido a restrição de descarga do cliente e/ou tipo de carga que o veículo pode levar. Pode ocorrer também restrição entre depósito e veículo (tempo de carregamento).

O último tipo de restrição é a sincronização dos veículos, que ocorre quando dois ou mais veículos devem trocar carga ou assistir um ao outro.

O quarto campo define a função objetivo. Para especificar uma função objetivo são introduzidos cinco elementos quantitativos:

- duração total da rota
- função custo do veículo
- função custo do endereço
- função penalidade do veículo
- função penalidade do endereço

Uma função custo do veículo pode ser utilizada para modelar o tamanho e tipo de frota. Uma função custo do endereço leva em consideração o custo incorrido ao não se garantir o nível de serviço pretendido. As funções penalidades permitem modelar os custos incorridos com a violação das restrições flexíveis. As

restrições de hora extras de motoristas, por exemplo, podem ser violadas através de penalidades. As restrições que são consideradas flexíveis são listadas como argumentos das funções penalidades do veículo e endereço. Na prática os problemas tem geralmente uma função objetiva composta.

### 2.3 Problemas clássicos de roteirização de veículos

Este item apresenta os problemas clássicos de roteirização e programação de veículos com base nos trabalhos de Bodin et al. (1983) e Solomon e Desrosiers (1988).

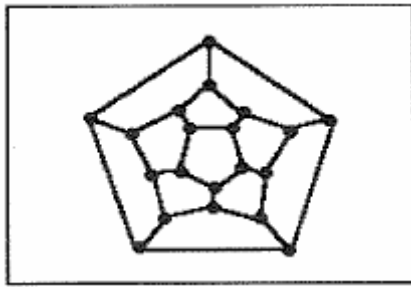
- **Problema do caixeiro-viajante (*traveling salesman problem* – TSP)**

O problema do caixeiro-viajante (TSP) é um problema de otimização associado à determinação dos caminhos denominados hamiltonianos. Sua origem advém de Willian Rowan Hamilton, que propôs um jogo cujo desafio consistia em encontrar uma rota através dos vértices de um dodecaedro de tal modo que a rota iniciasse e terminasse no mesmo vértice, sem nunca repetir uma visita. Assim o objetivo do TSP é encontrar um grafo  $G = (N,A)$  o caminho hamiltoniano de menor custo, de forma que todos os vértices sejam visitados uma única vez.

O problema consiste em determinar um único roteiro com menor custo possível que permita o caixeiro-viajante (veículo) visitar todos os nós (clientes) de uma rede uma única vez. O problema é baseado em um único depósito e o veículo deve sair e retornar à mesma base. Nesse problema não há restrição de capacidade de veículo, e a demanda é determinística.

O grafo do problema é apresentado na figura 1:

Figura 1 – Grafo do problema hamiltoniano



Fonte: Goldberg e Luna (2000)

- **Problema do carteiro chinês (*chinese postman problem* – CPP)**

O problema do carteiro chinês (CPP) é uma variação do problema do caixeiro-viajante, porém, em vez de nós, os clientes estão localizados em arcos. O problema consiste em determinar um único roteiro com o menor custo possível que permita o carteiro chinês (veículo) visitar todos os arcos (clientes) de uma rede uma única vez. O problema é baseado em um único depósito e o veículo deve sair e retornar à mesma base. Neste problema, também não há restrições de capacidade de veículos e a demanda é determinística.

- **Problema de múltiplos caixeiros-viajantes (*multiple traveling salesman problem* – MTSP)**

O problema de múltiplos caixeiros-viajantes (MTSP) é uma extensão do problema do caixeiro-viajante, porém, ao invés de um único roteiro, determinam-se múltiplos roteiros. O problema consiste em determinar múltiplos roteiros com o menor custo possível, de modo que cada caixeiro-viajante deva visitar pelo menos um nó da rede, e cada nó deve ser visitado uma única vez. O problema é baseado em um único depósito e o veículo deve retornar e sair da mesma base. Neste problema não há restrições de capacidade de veículos e a demanda é determinística.

- **Problema clássico de roteirização de veículos (*vehicle routing problem* – VRP)**

O problema de roteirização de veículos (VRP) tem como objetivo encontrar um conjunto de rotas de menor custo possível (minimizar o custo total de viagem, a distância total percorrida etc.), iniciando e terminando no depósito, de forma que a demanda de todos os nós são atendidas. A demanda é determinística. Este problema é uma extensão do problema de múltiplos caixeiros-viajantes, em que se acrescenta a restrição de capacidade de veículos. Algumas formulações também apresentam restrições de tempo máximo de viagem.

- **Problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos (*multi-depot vehicle routing problem* – MDVRP)**

O problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos (MDVRP) é uma generalização do problema clássico de roteirização, em que, ao invés de um único depósito, há múltiplos depósitos. Os veículos devem sair e retornar a um depósito, entre os depósitos existentes.

- **Problema de roteirização de veículos com demanda em arcos (*capacitated arc routing problem* – CARP)**

O CARP é uma extensão do problema do carteiro chinês, acrescentando-se a restrição da capacidade dos veículos, é também uma variação do problema clássico de roteirização de veículos, no qual os clientes estão localizados em arcos ao invés de nós.

- **Problema de roteirização de veículos com demanda estocástica (*stochastic vehicle routing problem* – SVRP)**

O problema é uma variação do clássico de roteirização de veículos, em que a demanda passa a ser estocástica ao invés de determinística, como ocorre nos demais problemas.

- **Problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas (*vehicle routing problem with split deliveries – VRPSD*)**

O VRPSD é uma variação do problema clássico de roteirização de veículos, em que, ao invés de uma única entrega, cada ponto de demanda pode ser abastecido por mais de um veículo. A demanda em cada ponto pode ser maior ou menor que a capacidade do veículo.

- **Problema de dimensionamento e roteirização de uma frota homogênea de veículos (*fleet size and vehicles routing problem – FSVRP*)**

No FSVRP, deve-se determinar o número de veículos necessários (frota ilimitada), assim como o roteiro de cada veículo, de forma a minimizar os custos fixos dos veículos e os custos variáveis de roteirização (em função da distância), garantindo que a demanda de todos os clientes será atendida. Neste problema, a frota de veículos é homogênea, portanto, a capacidade e os custos são idênticos.

- **Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa (*heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem – HFFVRP*)**

O HFFVRP ou, simplesmente, problema de roteirização de veículos com frota heterogênea é uma variável do problema clássico de roteirização de veículos, no qual, ao invés de homogênea, a frota de veículos é heterogênea. Neste problema, o número de veículos de cada tipo é limitado (fixo). O objetivo é minimizar a soma dos custos fixos e dos custos variáveis que podem ser dependentes ou não do tipo de veículo.

- **Problema de dimensionamento e roteirização de uma frota de veículos heterogênea (*fleet size and mix vehicle routing problem – FSMVRP*)**

Este problema é uma generalização do FSVRP, porém, difere no tipo de frota de veículos que, nesse caso, é heterogênea. O FSMVRP é também uma variação do problema anterior, onde ao invés de limitada, a frota de veículos é ilimitada. O problema consiste em determinar, além dos roteiros e da configuração



ideal dos veículos em termo de tamanho, a composição da frota, com o objetivo de minimizar a soma dos custos fixos e variáveis que podem ser dependentes ou não do tipo de veículo.

- **Problema de roteirização de veículos multiperíodo ou periódico (*periodic vehicle routing problem – PVRP*)**

Este problema é uma extensão do problema clássico de roteirização de veículos onde o horizonte de tempo passa a ser M dias ao invés de um único dia.

- **Problema de roteirização de veículo com tempo dependente (*time dependent vehicle routing problem – TDVRP*)**

Este problema é uma variação do problema clássico de roteirização de veículos, no qual o tempo de viagem entre dois clientes ou entre um cliente e o depósito depende, além da distância entre pontos, do horário do dia.

- **Problema de roteirização (e programação) de veículos com janelas de tempo (*vehicle routing, and scheduling, problem with time windows – VRSPTW ou VRPTW*)**

O problema de roteirização (e programação) de veículos com janela de tempo é uma generalização do problema clássico de roteirização de veículos adicionando-se as restrições de janela de tempo.

- **Problema de roteirização (e programação) de veículos com janela de tempo flexível (*vehicle routing, and scheduling, problem with “soft” time windows – VRSPSTW ou VRPSTW*)**

O problema de roteirização de veículos com janelas flexíveis é semelhante ao problema anterior, porém, neste caso, as janelas de tempo podem ser violadas mediante o pagamento de penalidades.

• **Problema de coleta e entrega (*pickup and delivery problems* – PDP) e *dial-a-ride problem* (DARP)**

O PDP é uma extensão do problema de roteirização de veículos (VRP), acrescentando-se relações de precedência entre clientes, no qual a tarefa de coleta de um cliente deve preceder a de entrega no ponto de destino, o que inviabiliza o uso de algumas heurísticas mais gerais (CUNHA,2003). As cargas são transportadas do depósito aos clientes e entre os clientes, resultando na relação de precedência.

O problema *dial-a-ride* (DARP) é um PDP em que as cargas transportadas são pessoas e iguais a um. O conceito *dial-a-ride* surgiu de uma aplicação típica, na qual os clientes telefonam, requisitando a visita de um veículo em um determinado ponto de origem e destino, em horários correspondentes.

## 2.4 Síntese dos problemas de roteirização de veículos

No item 2.3 foram descritos os principais problemas de roteirização de veículos encontrados na literatura. Este item tem como objetivo apresentá-los de uma forma mais simplificada e genérica, a fim de facilitar o entendimento e mostrar a evolução e as diferenças fundamentais dos problemas.

A tabela 1 destaca as diferenças fundamentais entre cada problema em relação ao problema clássico de roteirização de veículos.

- TSP – Problema do caixeiro-viajante
- CPP – Problema do carteiro chinês
- MTSP – Problema de múltiplos caixeiros-viajantes
- VRP – Problema clássico de roteirização de veículos
- MDVRP – VRP com múltiplos depósitos
- CARP – VRP com demanda em arcos
- SVRP – VRP com demanda estocástica
- VRPSD – VRP com entregas fracionadas

- FSVRP – VRP com dimensionamento de frota homogênea
- HFFVRP – VRP com frota heterogênea fixa
- FSMVRP – VRP com dimensionamento de frota heterogênea
- PVRP – VRP periódico
- TDVRP – VRP com tempo dependente
- VRPTW – VRP com janelas de tempo
- VRPSTW – VRP com janelas de tempo flexíveis
- PDP – Problema de coleta e entrega (VRP + precedência)

Tabela 1 – Classificação dos principais problemas de roteirização de veículos

	Numero de Roteiros	Localizacao dos clientes	Numero de Depositos	Tipo de demanda	Restricoes	Numero de entregas por cliente	Variaveis de decisao	Periodo	Tipo de Frota	Numero de veiculos
TSP	1	nos	1	deterministica	*	1	roteiros de entrega	1 dia	1 veiculo	limitado
CPP	1	arcos	1	deterministica	*	1	roteiros de entrega	1 dia	1 veiculo	limitado
MTSP	multiplas	nos	1	deterministica	*	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
VRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
MDVRP	multiplas	nos	multiplas	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
CARP	multiplas	arcos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
SVRP	multiplas	nos	1	estocastica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
VRP/SD	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	>=1	roteiros de entrega quantidade entregue ao cliente	1 dia	homogenea	limitado
FSVRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega dimensionamento da frota	1 dia	homogenea	limitado
HFFVRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	1 dia	heterogenea	limitado
FSMVRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega dimensionamento e composicao da frota	1 dia	heterogenea	limitado
PVRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo	1	roteiros de entrega	M dias	homogenea	limitado
TDVRP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo tempo dependente	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
VRPTW	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo janela de tempo	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
VRPSTW	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo janela de tempo flexivel	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado
PDP	multiplas	nos	1	deterministica	capacidade do veiculo precedencia entre tarefas	1	roteiros de entrega	1 dia	homogenea	limitado

### 2.4.1 Revisão da literatura dos principais métodos de solução para problemas de roteirização de veículos

Este item faz uma revisão da literatura dos principais métodos de solução (métodos exatos, métodos heurísticos e metaheurísticas).

### 2.4.2 Problemas clássicos de roteirização de veículos (*vehicle routing problem* – VRP)

#### a) Métodos exatos

Christofides et al. (1981) implementaram algoritmos exatos para o problema clássico de roteirização de veículos com frota homogênea, baseados em relaxação langrangiana e programação dinâmica relaxada dos problemas da árvore de cobertura mínima e do caminho mínimo. Além da restrição de capacidade dos veículos, há restrição de duração máxima da jornada de trabalho. O algoritmo final inclui reduções do problema e testes de dominância. O objetivo do modelo é determinar os roteiros de entrega de forma a minimizar a distância total percorrida. Os autores concluem que o algoritmo pode resolver de maneira ótima problemas com até 25 clientes.

Achuthan et al. (2003) desenvolveram novos algoritmos de plano de corte, que foram implementados em um algoritmo *branch and cut*, para resolver um problema de roteirização de veículos. O problema considera frota homogênea com número fixo e variável de veículos e restrição de capacidade dos veículos. O objetivo do modelo é minimizar a distância total percorrida. O método foi aplicado para resolução de problemas de 15-100 clientes e os resultados foram comparados com outros métodos encontrados na literatura. Segundo os autores, o algoritmo obteve resultados significativos.

## b) Métodos heurísticos

A heurística de economias de Clarke e Wright (1964) tem sido muito utilizada e tem apresentado bons resultados em problemas de roteirização de veículos. O método permite incorporar diversos tipos de restrições, como a inclusão de restrição de janela de tempo. Segundo Ballou (1993), a utilização desse algoritmo pode resultar em soluções próximas a 2% em relação a solução ótima.

O método de economias gera roteiros que respeitem as restrições de tempo (duração máxima de jornada de trabalho) e de capacidade, com o objetivo de minimizar a distância total percorrida pela frota. As restrições básicas do problema são:

- Cada rota inicia e termina no depósito;
- Cada cliente pertence somente a uma única rota;
- A demanda de cada cliente não pode exceder a capacidade do veículo;
- A demanda de todos os clientes de uma rota não pode exceder a capacidade do veículo;
- O tempo total de um roteiro não pode exceder a duração máxima da jornada de trabalho do motorista.

O algoritmo de Clarke e Wright segue os seguintes passos:

- a. Calcular ganhos  $s(i,j)$  para todo  $i$  e  $j$ ,  $i \neq D$ ,  $j \neq D$ .
- b. Ordenar pares de nós, na ordem decrescente de ganhos.
- c. Enquanto não terminar a lista de ganhos: Tomar pares  $i,j$  na ordem.

Usar o procedimento a seguir, considerando se nós  $i$  e  $j$  estão, ou não incluídos em algum roteiro já existente. Antes de incluir algum nó, testar restrição de tempo e de capacidade.

- **1.** Se  $i$  e  $j$  não estão em nenhum roteiro,  
então criar um roteiro com  $i$  e  $j$ . (D-i-j-D).(Figura 02)  
Senão ( $i$ , ou  $j$ , ou ambos estão em algum roteiro)
- **2.** Se somente um nó, ou  $i$ , ou  $j$ , está em um roteiro  
então :  
se este nó é um extremo de um roteiro,

então: agrega  $i,j$  ao roteiro. (Figura 03)

Senão:

abandona par  $i,j$ .

Senão: (os dois nós estão em algum roteiro).

3. Se  $i$  e  $j$  estão em roteiros diferentes,

então:

Se  $i$  e  $j$  são extremos de seus roteiros: (Figura 04)

então: Une os dois roteiros.

Senão: Abandona o par  $i,j$ . (Figura 05)

4. Senão ( $i$  e  $j$  estão no mesmo roteiro)

abandona o par  $i,j$ .

Se ao terminar a lista, sobrar algum nó  $k$  não incluído em roteiro, criar roteiros individualizados: D-k-D.

Deve-se lembrar sempre de fazer os testes para ver se a inclusão, ou união de roteiros viola as restrições de tempo e capacidade.

Figura 02: Criação de um roteiro.

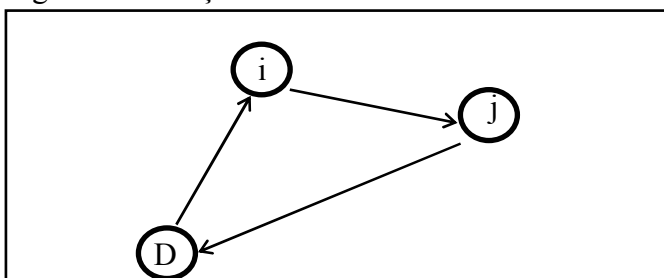


Figura 03: Inclusão de um par  $i,j$  em roteiro existente.

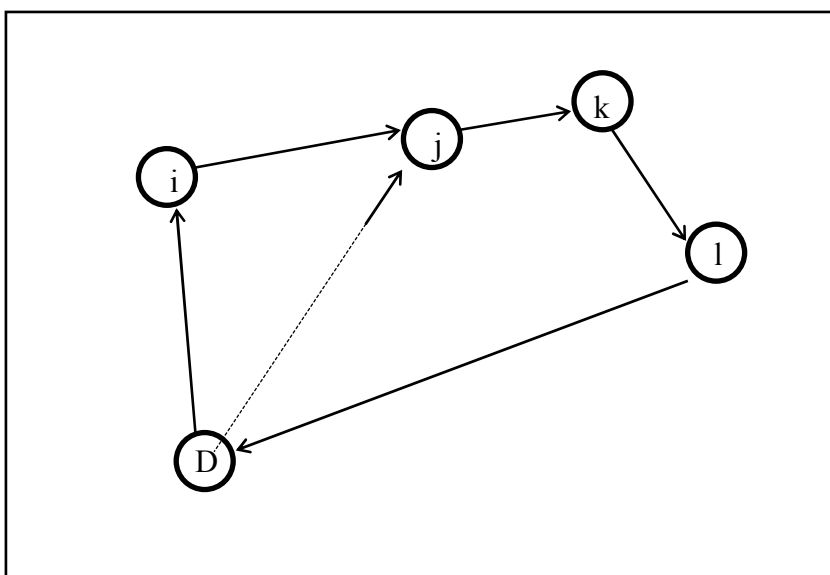


Figura 04: Possibilidade de união de dois roteiros através do par  $i,j$ .

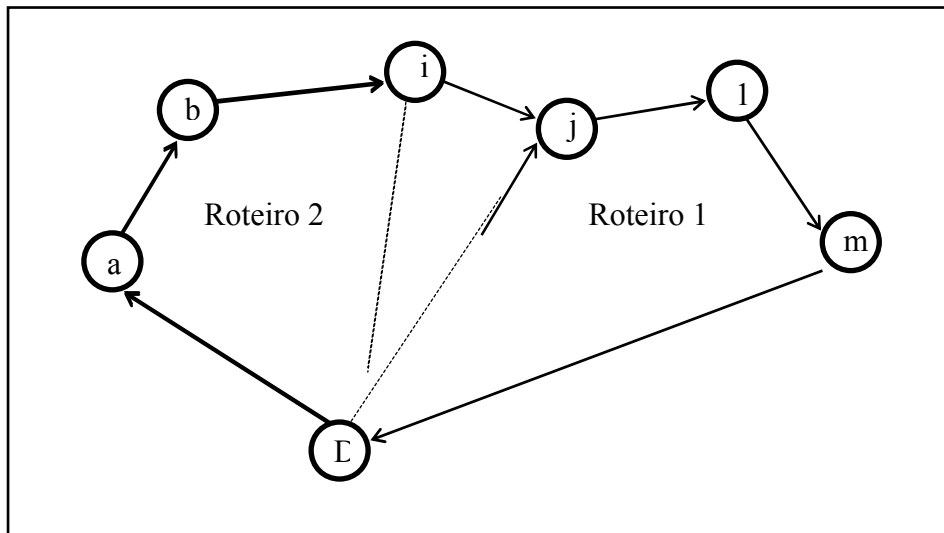
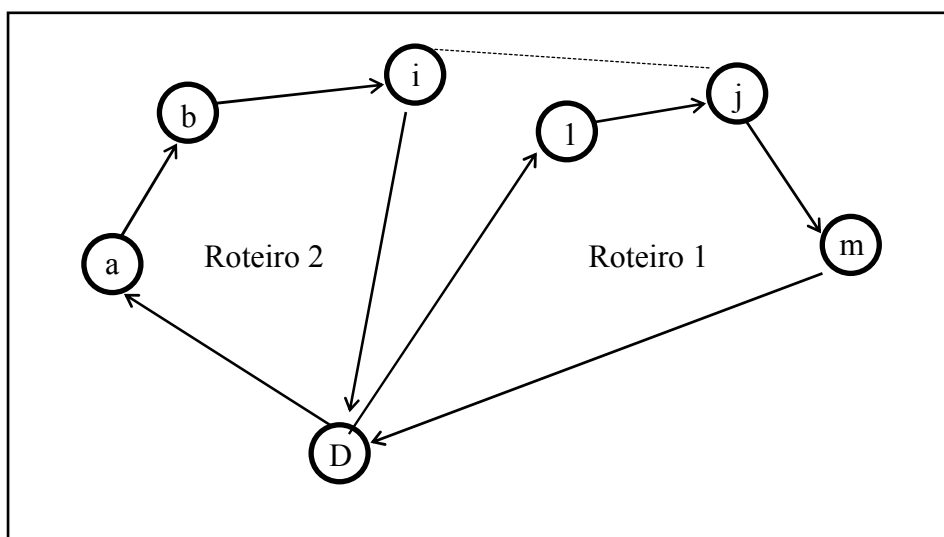


Figura 05: Impossibilidade de união de dois roteiros pelo par  $i,j$ .



Gillet e Miller (1974) implementaram o método de duas fases (agrupa-roteiriza) para um problema de roteirização de veículos com frota homogênea e um total de 250 nos. A primeira fase utiliza a heurística da varredura para agrupar os clientes aos veículos e na segunda fase calcula-se o custo mínimo do problema do caixeiro-viajante para cada uma das rotas. O objetivo do modelo é determinar os roteiros de entrega que minimizam a distância total percorrida, de forma que as restrições de capacidade de veículo e distância máxima (duração máxima da jornada de trabalho) de cada veículo sejam respeitadas.

Fisher e Jaikumar (1981) analisaram o problema de roteirização de veículos com frota heterogênea, e também utilizaram o método agrupa-roteiriza. Este modelo também pode vir acompanhado de técnicas de relaxação quando o problema a ser tratado for mais complexo. O método foi aplicado em 12 problemas encontrados na literatura e comparado com as seguintes heurísticas: Clarke e Wright (1964), Gillet e Miller (1974) e duas heurísticas de Christofides et al. (1978). Segundo os autores, o método superou as demais heurísticas em termos de custo total da viagem e tempo computacional, com exceção do tempo computacional obtido no algoritmo de Clarke e Wright.

### c) Métodos emergentes

- Busca tabu

Taillard (1993) implementou busca tabu como um método de busca iterativa para um problema de roteirização de veículos. Dois métodos de partição foram implementados. O primeiro, baseado em regiões polares, é apropriado para problemas euclidianos cujas cidades são regularmente distribuídas ao redor do depósito central. Já o segundo, apresentado por Taillard, pode ser aplicado a qualquer problema. O problema tem como característica frota de veículos homogênea e o objetivo é determinar os roteiros para cada veículo, de forma que a distância total percorrida pelos veículos seja minimizada, a demanda de cada cidade seja atendida e as restrições de capacidade dos veículos e duração máxima da jornada de trabalho sejam respeitadas.

- Algoritmos genéticos

Baker e Ayechev (2003) implementaram um algoritmo genético para um problema de roteirização de veículos (VRP) com frota homogênea e restrição de capacidade dos veículos e duração máxima de jornada de trabalho. A população inicial foi obtida com base em dois métodos: o primeiro é baseado no trabalho de Gillet e Miller (1974) e o segundo, no trabalho de Fischer e Jaikumar (1981). O processo reprodutivo foi baseado na escolha aleatória de dois indivíduos da população. O Crossover foi aplicado em dois pontos para um problema de 20



clientes. Para acelerar a convergência foram implementadas melhorias. Os resultados foram comparados com os trabalhos de Osman (1993), Taillard (1993), Rochat e Taillard (1995), Gendreau et al. (1994). Segundo os autores, este modelo é competitivo com outras metaheurísticas para VRP, como busca tabu, tanto em termos de tempo computacional quanto de qualidade da solução.