1
Crédito Direcionado e Política Monetária: Regras Ótimas num modelo DSGE de Economia Fechada

1.1
Introdução

A recente crise financeira internacional, intensificada a partir da falência do banco Lehman Brothers, em 2008, ressaltou a importância do sistema financeiro no equilíbrio macroeconômico, e deu impulso adicional a uma linha de pesquisa que já procurava incorporar as fricções e imperfeições dos mercados de crédito e bancário aos modelos de equilíbrio geral. Estes estudos modificavam o arcabouço padrão destes modelos, trocando a especificação com mercados completos por outras onde a assimetria de informação entre credores e devedores assumia papel importante para explicar o comportamento da economia. A vertente principal dentre estes modelos deriva do artigo seminal de Bernanke et al. (1999) , que introduziu o chamado acelerador financeiro. Neste tipo de modelo, parte dos recursos para financiamento do capital físico provém de empréstimos, cujo custo depende do valor do capital utilizado como colateral. À medida que o valor do colateral é afetado por outras variáveis econômicas - por exemplo, os juros básicos - os efeitos de choques exógenos sobre a economia podem ser amplificados.

Outra linha de modelos – por exemplo, Iacoviello (2005) – incorporou ativos imobiliários como colaterais para os empréstimos, procurando explicar como o ciclo econômico pode ser afetado por variações nos valores destes ativos, os quais, além da sua utilização natural para habitação, servem também como garantias para o crédito ao consumo. Este tipo de modelo, acrescentado de um setor bancário sujeito a requerimentos de capital - como em Gerali et al. (2010), por exemplo - permite também analisar a interação entre os balanços dos bancos, os balanços das famílias e os preços dos imóveis. Estes mecanismos de amplificação se mostraram particularmente importantes durante a crise em países onde o volume de crédito à habitação é relativamente elevado, como nos EUA, Reino Unido e Nova Zelândia.

A crise financeira também tornou evidente outro problema que já havia sido apontado em estudos anteriores (como Borio et al. (2001)): o caráter procíclico dos requerimentos de capital bancário. Ao exigir requerimentos de capital crescentes com o risco dos empréstimos bancários, a regulamentação do acordo de Basiléia II intensificava a retração do crédito nos períodos de recessão econômica, e intensificava a sua expansão nos momentos de crescimento acelerado do produto. O caráter procíclico da regulamentação ficou mais evidente durante a crise de 2008, e ensejou o início da discussão de novas regras prudenciais que tornassem os requerimentos de capital contracíclicos, elevando-os nos períodos de expansão econômica e reduzindo-os durante as recessões. Seguindo esta linha de pesquisa, diversos estudos procuraram analisar os efeitos de políticas macroprudenciais contracíclicas através de modelos DSGE, por exemplo, Angelini et al. (2011), Kannan et al. (2009), e Beau et al. (2011). Nestes modelos, o banco central e as autoridades regulatórias contariam dois instrumentos de política, a taxa básica de juros e os requerimentos prudenciais de capital bancário, e é analisado o problema de coordenação entre estes dois instrumentos.

No Brasil, durante a crise, o governo tinha em mãos instrumentos adicionais para atuar no mercado bancário: o crédito direcionado oferecido pelo Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES), e o crédito livre oferecido por bancos comerciais sob controle federal, com o Banco do Brasil e a Caixa Econômica Federal. A resposta natural dos bancos comerciais privados à crise e ao resultante aumento da incerteza foi reduzir a oferta de crédito à iniciativa privada. A crise bancária iniciada nos mercados dos países desenvolvidos elevou o custo de captação dos bancos nacionais, chegando até a colocar em risco o funcionamento de alguns. Neste ambiente, a decisão de cada instituição de restringir a oferta de crédito acaba reduzindo a oferta total de empréstimos, prejudicando a economia real e deteriorando a qualidade dos empréstimos já concedidos, o que acaba por piorar os balanços dos bancos e realimentar o problema. Uma maneira de lidar com este problema de coordenação seria através do crédito concedido pelos bancos estatais, que substituiria os empréstimos privados no momento de maior aversão ao risco e manteria a oferta de crédito ao setor privado que, até aquele momento, não apresentava problemas de solvência. De fato, a elevação do crédito direcionado do BNDES e do crédito livre pelo Banco do Brasil nos meses que se seguiram à crise foi expressiva, e levantou questões sobre o seu papel na estabilização econômica.

Este artigo tem dois propósitos principais. O primeiro é introduzir o crédito direcionado para pessoas jurídicas e o crédito livre sob controle estatal num modelo dinâmico estocástico de equilíbrio geral (DSGE). A presença do crédito direcionado no Brasil é significativa, respondendo por volta de 35% do crédito total e 40% do crédito à pessoa jurídica no final de 2010. Os modelos DSGE usuais que procuram adicionar fricções financeiras do mercado de crédito costumam fazê-lo incorporando o acelerador financeiro de Bernanke et al. (1999). No entanto, o crédito direcionado tem comportamento diverso do previsto pelo acelerador financeiro, uma vez que a sua taxa de juros pode se mostrar bastante insensível à instância da política monetária, ao risco idiossincrático dos emprendimentos e ao valor do colateral. Assim, de certa forma, esperar-se-ia que o crédito direcionado atuasse como um ”amortecedor”financeiro, atuando de forma contracíclica. Além disso, a interferência do governo junto a bancos comerciais sob seu controle poderia atenuar os problemas de coordenação que surgiriam em períodos de maior incerteza. Um modelo de equilíbrio geral para o Brasil que tentasse incorporar fricções financeiras não seria suficientemente realista se não levasse em consideração a existência destas peculiaridades do crédito no país.

O segundo objetivo do artigo é analisar a influência da política de crédito dos bancos estatais sobre a condução da política monetária. O volume considerável de crédito direcionado no Brasil faz com que as decisões do governo na concessão dessa modalidade de crédito não possam ser ignoradas pela autoridade monetária. Por exemplo, em momentos de retração econômica e redução da oferta de crédito para o setor privado por parte dos bancos comerciais, a atuação do banco de desenvolvimento ampliando a oferta de crédito direcionado poderia ter efeito contracíclico semelhante, em certa medida, à redução da taxa básica de juros, diminuindo a necessidade de afrouxamento monetário. Por outro lado, em períodos de aquecimento da demanda e pressão inflacionária, a necessária elevação de juros por parte do banco central pode ser contrabalanceada em parte por uma decisão do banco de desenvolvimento de ampliar o volume de sua carteira de crédito. Assim, coordenação (ou falta dela) entre banco de desenvolvimento e autoridade monetária pode ter efeitos importantes sobre a capacidade do governo estabilizar a economia e sobre o bem-estar econômico. O mesmo pode se dizer sobre o crédito livre concedido por bancos comerciais sob controle estatal. Este problema de coordenação do uso dos dois instrumentos - juros e crédito - é semelhante ao que pode surgir nos modelos de políticas macroprudenciais anteriormente citados. Para analisar este problema, procuraremos representar estes três agentes no modelo de equilíbrio geral através de regras simples de política monetária e de concessão de crédito direcionado. As preferências dos agentes serão representadas através de funções-perda dependentes de variâncias de variáveis endógenas, e, a partir destas preferências, serão derivadas as regras ótimas de cada agente, que toma como dada a regra do outro. O equilíbrio de Nash resultante deste jogo não-cooperativo será comparado com situações cooperativas em que todos têm objetivos comuns de estabilização econômica.

Para atingir estes objetivos, partimos de um arcabouço teórico bastante próximo ao usado por Fernandez e Villaverde (2010), uma versão simples de modelo DSGE para economia fechada com acelerador financeiro, semelhante ao modelo maior de Christiano et al. (2008), inspirado por sua vez em Bernanke et al. (1999). A representação original do crédito através da introdução de um empreendedor foi generalizada de forma a admitir a existência de dois tipos de crédito. Além da modalidade original de crédito do acelerador financeiro padrão, concedida por um intermediário financeiro que atua num mercado competitivo, foi introduzida uma segunda modalidade fornecida por um banco de desenvolvimento controlado pelo governo, cujas taxas e volumes concessão são definidos conforme objetivos próprios do governo, não visando necessariamente a maximização do lucro num ambiente competitivo. Por hipótese, de forma a se aproximar do comportamento do crédito direcionado no Brasil, a taxa de juros desta modalidade de crédito no modelo é fixada num patamar sempre inferior ao da taxa de mercado dos bancos competitivos. Assim, o empreendedor sempre prefere o crédito direcionado ao dito crédito livre, e a presença deste último somente é possível quando o crédito direcionado é racionado. Desta forma, no modelo, o volume de concessões será o instrumento de política do banco de desenvolvimento, e não sua taxa.

No modelo básico do acelerador financeiro, os empréstimos são concedidos tendo como garantia o capital das empresas. No entanto, quando se compara as características dos créditos bancários livre e direcionado no Brasil, percebe-se que os bancos comerciais dão preferência a modalidades de crédito com prazos mais curtos e colaterais de fácil recuperação, enquanto o crédito para investimento de longo prazo fica a cargo, sobretudo, do crédito direcionado do BNDES. Para reproduzir este fato no modelo de equilíbrio geral, introduziram-se dois tipos de capital físico. O primeiro tipo, com colateral de recuperação fácil, teria taxas de juros de mercado menores e seria facilmente financiável através de empréstimos de bancos comerciais. O segundo tipo de capital teria custos de recuperação altos e, consequentemente, maiores taxas de mercado para financiamentos. Aqui, o crédito direcionado é predominante, e expulsa totalmente o crédito livre do mercado. Este artifício de modelagem permite que apenas parte do capital possa ser usada como colateral do crédito livre, enquanto o crédito direcionado poderia ser utilizado para financiar todo tipo de capital produtivo.

Ainda procurando reproduzir as peculiaridades do crédito no Brasil, uma fração dos intermediários financeiros que concedem crédito livre é composta por bancos sob controle do governo. Tais bancos procuram conciliar dois objetivos possivelmente conflitantes: maximizar seus lucros (da mesma forma que os bancos privados) e perseguir metas de concessão de crédito traçadas pelo governo. Estes bancos disputam com os bancos privados o mesmo tipo de colateral de recuperação mais fácil, cuja disponibilidade é limitada. Para permitir a coexistência destes dois tipos de banco, inseriram-se os mesmos num ambiente de competição monopolística, que garante a possibilidade de praticarem preços diferentes mas ainda assim garantirem cada um sua fatia de mercado.

O modelo desenvolvido foi calibrado a fim de reproduzir as características da economia brasileira. À semelhança de Dixit e Lambertini (2003) e Kannan et al. (2009), estudou-se o problema de coordenação entre os dois instrumentos de política - aqui, os juros básicos e o volume de crédito dos bancos estatais. O resultado das simulações das regras ótimas e dos diferentes equilíbrios cooperativo e não-cooperativos indicam que os bancos estatais podem ter alguma influência sobre variáveis macroeconômicas, mas que a sua contribuição ou interferência nos objetivos de estabilização da autoridade monetária são pequenas.

O propósito deste artigo é avaliar os efeitos das políticas de crédito estatal sobre o comportamento dinâmico do modelo de equilíbrio geral. Não se procura fazer aqui qualquer análise de bem-estar econômico para averiguar se a influência governamental direta no mercado de crédito é economicamente vantajosa ou não para o agente representativo das famílias, na tentativa de justificar ou desaconselhar a existência desta modalidade de crédito. Para isso, outro tipo de modelo seria necessário, que levasse em conta possíveis externalidades positivas e negativas associadas a este tipo de crédito.

A seção 2 deste artigo apresenta a derivação do modelo utilizado, e a seção 3 discute o procedimento de calibração do modelo. As funções de resposta a impulso são apresentadas na seção 4. Na seção 5, são discutidos a política ótima e os equilíbrios cooperativo e não-cooperativo. A seção 6 apresenta alguns testes de robustez, e a seção 7 conclui.

1.2
Modelo

O modelo utilizado é uma variação dos modelos usuais de equilíbrio geral com acelerador financeiro para economias fechadas, semelhante, por exemplo, a Fernandez e Villaverde (2010) e Christiano et al. (2008). Além dos agentes usuais - famílias, produtores de bens intermediários, varejistas, produtores de bens de capital, empreendedores, governo e intermediários financeiros - o modelo é acrescido de um banco de desenvolvimento subordinado ao governo, que concede empréstimos aos empreendedores a juros abaixo dos praticados pelos intermediários financeiros privados. Assim, além dos instrumentos usuais de política monetária e fiscal, o governo controla também o volume e a taxa dos empréstimos do banco de desenvolvimento. Adicionalmente, parte dos bancos comerciais está sob controle estatal, e procuram conciliar os objetivos de maximização de lucros com metas para concessão agregada de crédito estipuladas pelo governo. O propósito do modelo é avaliar como as decisões governamentais sobre crédito direcionado e empréstimos por bancos comerciais públicos afetam a condução da política monetária, e como é a interação entre estes dois instrumentos em situações de equilíbrio cooperativo e não-cooperativo.

Há talvez várias justificativas microeconômicas para a utilização de crédito estatal - direcionado ou não - mais relevantes do que a estabilização macroeconômica, tais como correção de falhas de mercado, aproveitamento de externalidades positivas, e redistribuição de renda. No entanto, o foco do modelo se situa apenas na interação no nível macroeconômico entre política monetária e crédito direcionado, e tais aspectos microeconômicos são desconsiderados. Para manter a situação simples, deixaremos de lado também a escolha de política fiscal ótima. No modelo, a arrecadação fiscal será feita através de impostos distorcivos recolhidos das famílias sobre consumo, salários e depósitos, e a estacionariedade da dívida do governo será garantida por regras fiscais passivas, ou seja, os gastos e alíquotas de impostos serão respectivamente reduzidos e elevados em resposta a aumentos na dívida do governo.

1.2.1 Famílias

A economia é habitada por um contínuo de famílias que acumulam os rendimentos provenientes do trabalho, do lucro das empresas de sua propriedade e dos juros de depósitos bancários, e os utilizam para adquirir bens de consumo. A função de utilidade que procuram maximizar é dada por

$$\max_{\{C_{i,t},L_{i,t},D_{i,t}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \exp\left(z_t^C\right) \beta^t \left(\ln\left(C_{i,t} - \kappa C_{t-1}\right) - \frac{\psi}{1+\eta} \left(L_{i,t}\right)^{1+\eta} \right)$$

onde $C_{i,t}$ representa a quantidade consumida pela família i no período t do bem de consumo final, e $L_{i,t}$ é a quantidade de trabalho ofertada pela mesma família no período t. O parâmetro κ determina o grau de formação externa de hábito no consumo, C_{t-1} é o consumo médio das famílias no período $t-1$, e o parâmetro η está associado à desutilidade do trabalho. O choque de preferência z_t^C segue um processo AR(1) de média zero.

$$z_t^C = \rho_C z_{t-1}^C + \sigma_{\varepsilon,C} \varepsilon_{C,t}, \quad \varepsilon_{C,t} \sim N(0,1) \tag{2.1}$$

Cada família está sujeita à restrição orçamentária

$$(1+\tau_C)\,C_{i,t}+\frac{D_{i,t}}{P_t}=\frac{[R_{t-1}-\tau_D\,(R_{t-1}-1)]\,D_{i,t-1}}{P_t}+(1-\tau_L)\,\frac{W_{i,t}}{P_t}L_{i,t}$$
$$+\frac{T_{i,t}}{P_t}+\frac{T_{i,t}^{FI}}{P_t}+\frac{T_{i,t}^{KP,GC}}{P_t}+\frac{T_{i,t}^{KP,BG}}{P_t}+\frac{\Xi_{i,t}}{P_t} \tag{2.2}$$

onde P_t é o preço do bem de consumo, $D_{i,t}$ é o volume nominal de depósitos bancários acumulados pelo agente ao final do período, R_t é a taxa de juros que remunerará os depósitos $D_{i,t}$ no período $t+1$, $W_{i,t}$ é o salário nominal recebido por unidade do trabalho $L_{i,t}$ ofertado pela família, $T_{i,t}$, T_t^{FI}, $T_t^{KP,GC}$ e $T_t^{KP,BC}$ são transferências prevenientes dos firmas produtoras de bens intermediários, dos intermediários financeiros, e dos produtores de bens de capital. As famílias recolhem impostos sobre consumo, salários e rendimentos dos depósitos bancários, com alíquotas τ_C, τ_L e τ_D, respectivamente. A taxa de juros dos depósitos bancários é igual à taxa de juros básica da economia, controlada pela autoridade monetária.

Para representar a rigidez nominal dos salários, utiliza-se aqui a mesma abordagem de Erceg et al. (2000). O trabalho oferecido por cada família é diferenciado, o que lhe dá poder de mercado na determinação de seu salário. Por simplicidade, assume-se que as famílias oferecem seu trabalho para uma "agência de empregos"representativa competitiva, que agrega os esforços de trabalho diferenciados $L_{i,t}$ de todas as famílias para produzir um insumo de trabalho homogêneo L_t, que é vendido para as firmas produtoras de bens intermediários ao preço nominal W_t. A função de produção deste insumo homogêneo é representada por um agregado Dixit-Stiglitz:

$$L_t=\left(\int_0^1 L_{i,t}^{\frac{\varepsilon_W-1}{\varepsilon_W}}\,di\right)^{\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W-1}}$$

e cada família i recebe remuneração $W_{i,t}$ pelo seu trabalho. As condições de primeira ordem do problema da agência de empregos são

$$L_{i,t}=\left(\frac{W_{i,t}}{W_t}\right)^{-\varepsilon_W}L_t$$

$$W_t^{1-\varepsilon_W}=\int_0^1 W_{i,t}^{1-\varepsilon_W}di$$

$$\int_0^1 L_{i,t}W_{i,t}di=L_tW_t \tag{2.3}$$

Os salários nominais se comportam com rigidez segundo mecanismo de Calvo, pelo qual uma fração $1-\theta_W$ das famílias é autorizada a reajustar otimamente seus salários, enquanto as θ_W demais são obrigadas a seguir uma regra de indexação Π_t^{*W} dada por

$$\Pi_t^{*W} = \left(\Pi_{t-1}^W\right)^{\chi_W} \left(g_Z \Pi\right)^{1-\chi_W}$$

onde $\Pi_{t-1}^W = W_{t-1}/W_{t-2}$ é a inflação do índice de salários W_t no período $t-1$ e Π é a meta de inflação da autoridade monetária, suposta invariante. O parâmetro g_Z é a taxa determinística de crescimento da produtividade do trabalho, descrita mais adiante na função de produção dos bens intermediários. Sua presença na regra de indexação dos salários garante a existência de um equilíbrio em torno da tendência de crescimento da economia.

A presença de rigidez de salários introduz uma heterogeneidade nos salários das famílias que dificulta a agregação das condições de primeira ordem. Para contornar este problemas, introduziu-se o pagamento do seguro $\Xi_{i,t}$ na restrição orçamentária, cujo valor será descrito adiante.

O lagrangeano do problema deste consumidor é dado por

$$\max_{\{C_{i,t},W_{i,t},D_{i,t}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{c} \exp\left(z_t^C\right) \left[\ln\left(C_{i,t} - \kappa C_{t-1}\right) - \frac{\psi}{1+\eta} \left(\left(\frac{W_{i,t}}{W_t}\right)^{-\varepsilon_W} L_t \right)^{1+\eta} \right] \\ -\Lambda_{i,t} \left(\begin{array}{c} \left(1+\tau_C\right) C_{i,t} + \frac{D_{i,t}}{P_t} \\ -\frac{\left[R_{t-1} - \tau_D\left(R_{t-1}-1\right)\right] D_{i,t-1}}{P_t} \\ -\left(1-\tau_L\right) \frac{W_t}{P_t} \left(\frac{W_{i,t}}{W_t}\right)^{1-\varepsilon_W} L_t \\ -\frac{T_{i,t}}{P_t} - \frac{T_{i,t}^{FI}}{P_t} - \frac{T_{i,t}^{KP,GC}}{P_t} - \frac{T_{i,t}^{KP,BG}}{P_t} - \frac{\Xi_{i,t}}{P_t} \end{array} \right) \end{array} \right)$$

além da rigidez de Calvo. As condições de primeira ordem para consumo e depósitos são

$$\exp\left(z_t^C\right) \frac{1}{C_{i,t} - \kappa C_{t-1}} = \left(1+\tau_C\right) \Lambda_{i,t}$$

$$\Lambda_{i,t} = \beta E_t \frac{\Lambda_{i,t+1}\left[R_t - \tau_D\left(R_t - 1\right)\right]}{\Pi_{t+1}}$$

onde $\Lambda_{i,t}$ é o multiplicador de Lagrange da restrição orçamentária. Já a condição de primeira ordem para o salário $W_{i,t}$ das famílias autorizadas a reajustar otimamente, considerando a rigidez de Calvo, é dada por

$$\begin{aligned} &\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta_W \beta\right)^k \exp\left(z_{t+k}^C\right) \psi \left(\left(\frac{\Pi_{t,t+k}^{*W}}{\Pi_{t,t+k}^W}\right)^{-\varepsilon_W} L_{t+k} \right)^{1+\eta} \\ &= \left(\frac{W_{i,t}^O}{W_t}\right)^{1+\eta\varepsilon_W} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta_W \beta\right)^k \Lambda_{i,t+k} \left(1-\tau_L\right) \frac{W_{t+k}}{P_{t+k}} \left(\frac{\Pi_{t,t+k}^{*W}}{\Pi_{t,t+k}^W}\right)^{1-\varepsilon_W} L_{t+k} \end{aligned}$$

onde $W_{i,t}^O$ é o salário ótimo escolhido, $\Pi_{t,t+k}^W$ é o valor acumulado da inflação dos salários entre os períodos t e $t+k$, e $\Pi^{*W}_{t,t+k}$ é o valor acumulado da regra de reajuste salarial das famílias que não reajustam. Para eliminar a somatória usando formas recursivas, introduzem-se duas variáveis auxiliares $f^{1W}_{i,t}$ e $f^{2W}_{i,t}$, definidas como

$$\begin{aligned} f^{1W}_{i,t} &= E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta_W \beta)^k \exp\left(z^C_{t+k}\right) \psi \left(\left(\frac{\Pi^{*W}_{t,t+k}}{\Pi^{W}_{t,t+k}} \right)^{-\varepsilon_W} L_{t+k} \right)^{1+\eta} \\ &= \exp\left(z^C_t\right) \psi \left(L_t\right)^{1+\eta} + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi^{*W}_{t+1}}{\Pi^{W}_{t+1}} \right)^{-\varepsilon_W (1+\eta)} f^{1W}_{i,t+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^{2W}_{i,t} &= E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta_W \beta)^k \Lambda_{i,t+k} \left(1-\tau_L\right) \frac{W_{t+k}}{P_{t+k}} \left(\frac{\Pi^{*W}_{t,t+k}}{\Pi^{W}_{t,t+k}} \right)^{1-\varepsilon_W} L_{t+k} \\ &= \Lambda_{i,t} \left(1-\tau_L\right) \frac{W_t}{P_t} L_t + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi^{*W}_{t+1}}{\Pi^{W}_{t+1}} \right)^{1-\varepsilon_W} f^{2W}_{i,t+1} \end{aligned}$$

Substituindo na condição de primeira ordem para os salário, obtém-se

$$\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W - 1} f^{1W}_{i,t} = \left(\frac{W^O_{i,t}}{W_t} \right)^{1+\eta\varepsilon_W} f^{2W}_{i,t}$$

Agrupando as condições de primeira ordem para a família i autorizada a reajustar salários otimamente, tem-se

$$\exp\left(z^C_t\right) \frac{1}{C_{i,t} - \kappa C_{t-1}} = \left(1+\tau_C\right) \Lambda_{i,t}$$

$$\Lambda_{i,t} = \beta E_t \frac{\Lambda_{i,t+1} \left[R_t - \tau_D \left(R_t - 1\right)\right]}{\Pi_{t+1}}$$

$$\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W - 1} f^{1W}_{i,t} = \left(\frac{W^O_{i,t}}{W_t} \right)^{1+\eta\varepsilon_W} f^{2W}_{i,t}$$

$$f^{1W}_{i,t} = \exp\left(z^C_t\right) \psi \left(L_t\right)^{1+\eta} + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi^{*W}_{t+1}}{\Pi^{W}_{t+1}} \right)^{-\varepsilon_W (1+\eta)} f^{1W}_{i,t+1}$$

$$f^{2W}_{i,t} = \Lambda_{i,t} \left(1-\tau_L\right) W^r_t L_t + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi^{*W}_{t+1}}{\Pi^{W}_{t+1}} \right)^{1-\varepsilon_W} f^{2W}_{i,t+1}$$

$$\begin{aligned} \left(1+\tau_C\right) C_{i,t} + \frac{D_{i,t}}{P_t} =& \frac{\left[R_{t-1} - \tau_D \left(R_{t-1} - 1\right)\right]}{\Pi_t} \frac{D_{i,t-1}}{P_{t-1}} + \left(1-\tau_L\right) \frac{W_{i,t}}{P_t} L_{i,t} \\ &+ \frac{T_{i,t}}{P_t} + \frac{T^{FI}_{i,t}}{P_t} + \frac{T^{KP,GC}_{i,t}}{P_t} + \frac{T^{KP,BG}_{i,t}}{P_t} + \frac{\Xi_{i,t}}{P_t} \end{aligned}$$

onde $W_t^r = W_t/P_t$ é o salário real e $\Pi_{t+1} = P_t/P_{t-1}$ é a inflação do preço do bem de consumo. Para evitar os problemas associados a desigualdade de riqueza, assume-se que as transferências e as condições iniciais $(C_{i,t-1}, D_{i,t-1})$ são idênticas para todas as famílias. Segue que a solução acima é a mesma para todas as famílias otimizadoras.

Para concluir o processo de agregação, considera-se que, para qualquer família i, autorizada ou não a reajustar otimamente, o pagamento contingente do seguro $\Xi_{i,t}$ é dado por

$$\Xi_{i,t} = W_t L_t - W_{i,t} L_{i,t}$$

o que assegura uma remuneração do trabalho igual à média de todas as famílias, já que

$$\int_0^1 L_{i,t} W_{i,t} di = L_t W_t \Rightarrow \int_0^1 \Xi_{i,t} di = 0$$

Desta forma, as condições de primeira ordem para o consumo e para os depósitos, juntamente com a restrição orçamentária, tornam-se idênticas para todas as famílias, fazendo com que os valores de $C_{i,t}$ e $\Lambda_{i,t}$ sejam iguais para todas.

Por fim, da condição de primeira ordem para o índice de salários W_t, podemos relacionar o salário ótimo W_t^O com a variação Π_t^W do índice dos salários:

$$\begin{aligned}
W_t^{1-\varepsilon_W} &= \int_0^1 W_{i,t}^{1-\varepsilon_W} di \\
W_t^{1-\varepsilon_W} &= \theta_W \int_0^1 \left(\Pi_t^{*W} W_{i,t-1}\right)^{1-\varepsilon_W} di + (1-\theta_W) \int_0^1 \left(W_{i,t}^O\right)^{1-\varepsilon_W} di \\
1 &= \theta_W \left(\frac{\Pi_t^{*W}}{\Pi_t^W}\right)^{1-\varepsilon_W} + (1-\theta_W) \left(\frac{W_t^O}{W_t}\right)^{1-\varepsilon_W}
\end{aligned}$$

Em resumo, as condições de primeira ordem do problema das famílias são

$$\exp\left(z_t^C\right) \frac{1}{C_t - \kappa C_{t-1}} = (1+\tau_C)\,\Lambda_t \tag{2.4}$$

$$\Lambda_t = \beta E_t \frac{\Lambda_{t+1}\left[R_t - \tau_D\left(R_t - 1\right)\right]}{\Pi_{t+1}} \tag{2.5}$$

$$\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W - 1} f_t^{1W} = \left(\frac{W_t^O}{W_t}\right)^{1+\eta\varepsilon_W} f_t^{2W} \tag{2.6}$$

$$f_t^{1W} = \exp\left(z_t^C\right) \psi \left(L_t\right)^{1+\eta} + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi_{t+1}^{*W}}{\Pi_{t+1}^W}\right)^{-\varepsilon_W(1+\eta)} f_{t+1}^{1W} \tag{2.7}$$

$$f_t^{2W} = \Lambda_t \left(1-\tau_L\right) W_t^r L_t + \theta_W \beta E_t \left(\frac{\Pi_{t+1}^{*W}}{\Pi_{t+1}^W}\right)^{1-\varepsilon_W} f_{t+1}^{2W} \tag{2.8}$$

$$\Pi_t^W = \frac{W_t^r}{W_{t-1}^r}\Pi_t \tag{2.9}$$

$$\Pi_t^{*W} = \left(\Pi_{t-1}^W\right)^{\chi_W}(\Pi)^{1-\chi_W} \tag{2.10}$$

$$1 = \theta_W\left(\frac{\Pi_t^{*W}}{\Pi_t^W}\right)^{1-\varepsilon_W} + (1-\theta_W)\left(\frac{W_t^O}{W_t}\right)^{1-\varepsilon_W} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}(1+\tau_C)\,C_t + \frac{D_t}{P_t} &= \frac{[R_{t-1} - \tau_D\,(R_{t-1}-1)]}{\Pi_t}\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} + (1-\tau_L)\,\frac{W_t}{P_t}L_t \\ &+ \frac{T_t}{P_t} + \frac{T_t^{FI}}{P_t} + \frac{T_t^{KP,GC}}{P_t} + \frac{T_t^{KP,BG}}{P_t}\end{aligned} \tag{2.12}$$

onde $C_t = \int_0^1 C_{i,t}di$, $D_t = \int_0^1 D_{i,t}di$ e $T_t^X = \int_0^1 T_{i,t}^X di$, $T_{i,t}^X = \left\{T_t, T_t^{FI}, T_t^{KP,GC}, T_t^{KP,BG}\right\}$

1.2.2
Produtores de Bens Finais

Os bens finais são homogêneos e produzidos por uma firma representativa que opera num mercado competitivo. A sua função de produção é dada por

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

onde $Y_{i,t}$ é a quantidade de insumos intermediários do tipo i, de preço $P_{i,t}$. O produtor do bem final escolhe a quantidade de cada bem intermediário utilizado na produção de forma a minimizar os custos. Seu problema de minimização pode ser descrito como

$$\begin{aligned}&\min_{\{Y_{i,t}\}}\int_0^1 P_{i,t}Y_{i,t}di \\ &s.a.\ \ Y_t = \left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}\end{aligned}$$

O lagrangeano do problema é

$$L = \int_0^1 P_{i,t}Y_{i,t}di - \Lambda_t^{BF}\left[\left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - Y_t\right]$$

e as condições de primeira ordem são

$$P_{i,t} = \Lambda_t^{BF}\left[\frac{Y_{i,t}}{Y_t}\right]^{-\frac{1}{\varepsilon}}$$

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Eliminando o multiplicador de Lagrange:

$$\Lambda_t^{BF} = P_{j,t} \left[\frac{Y_{j,t}}{Y_t} \right]^{\frac{1}{\varepsilon}} = P_{i,t} \left[\frac{Y_{i,t}}{Y_t} \right]^{\frac{1}{\varepsilon}}$$
$$\Rightarrow Y_{i,t} = Y_{j,t} \left(\frac{P_{i,t}}{P_{j,t}} \right)^{-\varepsilon}$$

Substituindo esta condição da função de produção, tem-se

$$\begin{aligned} Y_t &= \left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \\ &= Y_{j,t} \left(P_{j,t} \right)^{\varepsilon} \left(\int_0^1 \left(P_{i,t} \right)^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \end{aligned}$$

$$Y_{j,t} = Y_t \left(P_{j,t} \right)^{-\varepsilon} \left(\int_0^1 \left(P_{i,t} \right)^{1-\varepsilon} di \right)^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Usando esta relação na condição de lucro zero do produtor de bens finais, obtém-se a relação entre o preço do bem final e os preços dos bens intermediários.

$$\begin{aligned} P_t Y_t = \quad & \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} di = \quad Y_t \left(\int_0^1 \left(P_{i,t} \right)^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \\ \Rightarrow \quad & P_t = \quad \left(\int_0^1 \left(P_{i,t} \right)^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Desta forma, a relação entre os volumes produzidos do bem final e dos bens intermediários é dada por

$$Y_{j,t} = Y_t \left(\frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \tag{2.14}$$

Esta relação determina a curva de demanda do produtor do bem intermediário j, que, portanto, tem poder de mercado na determinação dos preços de seus produtos.

1.2.3 Produtores de Bens Intermediários

A produção de bens intermediários utiliza capital e trabalho e apresenta ganhos constantes de escala, podendo ser representada por uma função

$$Y_{i,t} = A \exp \left(z_t^A \right) \left[K_{i,t-1} \right]^{\alpha} \left(Z_t L_{i,t} \right)^{1-\alpha}$$

onde $K_{i,t-1}$ é o volume de capital empregado (alugado dos empreendedores), $L_{i,t}$ é a quantidade de trabalho utilizada, Z_t e z_t^A representam a tendência determinística e choque transitórios da tecnologia de produção, e seguem os processos

$$z_t^A = \rho_A z_{t-1}^A + \sigma_{\varepsilon,A}\varepsilon_{A,t}, \ \ \varepsilon_{A,t} \sim N(0,1) \tag{2.15}$$

$$Z_t = g_Z Z_{t-1} \tag{2.16}$$

A cada período, o produtor escolhe as quantidades de trabalho e capital que acarretam o mínimo custo de produção, dados o salário nominal W_t da mão-de-obra e o custo nominal $P_t R_t^K$ do aluguel do capital. Há também um custo de financiamento de capital de giro, já que uma fração γ^{WC} dos recursos utilizados para pagar salários e aluguel de capital é tomada de intermediários financeiros, e deve ser remunerada à taxa R_t ainda no período t. Formalmente, o produtor de bens intermediários resolve o problema

$$\begin{aligned}
&\min_{\{K_{i,t}^{GC}, K_{i,t}^{BC}, L_{i,t}\}} \left(1+\gamma^{WC}(R_t-1)\right)\left(W_t L_{i,t} + P_t K_{i,t-1} R_t^K\right) \\
&s.a. \ \ Y_{i,t} = A\exp\left(z_t^A\right)\left[K_{i,t-1}\right]^{\alpha}\left(Z_t L_{i,t}\right)^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

Sob estas condições, as quantidades ótimas de capital e trabalho utilizadas são tais que:

$$\frac{W_t^r L_{i,t}}{1-\alpha} = \frac{R_t^K K_{i,t-1}}{\alpha}$$

$$Y_{i,t} = A\exp\left(z_t^A\right)\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{W_t^r}{Z_t R_t^K}\right)\right]^{\alpha} Z_t L_{i,t}$$

O custo total da produção é dado por

$$\begin{aligned}
&\left(1+\gamma^{WC}(R_t-1)\right)\left(W_t L_{i,t} + P_t K_{i,t-1} R_t^K\right) \\
&= \left(1+\gamma^{WC}(R_t-1)\right)\frac{1}{A\exp\left(z_t^A\right)}\left[\frac{R_t^K}{\alpha}\right]^{\alpha}\left(\frac{W_t^r}{Z_t(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} Y_{i,t}
\end{aligned}$$

e o custo marginal real é

$$MC_t = \left(1+\gamma^{WC}(R_t-1)\right)\frac{1}{A\exp\left(z_t^A\right)}\left[\frac{R_t^K}{\alpha}\right]^{\alpha}\left(\frac{W_t^r}{Z_t(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} \tag{2.17}$$

idêntico para todos os produtores de bens intermediários, já que não depende do índice i.

Para calcular os valores agregados de trabalho e capital, precisamos computar a integral simples de $Y_{i,t}$ em i.

$$\int_0^1 Y_{i,t}di = Y_t \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di = \upsilon_t Y_t$$

onde

$$\upsilon_t \equiv \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di \qquad (2.18)$$

é uma medida de dispersão dos preços dos bens intermediários.

Definindo $L_t = \int_0^1 L_{i,t}di$, e $K_t = \int_0^1 K_{i,t}di$, e usando a expressão acima, chega-se às relações

$$\upsilon_t Y_t = A \exp\left(z_t^A\right) \left[K_{t-1}\right]^{\alpha} \left(Z_t L_t\right)^{1-\alpha} \qquad (2.19)$$

$$\frac{W_t^r L_t}{1-\alpha} = \frac{R_t^K K_{t-1}}{\alpha} \qquad (2.20)$$

Conforme a função de demanda descrita no problema do produtor do bem final, cada produtor de bens intermediários possui algum poder de mercado, e pode escolher seu volume de produção e seu preço de forma a maximizar seus lucros. No entanto, os preços não são completamente flexíveis, estando sujeitos a rigidez segundo o mecanismo de Calvo. Desta forma, dado o nível de produção de bens finais Y_t e seu preço P_t, o problema de maximização de lucros do produtor do bem intermediário i é dado por

$$\max_{P_{i,t},Y_{i,t}} E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \exp\left(z_{t+\tau}^C\right) (\beta\theta)^{\tau} \frac{\Lambda_{t+\tau}}{\Lambda_t} \left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^* P_{i,t}}{P_{t+\tau}} - MC_{t+\tau}\right) Y_{i,t+\tau}$$

$$s.a.\ Y_{i,t+\tau} = \left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^* P_{i,t}}{P_{t+\tau}}\right)^{-\varepsilon} Y_{t+\tau}$$

$$\Pi_{t,t+\tau}^* = \prod_{k=1}^{\tau} \Pi_{t+k}^*$$

onde o fator de desconto estocástico $\beta^\tau \Lambda_{t+\tau}/\Lambda_t$ deriva das condições de primeira ordem do problema das famílias. O reajuste de preços segue especificação a la Calvo: a cada período, existe uma probabilidade $1-\theta$ da empresa escolher seus preços de forma ótima, e probabilidade θ de reajustar segundo a regra de indexação

$$\Pi_t^* = \left(\Pi_{t-1}\right)^{\chi} \left(\Pi\right)^{1-\chi} \qquad (2.21)$$

onde Π_{t-1} é a inflação do período anterior e Π é a inflação do estado estacionário, que pode ser encarada como a meta de longo prazo da autoridade monetária. O problema acima resulta na seguinte condição de primeira ordem para o preço ótimo $P_{i,t}^{o}$:

$$\left(\frac{P_{i,t}^{o}}{P_t}\right) E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta)^{\tau} \frac{\Lambda_{t+\tau}}{\Lambda_t} \left[\left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^{*}}{\Pi_{t,t+\tau}}\right)^{1-\varepsilon}\right] Y_{t+\tau} =$$
$$= \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \exp\left(z_{t+\tau}^{C}\right) (\beta\theta)^{\tau} \frac{\Lambda_{t+\tau}}{\Lambda_t} \left[MC_{t+\tau}\left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^{*}}{\Pi_{t,t+\tau}}\right)^{-\varepsilon}\right] Y_{t+\tau}$$

Como $P_{i,t}^{o}$ não depende de i, podemos representá-lo como P_t^o. Definindo $Q_t^O = P_t^o/P_t$ e as variáveis auxiliares f_t^1 e f_t^2 abaixo

$$f_t^1 = E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta)_{t+\tau}^{\tau} \Lambda_{t+\tau} \left[MC_{t+\tau}\left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^{*}}{\Pi_{t,t+\tau}}\right)^{-\varepsilon}\right] Y_{t+\tau}$$
$$f_t^2 = E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta)_{t+\tau}^{\tau} \Lambda_{t+\tau} \left[\left(\frac{\Pi_{t,t+\tau}^{*}}{\Pi_{t,t+\tau}}\right)^{1-\varepsilon}\right] Y_{t+\tau}$$

a condição de primeira ordem equivale a

$$Q_t^o f_t^2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} f_t^1 \tag{2.22}$$

$$f_t^1 = \Lambda_t Y_t MC_t + \beta\theta E_t \left(\frac{\Pi_{t+1}^{*}}{\Pi_{t+1}}\right)^{-\varepsilon} f_{t+1}^1 \tag{2.23}$$

$$f_t^2 = \Lambda_t Y_t + \beta\theta E_t \left(\frac{\Pi_{t+1}^{*}}{\Pi_{t+1}}\right)^{1-\varepsilon} f_{t+1}^2 \tag{2.24}$$

O mecanismo de rigidez de Calvo implica que uma fração $1-\theta$ dos preços em t é igual P_t^o, e os demais são reajustados segundo Π_t^*. Substituindo na equação do preço do bem final, tem-se

$$P_t^{1-\varepsilon} = \int_0^1 (P_{i,t})^{1-\varepsilon} di = \theta \int_0^1 \left(\Pi_t^* P_{i,t-1}\right)^{1-\varepsilon} di + (1-\theta)\left(P_t^o\right)^{1-\varepsilon}$$
$$= \theta\left(\Pi_t^* P_{i,t-1}\right)^{1-\varepsilon} + (1-\theta)\left(P_t^o\right)^{1-\varepsilon}$$

e, segue que

$$1 = \theta\left(\frac{\Pi_t^*}{\Pi_t}\right)^{1-\varepsilon} + (1-\theta)\left(Q_t^o\right)^{1-\varepsilon} \tag{2.25}$$

Procedendo de modo análogo com a medida v_t de dispersão de preços, obtemos

$$
\begin{aligned}
\upsilon_t &= \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di \\
\upsilon_t &= \theta \int_0^1 \left(\frac{\Pi_t^* P_{i,t-1}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di + (1-\theta)\left(Q_t^o\right)^{-\varepsilon} \\
\upsilon_t &= \theta \left(\frac{\Pi_t^*}{\Pi_t}\right)^{-\varepsilon} \upsilon_{t-1} + (1-\theta)\left(Q_t^o\right)^{-\varepsilon} \qquad (2.26)
\end{aligned}
$$

O valor agregado dos lucros dos produtores de bens intermediários, que é repassado às famílias, é dado por

$$
\begin{aligned}
T_t &= \int_0^1 \left(P_{i,t} Y_{i,t} - \left(1 + \gamma^{WC}\left(R_t - 1\right)\right)\left(W_t L_{i,t} + P_t K_{i,t-1} R_t^K\right)\right) di \\
&= P_t Y_t - \left(1 + \gamma^{WC}\left(R_t - 1\right)\right)\left(W_t L_{i,t} + P_t K_{i,t-1} R_t^K\right) \qquad (2.27)
\end{aligned}
$$

1.2.4 Produtores de Capital

Há dois tipos de produtores de capital, um para o capital de tipo GC e outro para o tipo BC. O comportamento de ambos é análogo, e descrito conjuntamente abaixo, onde o sobrescrito T representa o tipo do capital. O papel de cada tipo de bem de capital será detalhado no problema do empreendedor.

O investimento em capital físico é feito por um produtor representativo que compra o capital velho depreciado $\left(1-\delta^T\right) K_{t-1}^T$ dos empreendedores (após seu uso pelos produtores de bens intermediários), agrega novo investimento I_t^T, e vende o novo capital de volta aos empreendedores. Este dispêndio com investimento, no entanto, não se torna imediatamente capital produtivo. Como em boa parte do processo de formação de capital na economia real, é necessário tempo para que o investimento feito seja transformado em capital efetivamente produtivo (conforme argumentado por Kydland e Prescott (1982), por exemplo). Para representar de forma analiticamente simples este processo, criou-se uma variável auxiliar $K_t^{unf,T}$ que representa os bens de capital ainda em fase de maturação. A cada período, o novo investimento I_i^T é acrescentado a este estoque intermediário de capital físico, e uma fração $\left(1-\nu^T\right)$ do estoque $K_t^{unf,T}$ matura na forma de bens de capital efetivamente produtivos. Esta formulação permite que o processo de maturação do capital seja incorporado ao modelo DSGE de uma forma recursiva e simples, evitando a criação de um número grande de variáveis de estado necessário em se utilizando a modelagem original de Kydland e Prescott (1982). Adicionalmente, existe um custo de ajustamento associado ao nível de investimento. Assim, o capital novo produzido em t é

$$K_t^T = \left(1-\delta^T\right)K_{t-1}^T + \left(1-\nu^T\right)K_t^{unf,T}$$

$$K_t^{unf,T} = \nu^T K_{t-1}^{unf,T} + \left(1 - S\left(\frac{I_t^T}{\exp\left(z_t^{I,T}\right)I_{t-1}^T}\right)\right)I_t^T$$

$$z_t^{I,T} = \rho_{I,T}z_{t-1}^{I,T} + \sigma_{\varepsilon,I,T}.\varepsilon_{I,T,t}, \quad \varepsilon_{I,T,t} \sim N(0,1)$$

onde δ^T é a taxa de depreciação, e a função $S(x)$ representa custos de ajustamento tais que $S(g_Z) = 0$, $S'(g_Z) = 0$, $S''(x) = \kappa_T > 0$. O choque nos custos de ajustamento segue processo AR(1). O produtor opera num mercado perfeitamente competitivo, e toma o preço do capital $P_t Q_t^T$ como dado. Seu fluxo de caixa no período t é

$$T_t^{KP,T} = P_t Q_t^T\left(K_t^T - \left(1-\delta^T\right)K_{t-1}^T\right) - P_t I_t^T = P_t Q_t^T\left(1-\nu^T\right)K_t^{unf,T} - P_t I_t^T$$

ou seja, o lucro é afetado pelo nível de investimento do período anterior, devido à existência de custos de ajustamento. Assim, o produtor decide o volume de investimentos de forma a maximizar o valor presente de seus fluxos de caixa, ou seja

$$\max_{\left\{I_{\tau+\tau},\bar{K}_{t+\tau}^T\right\}} E_t\sum_{\tau=0}^{\infty}\beta^\tau\frac{\Lambda_{t+\tau}}{\Lambda_t}\left[Q_{t+\tau}^T\left(1-\nu^T\right)K_{t+\tau}^{unf,T} - I_{t+\tau}^T\right]$$

$$\text{s.a. } K_{t+\tau}^{unf,T} = \nu^T K_{t+\tau-1}^{unf,T} + \left(1 - S\left(\frac{I_{t+\tau}^T}{\exp\left(z_{t+\tau}^{I,T}\right)I_{t+\tau-1}^T}\right)\right)I_{t+\tau}^T$$

e as condições de primeira ordem do problema são

$$Q_t^T\left(1-\nu^T\right) = \mu_t^{K,T} - \nu^T\beta E_t\frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t}\mu_{t+1}^{K,T} \tag{2.28}$$

$$\mu_t^{K,T}\left[1 - S\left(\frac{I_t^T}{\exp\left(z_t^{I,T}\right)I_{t-1}^T}\right) - S'\left(\frac{I_t^T}{\exp\left(z_t^{I,T}\right)I_{t-1}^T}\right)\frac{I_t^T}{\exp\left(z_t^{I,T}\right)I_{t-1}^T}\right] +$$
$$\beta E_t\frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t}\mu_{t+1}^{K,T}S'\left(\frac{I_{t+1}^T}{\exp\left(z_{t+1}^{I,T}\right)I_t^T}\right)\left(\frac{I_{t+1}^T}{I_t^T}\right)^2\frac{1}{\exp\left(z_{t+1}^{I,T}\right)} = 1 \tag{2.29}$$

$$K_t^T = \left(1-\delta^T\right)K_{t-1}^T + \left(1-\nu^T\right)K_t^{unf,T} \tag{2.30}$$

$$K_t^{unf,T} = \nu^T K_{t-1}^{unf,T} + \left(1 - S\left(\frac{I_t^T}{I_{t-1}^T}\right)\right) I_t^T \qquad (2.31)$$

1.2.5 Empreendedores

Os empreendedores deste modelo são semelhantes aos de Christiano et al. (2008). No final do período t, adquirem capital físico que será alugado aos produtores de bens intermediários em $t+1$, e após seu uso, sofrerá depreciação e será vendido a preço de mercado. O empreendedor adquire o capital usando recursos próprios e empréstimos bancários, e sua responsabilidade está limitada aos recursos próprios que aportou. No início do período $t+1$, antes de ser alugado, o volume de capital sofre um choque idiossincrático multiplicativo de média 1, representando o risco da atividade empresarial. Se, após o aluguel e depreciação, o valor do empreendimento for inferior ao montante da dívida bancária, o empreendedor quebra, entregando todos os ativos ao banco, que arcará com o prejuízo e com os custos de monitoramento e recuperação dos ativos.

O modelo difere de Christiano et al. (2008) por apresentar três tipos de agentes financeiros concedendo empréstimos - bancos comerciais privados, bancos comerciais públicos e um banco de desenvolvimento - e por comportar duas modalidades de capital, que diferem quanto aos custos de monitoramento e de recuperação em caso de inadimplência do empreendedor. A modalidade de capital com os custos de recuperação maiores representaria os ativos de revenda difícil, como maquinário especializado, plantas industriais e ativos intangíveis. O capital com menores custos de recuperação representaria colaterais mais líquidos, como estoques de bens acabados, veículos e imóveis comerciais. Cada empréstimo é vinculado a um dos tipos de capital como colateral. Sob mesma probabilidade de inadimplência, os bancos comerciais, evidentemente, dariam preferência a ativos com menores custos de recuperação, e, consequentemente, as taxas de juros destes empréstimo seriam menores do que aquelas que financiariam a aquisição dos bens de capital de recuperação mais difícil.

A função do banco de desenvolvimento seria suprir a carência de crédito para a aquisição dos ativos de difícil recuperação. A idéia é representar a atuação do BNDES no mercado de crédito brasileiro, onde os bancos comerciais concentram carteiras de créditos em modalidades de prazos mais curtos e com colaterais de maior liquidez, enquanto o BNDES procura suprir a carência de recursos para financiamento de investimentos de longo prazo, naturalmente mais arriscados e associados a ativos colaterais de revenda mais difícil.

Outra diferença com relação ao modelo de Christiano et al. (2008) está na existência de bancos comerciais públicos, sob controle estatal. Ao invés de um ambiente de competição perfeita, os bancos comerciais operam sob competição monopolística, possuindo algum poder de mercado para estipular suas taxas de juros para empréstimos. Enquanto os bancos privados se preocupam em maximizar seus lucros, os bancos comerciais públicos se dividem entre dois objetivos muitas vezes conflitantes: obter o máximo de lucro ou contribuir para estabilizar o volume total de crédito, segundo diretrizes do governo.

No modelo, o capital com custos de recuperação baixos é representado pelo índice GC, e o com custos altos por BC. Ao final do período t, o empreendedor i adquire novos capitais físicos $K_{i,t}^{GC}$ e $K_{i,t}^{BC}$ a preços $P_t Q_t^{GC}$ e $P_t Q_t^{BC}$, utilizando recursos próprios $P_t N_{i,t}$, empréstimos direcionados $P_t B_{i,t}^{dev}$ oferecidos pelo banco de desenvolvimento, empréstimos $P_t B_{i,t}^{priv}$ dos bancos comerciais privados e empréstimos $P_t B_{i,t}^{pub}$ dos bancos comerciais públicos. Sua restrição orçamentária é

$$P_t Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} + P_t Q_t^{BC} K_{i,t}^{BC} \leq P_t N_{i,t} + P_t B_{i,t}^{priv} + P_t B_{i,t}^{pub} + P_t B_{i,t}^{dev}$$

No início do período $t+1$, os capitais físicos adquiridos sofrem um choque idiossincrático comum $\omega_{i,t+1}$ com distribuição lognormal F de parâmetros $\mu_{\omega,t+1}$ e $\sigma_{\omega,t+1}$, tal que $E_t \omega_{i,t+1} = 1$.

$$E_t \omega_{i,t+1} = e^{\mu_{\omega,t+1} + 0.5(\sigma_{\omega,t+1})^2} = 1 \Rightarrow \mu_{\omega,t+1} = -\frac{1}{2} \left(\sigma_{\omega,t+1}\right)^2$$

O parâmetro do desvio padrão $\sigma_{\omega,t}$ segue um processo AR(1)

$$\begin{aligned} \log \sigma_{\omega,t} &= (1-\rho_\sigma) \log \sigma_\omega + \rho_\sigma \log \sigma_{\omega,t-1} + \eta_{\varepsilon,\sigma} \varepsilon_{\sigma,t}, \quad \varepsilon_{\sigma,t} \sim N(0,1) \\ \Rightarrow \log \frac{\sigma_{\omega,t}}{\sigma_\omega} &\equiv \widehat{\sigma}_{\omega,t} = \rho_\sigma \log \widehat{\sigma}_{\omega,t-1} + \eta_{\varepsilon,\sigma} \varepsilon_{\sigma,t} \end{aligned} \tag{2.32}$$

O valor de $\sigma_{\omega,t,+1}$ é conhecido pelo empreendedor ao final do período t, imediatamente antes de sua decisão de investimento. No início do período $t+1$, o choque $\omega_{i,t+1}$ se realiza, e as quantidades de capital físico do empreendedor passam a ser $\omega_{i,t+1} K_{i,t}^{GC}$ e $\omega_{i,t+1} K_{i,t}^{BC}$.

Ambos os tipos de capital são associados pelo empreendedor para constituir um terceiro tipo de capital $K_{i,t}$, segundo a função

$$K_{i,t} = \left(\varpi^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{BC}\right)^{\frac{\xi_K - 1}{\xi_K}} + (1-\varpi)^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{GC}\right)^{\frac{\xi_K - 1}{\xi_K}} \right)^{\frac{\xi_K}{\xi_K - 1}}$$

Este capital é alugado aos produtores de bens intermediários à taxa

R^K_{t+1}.Ao final do período, os capitais GC e BC sofrem depreciação δ^{GC} e δ^{BC}, respectivamente, e são vendidos aos produtores de bens de capital a preços Q^{GC}_{t+1} e Q^{BC}_{t+1}. Assim, o retorno médio nominal total R^T_{t+1} do capital físico dos empreendedores no período $t+1$ é dado por

$$
\begin{aligned}
&R^T_{t+1}\left(Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t} + Q^{BC}_t K^{BC}_{i,t}\right) \equiv \\
&\equiv \int_0^\infty \omega \frac{P_{t+1}}{P_t} \left[\begin{array}{c} R^K_{t+1} K_{i,t} + Q^{GC}_{t+1}\left(1-\delta^{GC}\right) K^{GC}_{i,t} \\ +Q^{BC}_{t+1}\left(1-\delta^{BC}\right) K^{BC}_{i,t} \end{array} \right] dF\left(\omega, \sigma^T_{\omega,t+1}\right) \\
&= \frac{P_{t+1}}{P_t} \left[\begin{array}{c} R^K_{t+1} K_{i,t} + Q^{GC}_{t+1}\left(1-\delta^{GC}\right) K^{GC}_{i,t} \\ +Q^{BC}_{t+1}\left(1-\delta^{BC}\right) K^{BC}_{i,t} \end{array} \right]
\end{aligned}
$$

O empreendedor toma empréstimos bancários $P_t B^{priv}_{i,t}$ e $P_t B^{pub}_{i,t}$ a taxas nominais $R^{L,priv}_{i,t}$ e $R^{L,pub}_{i,t}$, e créditos $P_t B^{dev}_{i,t}$ do banco de desenvolvimento à taxa nominal $R^{L,dev}_{i,t}$, os quais deverão quitados integralmente. Caso contrário, o empreendedor deverá entregar todos seus ativos aos bancos. Assim, o valor mínimo $\varpi_{i,t+1}$ de $\omega_{i,t+1}$ para o qual ainda é vantajoso ao empreendedor quitar a sua dívida bancária em $t+1$ é dado por

$$
R^{L,priv}_{i,t} P_t B^{priv}_{i,t} + R^{L,pub}_{i,t} P_t B^{pub}_{i,t} + R^{L,dev}_{i,t} P_t B^{dev}_{i,t} = \varpi_{i,t+1} R^T_{t+1} P_t \left(^{GC}_t K^{GC}_t + Q^{BC}_t K^{BC}_t\right)
$$

Em caso de default, os ativos são retomados pelos bancos comerciais e pelo banco de investimento. Os bancos comerciais privados e público aceitam como colateral apenas o capital do tipo GC, que, em caso de inadimplência, é repartido entre os credores proporcionalmente ao montante devido a cada um. Esta tarefa acarreta um custo de monitoramento igual a uma fração μ^{GC} do valor total dos ativos recuperados. A garantia do banco de desenvolvimento é o capital do tipo BC, cujo custo de recuperação é $\mu^{BC} > \mu^{GC}$.

Os bancos comerciais privados e públicos operam sob competição monopolística, concedendo crédito a diversos pequenos empreendedores. Para representar o poder de mercados dos bancos, utilizou-se abordagem semelhante à de Gerali et al. (2010).[1] Segundo esta, cada empreendedor procura diversificar sua carteira de débitos tomando empréstimos junto a vários bancos comerciais, ao mesmo tempo em que procura minimizar seus custos de financiamento. Há N_B bancos comerciais concedendo empréstimos, sendo que os bancos de números 1 a N_{priv} são privados, e os de números $N_{priv}+1$ até N_B são públicos. A preferência do empreendedor por diversificação é representada pelo agregado Dixit-Stiglitz

[1]Esta representação, embora pouco realista, resulta em condições de primeira ordem compatíveis com a situação de competição imperfeita entre instituições financeiras, e foi escolhida pela sua simplicidade analítica. Uma representação alternativa utilizando um modelo de competição monopolística espacial pode ser encontrada em Andres e Arce (2008).

$B_{i,t}^{com}$:

$$B_{i,t}^{com} = \left[\sum_{j=1}^{N_B} \left(\omega_j^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

e seu custo total de financiamento através de empréstimos de bancos comerciais é dado por

$$\sum_{i=1}^{N_B} R_{i,j,t}^L P_t b_{i,j,t}$$

onde i é índice que representa o empreendedor no contínuo [0,1], $j \in \{1, 2, ..., N_B\}$ representa cada um dos bancos, e $b_{i,j,t}$ é o volume real de empréstimos tomados pelo empreendedor i junto ao banco j, à taxa de juros $R_{i,j,t}^L$. Assim, o problema de diversificação de crédito do empreendedor é dado por

$$\min_{\{b_{i,j,t}\}} \sum_{i=1}^{N_B} R_{i,j,t}^L b_{i,j,t}$$

$$s.a. B_{i,t}^{com} = \left[\sum_{j=1}^{N} \left(\omega_j^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} \right]^{\frac{\xi-1}{\xi}}$$

O lagrangeano do problema é

$$\min_{\{b_{i,j,t}\}} L = \sum_{j=1}^{N_B} R_{i,j,t}^L b_{i,j,t} + \lambda_{i,t}^B \left\{ B_{i,t}^{com} - \left[\sum_{j=1}^{N_B} \left(\omega_j^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}} \right\}$$

e as condições de primeira ordem são

$$R_{i,j,t}^L = \lambda_{i,t}^B \left[B_{i,t}^{com}\right]^{\frac{1}{\xi}} \left(\omega_j^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{-1}{\xi}}, j \in \{1, 2, ..., N_B\}$$

Utilizando a definição de $B_{i,t}^{com}$ e eliminando o multiplicador de Lagrange, chega-se às seguintes relações que determinam a demanda dos empreendedores por crédito

$$b_{i,k,t} = \left(\frac{R_{i,k,t}^L}{R_t^L}\right)^{-\xi} \omega_k^B B_{i,t}^{com}$$

$$R_{i,t}^L \equiv \left[\sum_{j=1}^{N} \left(\omega_j^B\right) \left(R_{i,j,t}^L\right)^{1-\xi} \right]^{\frac{1}{1-\xi}}$$

$$\sum_{j=1}^{N} R_{i,j,t}^L b_{i,j,t} = B_{i,t}^{com} R_{i,t}^L$$

Cada banco comercial concede empréstimos para um grande número de empreendedores, e assim consegue diversificar completamente o seu risco idiossincrático. O fluxo de caixa esperado de um empréstimo $P_t b_{i,j,t}$ concedido ao empreendedor i à taxa $R^L_{i,j,t}$ é dado por

$$
\begin{aligned}
& E_t \int_{\varpi_{i,t+1}}^{\infty} R^L_{i,j,t} P_t b_{i,j,t} dF(\omega, \sigma_{\omega,t+1}) \\
& + \left(1 - \mu^{GC}\right) E_t \int_0^{\varpi_{i,t+1}} \omega P_t Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t} R^T_{t+1} \frac{R^L_{i,j,t} P_t b_{i,j,t}}{B^{com}_{i,t} P_t R^L_{i,t}} dF(\omega, \sigma_{\omega,t+1}) \\
& - s_t R_t P_t b_{i,j,t} \\
= & R^L_{i,j,t} P_t b_{i,j,t} E_t \left(1 - F(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1})\right) \\
& + \left(1 - \mu^{GC}\right) P_t Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t} \frac{R^L_{i,j,t} b_{i,j,t}}{B^{com}_{i,t} R^L_{i,t}} E_t \left[R^T_{t+1} G(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1})\right] \\
& - s_{j,t} R_t P_t b_{i,j,t}
\end{aligned}
$$

onde

$$
G(\varpi_{t+1}, \sigma_{\omega,t+1}) = \int_0^{\varpi_{t+1}} \omega dF(\omega, \sigma_{\omega,t+1})
$$

e R_t é a taxa básica de juros, que corresponde ao custo de captação do banco, mais o spread s_t causado por custos de intermediação. Se o choque idiossincrático $\omega_{i,t+1}$ assume valor acima de $\varpi_{i,t+1}$, os empréstimos bancários são quitados integralmente no valor $R^L_{i,j,t} P_t b_{i,j,t}$. Caso $\omega_{i,t+1} < \varpi_{i,t+1}$, o banco recupera sua parcela $\left(R^L_{i,j,t} b_{i,j,t}\right) / \left(B^{com}_{i,t} R^L_{i,t}\right)$ que lhe cabe dos ativos $\left(1 - \mu^{GC}\right)\left(\omega_{i,t+1} P_t Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t} R^T_{t+1}\right)$, já subtraída a fração μ^{GC} referente aos custos de monitoramento e recuperação. O spread s_t segue a equação

$$
\begin{aligned}
s_t &= e^{\overline{s} + \widetilde{s}_t} \\
\widetilde{s}_t &= \rho_s \widetilde{s}_{t-1} + \sigma_{\varepsilon,s} \varepsilon_{s,t}, \quad \varepsilon_{s,t} \sim N(0,1)
\end{aligned} \tag{2.33}
$$

Os bancos comerciais privados procuram, a cada período, maximizar o seu lucro esperado levando em conta a curva de demanda de cada tomador. Seu problema de otimização é

$$
\begin{aligned}
&\max_{\left\{R^L_{i,j,t},b_{i,j,t},R^L_{i,t},B_{i,t}\right\}} R^L_{i,j,t}b_{i,j,t}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\\
&+\left(1-\mu^{GC}\right)Q^{GC}_tK^{GC}_{i,t}\frac{R^L_{i,j,t}b_{i,j,t}}{B^{com}_{i,t}R^L_{i,t}}E_t\left[R^T_{t+1}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]\\
&-s_tR_tb_{i,j,t}\\
sa.\ \ b_{i,j,t} &= \left(\frac{R^L_{i,j,t}}{R^L_{i,t}}\right)^{-\xi}\omega^B_jB^{com}_{i,t}\\
B^{com}_{i,t} &= \left[\sum_{j=1}^{N}\left(\omega^B_j\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}\\
R^L_{i,t} &= \left[\sum_{j=1}^{N}\left(\omega^B_j\right)\left(R^L_{i,j,t}\right)^{1-\xi}\right]^{\frac{1}{1-\xi}}
\end{aligned}
$$

A condição de primeira ordem resultante deste problema é dada por

$$
\begin{aligned}
&s_tR_t\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)=R^L_{i,j,t}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\\
&+R^L_{i,j,t}\left[1-\omega^B_j\left(\frac{R^L_{i,j,t}}{R^L_t}\right)^{1-\xi}\right]\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{Q^{GC}_tK^{GC}_{i,t}}{R^L_tB^{com}_{i,t}}E_t\left[R^T_{t+1}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]
\end{aligned}
$$

O termo $\omega^B_j\left(R^L_{i,j,t}/R^L_t\right)^{1-\xi}$ dentro dos colchetes é resultado do poder de mercado do banco j. Quanto maior sua participação no mercado (dada por ω^B_j no estado estacionário), maior a taxa de juros que consegue cobrar do empreendedor. Por simplificação, vamos supor que os bancos privados são muitos e pequenos, de forma que o coeficiente ω^B_j é pequeno para todos. Assim, a condição de primeira ordem que caracteriza a taxa de juros cobrada pelos bancos privados pode ser simplificada substituindo $\omega^B_j=0$:

$$
\begin{aligned}
s_tR_t\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)&=R^{L,priv}_{i,t}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\\
&+R^{L,priv}_{i,t}\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{Q^{GC}_tK^{GC}_{i,t}}{R^L_tB^{com}_{i,t}}E_t\left[R^T_{t+1}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]
\end{aligned}
$$

idêntica para todos os bancos privados, já que independe do índice j.

A contrário dos bancos privados, que se preocupam apenas com lucro, os bancos comerciais públicos procuram conciliar dois objetivos distintos: maximizar seu lucro e contribuir para atingir uma meta para o volume de crédito comercial total da economia estipulada pelo governo. Seu problema de otimização pode ser representado por

$$\max_{\left\{R^L_{i,j,t},b_{i,j,t},R^L_{i,t},B_{i,t},B_t\right\}} \int_0^1 R^L_{i,j,t}P_t b_{i,j,t}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)di$$

$$+\int_0^1 \left(1-\mu^{GC}\right)P_t Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t}\frac{R^L_{i,t}P_t b_{i,j,t}}{B^{com}_{i,t}P_t R^L_{i,t}}E_t\left[R^T_{t+1}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]di$$

$$-s_t R_t P_t b_{i,j,t}-\frac{\gamma_{com,tar}}{2}P_t\left(\frac{B^{com}_t}{\overline{B}^{com}_t}-1\right)^2$$

$$s.a.\ b_{i,j,t}=\left(\frac{R^L_{i,j,t}}{R^L_{i,t}}\right)^{-\xi}\omega^B_j B^{com}_{i,t}$$

$$B^{com}_{i,t}=\left[\sum_{j=1}^N\left(\omega^B_j\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

$$R^L_{i,t}=\left[\sum_{j=1}^N\left(\omega^B_j\right)\left(R^L_{i,j,t}\right)^{1-\xi}\right]^{\frac{1}{1-\xi}}$$

$$B^{com}_t=\int_0^1 B^{com}_{i,t}di$$

O termo $-\gamma_{com,tar}P_t\left(B^{com}_t/\overline{B}^{com}_t-1\right)^2/2$ representa o custo implícito que o banco público atribui a desvios dos empréstimos agregados B^{com}_t em relação à meta $\overline{B}^{com}_t$ estipulada. Se $\gamma_{com,tar}=0$, o banco só se preocupa com os lucros; quanto maior $\gamma_{com,tar}$, mais o banco tende a perseguir a meta em detrimento dos lucros.

As condições de 1^a ordem do problema resultam na seguinte relação que determina a taxa de juros dos empréstimos:

$$\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)s_t R_t = R^{L,pub}_{i,t}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)$$

$$+R^{L,pub}_{i,t}\left[1-\omega^B_j\left(\frac{R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}}\right)^{1-\xi}\right]\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{Q^{GC}_t K^{GC}_{i,t}}{R^L_{i,t}B^{com}_{i,t}}E_t\left[R^T_{t+1}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]$$

$$-\gamma_{com,tar}\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)\left(\frac{B^{com}_t}{\overline{B}^{com}_t}-1\right)\frac{1}{\overline{B}^{com}_t}\left(\frac{R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}}\right)$$

Considerando novamente que cada banco público é pequeno o suficiente para não conseguir afetar a taxa de juros agregada $R^L_{i,t}$, (isto é, ω^B_j é pequeno), a relação acima se simplifica para

$$\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)s_tR_t = R_{i,t}^{L,pub}E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)$$
$$+R_{i,t}^{L,pub}\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{Q_t^{GC}K_{i,t}^{GC}}{R_{i,t}^{L}B_{i,t}^{com}}E_t\left[R_{t+1}^{T}G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]$$
$$-\gamma_{com,tar}\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)\left(\frac{B_t^{com}}{\overline{B}_t^{com}}-1\right)\frac{1}{\overline{B}_t^{com}}\left(\frac{R_{i,t}^{L,pub}}{R_{i,t}^{L}}\right)$$

Como a solução do problema é a mesma para todos os bancos comerciais públicos, a taxa de juros que cobrarão do empreendedor i será a mesma, representada por $R_{i,t}^{L,pub}$.

Conhecidas as condições dos problemas dos bancos privados e públicos, é conveniente definir as variáveis agregadas $B_{i,t}^{priv}$ e $B_{i,t}^{pub}$ abaixo:

$$B_{i,t}^{priv} = \left[\sum_{j=1}^{N_{priv}}\left(\frac{\omega_j^B}{\omega_{priv}^B}\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

$$B_{i,t}^{pub} = \left[\sum_{j=N_{priv}+1}^{N_B}\left(\frac{\omega_j^B}{\omega_{pub}^B}\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(b_{i,j,t}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

onde

$$\omega_{priv}^B = \sum_{j=1}^{N_{priv}}\omega_j^B, \quad \omega_{pub}^B = \sum_{j=N_{priv}+1}^{N_B}\omega_j^B$$

Decorrem das condições de primeira ordem dos problemas originais as seguintes relações:

$$B_{i,t}^{com} = \left[\left(\omega_{priv}^B\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(B_{i,t}^{priv}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}+\left(\omega_{pub}^B\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(B_{i,t}^{pub}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

$$R_{i,t}^{L} = \left[\left(\omega_{priv}^B\right)\left(R_{i,t}^{L,priv}\right)^{1-\xi}+\left(\omega_{pub}^B\right)\left(R_{i,t}^{L,pub}\right)^{1-\xi}\right]^{\frac{1}{1-\xi}}$$

$$\left(\frac{B_{i,t}^{priv}}{\omega_{priv}^B B_{i,t}^{com}}\right)^{-\frac{1}{\xi}} = \frac{R_{i,t}^{L,priv}}{R_t^L}$$

Por fim, os empréstimos do banco de desenvolvimento são oferecidos a uma taxa de juros $R_t^{L,dev}$ sempre inferior ao retorno esperado do capital. Assim, o empreendedor desejará tomar o máximo de empréstimos deste tipo que conseguir. Como, por definição, a oferta deste tipo de crédito é limitada e determinada pelo banco de desenvolvimento, segundo uma política definida pelo governo, esta modalidade de crédito estará sempre racionada e fora do controle do empreendedor, para o qual esta variável será exógena. O colateral para esta modalidade de crédito é o capital do tipo BC; em caso de inadimplência, o banco de desenvolvimento recebe o montante $\left(1-\mu^{BC}\right)\left(\omega_{i,t+1}P_tQ_t^{BC}K_{i,t}^{BC}R_{t+1}^{T}\right)$, já subtraída a fração μ^{BC} correspondente aos custos de recuperação.

Conforme mencionado anteriormente, se $\omega_{i,t+1} > \varpi_{i,t+1}$ em $t+1$, o empreendedor paga suas dívidas e se apropria do fluxo de caixa residual

$$\begin{aligned}&\omega P_{t+1}\left[R_{t+1}^{K}K_t+Q_{t+1}^{GC}\left(1-\delta^{GC}\right)K_t^{GC}+Q_{t+1}^{BC}\left(1-\delta^{BC}\right)K_t^{BC}\right]\\&-R_{i,t}^{L,priv}P_tB_{i,t}^{priv}-R_{i,t}^{L,pub}P_tB_{i,t}^{pub}-R_{i,t}^{L,dev}P_tB_{i,t}^{dev}\end{aligned}$$

Caso $\omega_{i,t+1} > \varpi_{i,t+1}$, o empreendedor se torna inadimplente e entrega seus ativos aos bancos. Assim, o fluxo de caixa esperado do empreendedor i é dado por

$$\begin{aligned}&E_t\int_{\varpi_{i,t+1}}^{\infty}\left(\begin{array}{c}\omega P_{t+1}\left[\begin{array}{c}R_{t+1}^{K}K_t+Q_{t+1}^{GC}\left(1-\delta^{GC}\right)K_t^{GC}\\+Q_{t+1}^{BC}\left(1-\delta^{BC}\right)K_t^{BC}\end{array}\right]\\-R_{i,t}^{L,priv}P_tB_{i,t}^{priv}-R_{i,t}^{L,pub}P_tB_{i,t}^{pub}-R_{i,t}^{L,dev}P_tB_{i,t}^{dev}\end{array}\right)dF\left(\omega,\sigma_{\omega,t+1}\right)\\&=E_t\int_{\varpi_{i,t+1}^{C,T}}^{\infty}\left(\begin{array}{c}\omega R_{t+1}^{T}P_t\left(Q_t^{GC}K_t^{GC}+Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)\\-\varpi_{i,t+1}R_{t+1}^{T}P_t\left(Q_t^{GC}K_t^{GC}+Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)\end{array}\right)dF\left(\omega,\sigma_{\omega,t+1}\right)\\&=E_t\left\{\begin{array}{c}R_{t+1}^{T}P_t\left(Q_t^{GC}K_t^{GC}+Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)\\\times\left[1-G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)-\varpi_{t+1}\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\right]\end{array}\right\}\end{aligned}$$

Já conhecidas as taxas de juros cobradas pelos bancos, é possível formular o problema do empreendedor. Dados seu capital próprio $P_tN_{i,t}$ e os empréstimos do banco de desenvolvimento $P_tB_{i,t}^{dev}$, e conhecidas as condições das taxas de juros dos empréstimos dos bancos comerciais, o empreendedor neutro a risco procura resolver os seguinte problema de maximização do lucro esperado com relação às variáveis $R_{i,t+1}^{T}, K_{i,t}, K_{i,t}^{GC}, K_{i,t}^{BC}\varpi_{i,t+1}^{C,T}, R_{i,t}^{L,priv}, R_{i,t}^{L,pub}, R_{i,t}^{L}, B_{i,t}^{priv}, B_{i,t}^{pub}, B_{i,t}$:

$$\max \frac{1}{R_t} E_t \left\{ \left(Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} + Q_t^{BC} K_{i,t}^{BC} \right) R_{t+1}^T \left[\begin{array}{c} 1 - \varpi_{i,t+1} \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \\ -G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right) \end{array} \right] \right\}$$

$$s.a. \left(\frac{\xi}{\xi - 1} \right) s_t R_t = R_{i,t}^{L,priv} \left\{ \begin{array}{c} E_t \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \\ + \left(1 - \mu^{GC}\right) \frac{Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}}{R_t^L B_{i,t}^{com}} E_t \left[R_{i,t+1}^T G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right) \right] \end{array} \right\}$$

$$\left(\frac{\xi}{\xi - 1} \right) s_t R_t = R_{i,t}^{L,pub} \left\{ \begin{array}{c} E_t \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \\ + \left(1 - \mu^{GC}\right) \frac{P_t Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}}{R_{i,t}^L B_{i,t}^{com}} E_t \left[R_{i,t+1}^T G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right) \right] \\ -\gamma_{com,tar} \left(\frac{\xi}{\xi-1} \right) \left(\frac{B_t^{com}}{\overline{B}_t^{com}} - 1 \right) \frac{1}{\overline{B}_t^{com}} \left(\frac{1}{R_{i,t}^L} \right) \end{array} \right\}$$

$$Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} + Q_t^{BC} K_{i,t}^{BC} = N_{i,t} + B_{i,t}^{priv} + B_{i,t}^{pub} + B_{i,t}^{dev}$$

$$R_{i,t}^{L,priv} B_{i,t}^{priv} + R_{i,t}^{L,pub} B_{i,t}^{pub} + R_{i,t}^{L,D} B_{i,t}^{dev} = \varpi_{i,t+1} R_{i,t+1}^T \left(Q_t^{GC} K_t^{GC} + Q_t^{BC} K_t^{BC} \right)$$

$$R_{i,t+1}^T \left(Q_t^{GC} K_t^{GC} + Q_t^{BC} K_t^{BC} \right) = \frac{P_{t+1}}{P_t} \left[\begin{array}{c} R_{t+1}^K K_t + Q_{t+1}^{GC} \left(1 - \delta^{GC}\right) K_t^{GC} \\ + Q_{t+1}^{BC} \left(1 - \delta^{BC}\right) K_t^{BC} \end{array} \right]$$

$$K_{i,t} = \left(\varpi^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{BC} \right)^{\frac{\xi_K - 1}{\xi_K}} + (1 - \varpi)^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{GC} \right)^{\frac{\xi_K - 1}{\xi_K}} \right)^{\frac{\xi_K}{\xi_K - 1}}$$

$$B_{i,t}^{com} = \left[\left(\omega_{priv}^B \right)^{\frac{1}{\xi}} \left(B_{i,t}^{priv} \right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} + \left(\omega_{pub}^B \right)^{\frac{1}{\xi}} \left(B_{i,t}^{pub} \right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}$$

$$R_{i,t}^L = \left[\left(\omega_{priv}^B \right) \left(R_{i,t}^{L,priv} \right)^{1-\xi} + \left(\omega_{pub}^B \right) \left(R_{i,t}^{L,pub} \right)^{1-\xi} \right]^{\frac{1}{1-\xi}}$$

$$R_{i,t}^{L,priv} = \left(\frac{B_{i,t}^{priv}}{\omega_{priv}^B B_{i,t}^{com}} \right)^{-\frac{1}{\xi}} R_{i,t}^L$$

A derivação analítica das condições de primeira ordem é apresentada no apêndice. Eliminando destas a maioria dos multiplicadores de Lagrange, chega-se às seguintes condições de primeira ordem:

$$\begin{aligned} & E_t R_{t+1}^T \left[1 - \varpi_{i,t+1} \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) - G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right) \right] \\ & = \left(\frac{N_{i,t} + B_{i,t}^{dev}}{Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} + Q_t^{BC} K_{i,t}^{BC}} \right) \zeta_{i,t}^T \\ & - R_{i,t}^{L,dev} \frac{B_{i,t}^{dev}}{Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} + Q_t^{BC} K_{i,t}^{BC}} \left(\frac{\eta_{i,t}^{priv} R_{i,t}^{L,priv} + \eta_{i,t}^{pub} R_{i,t}^{L,pub}}{R_{i,t}^L B_{i,t}^{com}} \right) \times \\ & \times E_t \left[\left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \right] \end{aligned} \tag{2.34}$$

$$E_t R^T_{i,t+1}\left[1-\varpi_{i,t+1}\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)-G\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right]$$
$$=\zeta^T_{i,t}-\varphi^{RK}_{i,t}E_t\left\{R^T_{i,t+1}-\frac{P_{t+1}}{P_t}\left[\frac{Q^{BC}_{t+1}}{Q^{BC}_t}\left(1-\delta^{BC}\right)+\frac{1}{Q^{BC}_t}\left(\frac{K^{BC}_{i,t}}{\varpi K_{i,t}}\right)^{-\frac{1}{\xi_K}}R^K_{t+1}\right]\right\}$$
$$-\left(\frac{R^{L,priv}_{i,t}B^{priv}_{i,t}+R^{L,pub}_{i,t}B^{pub}_{i,t}+R^{L,D}_{i,t}B^{dev}_{i,t}}{Q^{GC}_tK^{GC}_{i,t}+Q^{BC}_tK^{BC}_{i,t}}\right)\left(\frac{\eta^{priv}_{i,t}R^{L,priv}_{i,t}+\eta^{pub}_{i,t}R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}B^{com}_{i,t}}\right)$$
$$\times E_t\left[\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\right] \tag{2.35}$$

$$\zeta^T_{i,t}=\left(\frac{\eta^{priv}_{i,t}+\eta^{pub}_{i,t}}{B^{priv}_{i,t}+B^{pub}_{i,t}}\right)\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)s_tR_t$$
$$+\left(\frac{R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}}\right)\frac{\eta^{pub}_{i,t}}{B^{priv}_{i,t}+B^{pub}_{i,t}}\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)\gamma_{com,tar}\left(\frac{B^{com}_t}{\overline{B}^{com}_t}-1\right)\frac{1}{\overline{B}^{com}_t} \tag{2.36}$$

$$\zeta^T_{i,t}\left(\frac{1}{R^{L,pub}_{i,t}}-\frac{1}{R^{L,priv}_{i,t}}\right)\xi=\left(\frac{\eta^{pub}_{i,t}}{R^{L,pub}_{i,t}B^{pub}_{i,t}}-\frac{\eta^{priv}_{i,t}}{R^{L,priv}_{i,t}B^{priv}_{i,t}}\right)\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)s_tR_t \tag{2.37}$$

$$\zeta^T_{i,t}=-\varphi^{RK}_{i,t}E_tR^T_{t+1} \tag{2.38}$$

$$\left(\frac{\eta^{priv}_{i,t}R^{L,priv}_{i,t}+\eta^{pub}_{i,t}R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}B^{com}_{i,t}}\right)E_t\left[\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)\right]=E_t\left(1-F\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right)\right)$$
$$+\left(\frac{\eta^{priv}_{i,t}R^{L,priv}_{i,t}+\eta^{pub}_{i,t}R^{L,pub}_{i,t}}{R^L_{i,t}B^{com}_{i,t}+R^{L,dev}_{i,t}B^{dev}_{i,t}}\right)E_t\left[1-\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{Q^{GC}_tK^{GC}_t}{R^L_{i,t}B^{com}_{i,t}}\left[R^T_{t+1}\varpi_{i,t+1}\right]\right]\times$$
$$\times\varpi_{i,t+1}F_\omega\left(\varpi_{i,t+1},\sigma_{\omega,t+1}\right) \tag{2.39}$$

$$\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right) s_t R_t = R_{i,t}^{L,priv} \left\{ \begin{array}{c} E_t \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \\ + \left(1-\mu^{GC}\right) \frac{Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}}{R_t^L B_{i,t}^{com}} E_t \left[R_{t+1}^T G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right] \end{array} \right\} \tag{2.40}$$

$$\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right) s_t R_t = R_{i,t}^{L,pub} \left\{ \begin{array}{c} E_t \left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) \\ + \left(1-\mu^{GC}\right) \frac{P_t Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}}{R_{i,t}^L B_{i,t}^{com}} E_t \left[R_{t+1}^T G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right] \\ -\gamma_{com,tar} \left(\frac{\xi}{\xi-1}\right) \left(\frac{B_t^{com}}{\overline{B}_t^{com}} - 1\right) \frac{1}{\overline{B}_t^{com}} \left(\frac{1}{R_{i,t}^L}\right) \end{array} \right\} \tag{2.41}$$

$$Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC} = N_{i,t} + B_{i,t}^{priv} + B_{i,t}^{pub} + B_{i,t}^{dev} \tag{2.42}$$

$$R_{i,t}^{L,priv} B_{i,t}^{priv} + R_{i,t}^{L,pub} B_{i,t}^{pub} + R_{i,t}^{L,D} B_{i,t}^{dev} = \varpi_{i,t+1} R_{t+1}^T \left(Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}\right) \tag{2.43}$$

$$R_{t+1}^T \left(Q_t^{GC} K_{i,t}^{GC}\right) = \frac{P_{t+1}}{P_t} \left[\begin{array}{c} R_{t+1}^K K_{i,t} + Q_{t+1}^{GC} \left(1-\delta^{GC}\right) K_{i,t}^{GC} \\ +Q_{t+1}^{BC} \left(1-\delta^{BC}\right) K_{i,t}^{BC} \end{array} \right] \tag{2.44}$$

$$K_{i,t} = \left(\varpi^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{BC}\right)^{\frac{\xi_K-1}{\xi_K}} + (1-\varpi)^{\frac{1}{\xi_K}} \left(K_{i,t}^{GC}\right)^{\frac{\xi_K-1}{\xi_K}}\right)^{\frac{\xi_K}{\xi_K-1}} \tag{2.45}$$

$$B_{i,t}^{com} = \left[\left(\omega_{priv}^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(B_{i,t}^{priv}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}} + \left(\omega_{pub}^B\right)^{\frac{1}{\xi}} \left(B_{i,t}^{pub}\right)^{\frac{\xi-1}{\xi}}\right]^{\frac{\xi}{\xi-1}} \tag{2.46}$$

$$R_{i,t}^L = \left[\left(\omega_{priv}^B\right) \left(R_{i,t}^{L,priv}\right)^{1-\xi} + \left(\omega_{pub}^B\right) \left(R_{i,t}^{L,pub}\right)^{1-\xi}\right]^{\frac{1}{1-\xi}} \tag{2.47}$$

$$R_{i,t}^{L,priv} = \left(\frac{B_{i,t}^{priv}}{\omega_{priv}^B B_t^{com}}\right)^{-\frac{1}{\xi}} R_{i,t}^L \tag{2.48}$$

Assumindo que a política de concessão de crédito do banco de desenvolvimento é tal que o volume de concessões de empréstimos para cada empreendedor é proporcional ao montante de seu capital próprio (i.e., a proporção é a mesma para todos os empreendedores), então a solução acima, normalizada pelo valor de $N_{i,t}$, é idêntica para todos os empreendedores, facilitando a agregação no modelo. A representação através de quantidades agregadas é análoga à apresentada acima, bastando remover os índices i.

Vamos examinar uma situação especial. No caso particular em que os bancos comerciais públicos não perseguem a meta para empréstimos agregados ($\gamma_{com,tar} = 0$), onde não existem empréstimos do banco de desenvolvimento e só existe capital do tipo GC, a taxa de juros cobrada por bancos públicos e privados é igual, e as primeiras condições acima se reduzem a

$$E_t R_{t+1}^T \left[1 - \varpi_{i,t+1}\left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right) - G\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right]$$
$$= \left(\frac{N_{i,t}}{N_{i,t} + B_{i,t}}\right)\left(\frac{\eta_{i,t}^{priv} + \eta_{i,t}^{pub}}{B_{i,t}^{com}}\right)\left(\frac{\xi}{\xi - 1}\right) s_t R_t$$

$$\frac{\eta_{i,t}^{pub}}{B_{i,t}^{pub}} = \frac{\eta_{i,t}^{priv}}{B_{i,t}^{priv}}$$

$$\left(\frac{\eta_{i,t}^{priv} + \eta_{i,t}^{pub}}{B_{i,t}^{com}}\right) = \frac{E_t\left(1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right)}{E_t\left[1 - F\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right) - \mu^{GC}\varpi_{i,t+1}F_\omega\left(\varpi_{i,t+1}, \sigma_{\omega,t+1}\right)\right]}$$

$$B_{i,t}^{priv} = \omega_{priv}^B B_{i,t}^{com}$$
$$B_{i,t}^{pub} = \omega_{pub}^B B_{i,t}^{com}$$
$$B_{i,t}^{pub} + B_{i,t}^{priv} = B_{i,t}^{com}$$

Estas condições são semelhantes à do modelo de Christiano et al. (2008), do qual o modelo de empreendedor acima é uma generalização (obtém-se a representação de Christiano reformulando-se o problema considerando apenas a modalidade de crédito $B_{i,t}^{priv}$).

Ao final de cada período, apenas uma fração γ_t^e dos empreendedores sobrevive. Os demais perecem, têm seu capital vendido e distribuído às famílias, e são substituídos por um novo contingente de empreendedores com riqueza inicial $P_t\left(Q_t^{GC}K_t^{GC} + Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)W^{e,T}$, que, por simplicidade, também é recebida pelos demais empreendedores. Assim, o valor médio nominal N_t dos recursos próprios dos empreendedores ao final do período t é

$$P_t N_t = \gamma_t^{e,T}\int_0^1 P_{t-1}\left(Q_{t-1}^{GC}K_{i,t-1}^{GC} + Q_{t-1}^{BC}K_{i,t-1}^{BC}\right)R_t^T\left[\begin{array}{c} 1 - G\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right) \\ -\varpi_t\left(1 - F\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right)\end{array}\right]di$$
$$+ P_t\left(Q_t^{GC}K_t^{GC} + Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)W^{e,T}$$

$$N_t = \gamma_t^{e,T}\frac{1}{\Pi_t}\left(Q_{t-1}^{GC}K_{t-1}^{GC} + Q_{t-1}^{BC}K_{t-1}^{BC}\right)R_t^T\left[\begin{array}{c} 1 - G\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right) \\ -\varpi_t\left(1 - F\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right)\end{array}\right] \quad (2.49)$$
$$+ \left(Q_t^{GC}K_t^{GC} + Q_t^{BC}K_t^{BC}\right)W^{e,T}$$

onde a fração γ_t^e se comporta segundo a equação

$$\gamma_t^e = \frac{1}{1 + e^{-\gamma^e - \widetilde{\gamma}_t^e}}$$
$$\widetilde{\gamma}_t^e = \rho_\gamma \widetilde{\gamma}_{t-1}^e + \sigma_{\varepsilon,\gamma^e} \varepsilon_{\gamma^e,t} \tag{2.50}$$

Essa "morte"de empreendedores é um artifício adotado por Bernanke et al. (1999) para impedir que o montante de capital próprio dos mesmos cresça ao ponto de tornar o crédito desnecessário.

Ao valor líquido da transferência T_t^N da riqueza dos emprendedores que pereceram no final do período t para as famílias, subtraída dos recursos $P_t \left(Q_t^{GC} K_t^{GC} + Q_t^{BC} K_t^{BC} \right) W^{e,T}$ distribuídos uniformemente aos empreendedores restantes, é

$$\begin{aligned} T_t^N &= \left(1 - \gamma_t^{e,T}\right) \left(\left(Q_{t-1}^{GC} K_{t-1}^{GC} + Q_{t-1}^{BC} K_{t-1}^{BC} \right) R_t^T \left[\begin{array}{c} 1 - G\left(\varpi_t^{C,T}, \sigma_{\omega,t}^T\right) \\ -\varpi_t^{C,T} \left(1 - F\left(\varpi_t^{C,T}, \sigma_{\omega,t}^T\right)\right) \end{array} \right] \right) \\ &- P_t \left(Q_t^{GC} K_t^{GC} + Q_t^{BC} K_t^{BC} \right) W^{e,T} \\ &= P_t \left(\left(Q_{t-1}^{GC} K_{t-1}^{GC} + Q_{t-1}^{BC} K_{t-1}^{BC} \right) R_t^T \left[\begin{array}{c} 1 - G\left(\varpi_t^{C,T}, \sigma_{\omega,t}^T\right) \\ -\varpi_t^{C,T} \left(1 - F\left(\varpi_t^{C,T}, \sigma_{\omega,t}^T\right)\right) \end{array} \right] - N_t \right) \end{aligned} \tag{2.51}$$

1.2.6
Governo

Estão a cargo do governos as políticas monetária, fiscal e de crédito direcionado, além da estipulação da meta de crédito livre agregado que faz parte da função objetivo dos bancos comerciais públicos.

O instrumento de política monetária é a taxa de juros nominal R_t, que é determinada segundo uma regra de Taylor

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{R_{t-1}}{R} \right)^{\gamma_R} \left[\left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\gamma_\Pi} \left(\frac{Y_t}{Z_t \tilde{Y}} \right)^{\gamma_Y} \right]^{1-\gamma_R} \exp\left(\sigma_{\varepsilon,R} \varepsilon_{R,t} \right) \tag{2.52}$$

onde Π é a meta de inflação da autoridade monetária, que supomos constante no tempo. A regra informa que o Banco Central tende a elevar a taxa de juros nominal sempre que a inflação ultrapasse a meta ou que o produto supere seu valor de equilíbrio de longo prazo $Z_t \tilde{Y}$.

Os gastos do governo se comportam como um processo auto-regressivo

$$\frac{G_t}{Z_t \tilde{G}} = \left(\frac{G_{t-1}}{Z_{t-1} \tilde{G}} \right)^{\gamma_G} \left(\frac{B_{t-1}}{Z_{t-1} \tilde{B}} \right)^{\gamma_B} \exp\left(\sigma_{\varepsilon,G} \varepsilon_{G,t} \right) \tag{2.53}$$

onde B_{t-1} é o valor real da dívida pública no período anterior. Valores negativos para γ_B indicam a ação do governo para estabilizar o volume de sua dívida, e garantem a estacionariedade do modelo. A presença da tendência tecnológica Z_t na regra é necessária, pois as variáveis G_t e B_t não são estacionárias. Os parâmetros $\tilde{G}$ e $\tilde{B}$ representam os valores estacionário das variáveis (G_t/Z_t) e (B_t/Z_t).

A receita do governo provém de impostos sobre consumo, salários e depósitos. A arrecadação tributária total real no período t é

$$\tau_t = \tau_C C_t + \tau_L W_t^r L_t + \tau_D \frac{R_{t-1} - 1}{\Pi_t} \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{2.54}$$

Como nosso interesse não se concentra na política tributária, as alíquotas τ_C, τ_L e τ_D destes impostos são consideradas constantes no modelo.

O governo recebe também os fluxos de caixa da concessão do crédito direcionado, dados por $T_t^{G,dev}$:

$$\begin{aligned} T_t^{G,dev} &= P_{t-1} R_{t-1}^{L,dev} B_{t-1}^{dev} \left[1 - F\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right] \\ &+ R_t^T P_{t-1} Q_{t-1}^{BC} K_{t-1}^{BC} \left(1 - \mu^{BC}\right) G\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right) - P_t B_t^{dev} \end{aligned} \tag{2.55}$$

que incorporam as perdas decorrentes da inadimplência e dos custos de recuperação.

A restrição orçamentária do governo é

$$P_t G_t + R_{t-1} P_{t-1} B_{t-1} - P_t B_t = P_t \tau_t + T_t^{G,dev} + T_t^{GD,BC} \tag{2.56}$$

Os instrumentos da política de crédito direcionado são a taxa de juros $R_t^{L,dev}$ e o volume de empréstimos B_t^{dev}. No problema do empreendedor, argumentou-se que o crédito direcionado está sempre racionado quando sua taxa de juros é menor do que o custo de captação dos bancos $s_t R_t$. Por simplicidade, vamos considerar o caso em que as taxas de juros dos empréstimos direcionados são sempre menores do que R_t. Essa simplificação não difere muito do comportamento recente da TJLP no Brasil, que sempre se situou em níveis inferiores aos da Selic e oscilou pouco durante os ciclos de elevação desta, sofrendo apenas reduções ocasionais nos últimos anos. Assim, o principal intrumento da política de crédito no modelo será o volume B_t^{dev} de crédito direcionado. Assumindo que banco de desenvolvimento leva em consideração o nível de atividade econômica e o volume total de empréstimos nas suas decisões de concessão de crédito, então a regra para B_t^{dev} pode ser representada, simplificadamente, por

$$\left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}}{\tilde{B}^{dev}}\right) = \left(\frac{\tilde{B}_{t-1}^{dev}}{\tilde{B}^{dev}}\right)^{\rho_{B,dev}} \left[\left(\frac{Y_t}{Z_t\tilde{Y}}\right)^{\gamma_{Y,B,dev}} \left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}+\tilde{B}_t^{com}}{\tilde{B}^{dev}+\tilde{B}^{com}}\right)^{\gamma_{Btot,B,dev}}\right]^{\left(1-\rho_{B,dev}\right)}$$
$$\times \exp\left(\sigma_{\varepsilon,B,dev}\varepsilon_{B,dev,t}\right),\ \varepsilon_{B,dev,t} \sim N(0,1) \tag{2.57}$$

onde $\tilde{B}_t^{dev} = B_t^{dev}/Z_t$, e $\tilde{B}_t^{dev}$ é o valor de $\left(B_t^{dev}/Z_t\right)$ no estado estacionário, o mesmo valendo para $\tilde{B}_t^{com}$. Dependendo do sinal de $\gamma_{Y,B,dev}$ e de $\gamma_{Btot,B,dev}$, a política de crédito direcionado será pró ou anticíclica.

Como as taxas de juros dos empréstimos direcionados não oscilam muito e, neste modelo, não serão o instrumento relevante de política, vamos representá-las simplesmente como um processo $R_t^{L,dev}$ exógeno que flutua em torno de uma taxa média $R^{L,dev}$:

$$\left(\frac{R_t^{L,dev}}{R^{L,dev}}\right) = \left(\frac{R_t^{L,dev}}{R^{L,dev}}\right)^{\rho_{R,L,dev}} \exp\left(\sigma_{\varepsilon,R,L,dev}.\varepsilon_{R,L,dev,t}\right), \quad \varepsilon_{R,L,dev,t} \sim N(0,1) \tag{2.58}$$

Análoga à regra do crédito direcionado, a regra para a meta de crédito livre agregado que influencia a decisão dos bancos públicos é dada por

$$\left(\frac{\overline{B}_t^{com}}{\overline{B}^{com}}\right) = \left(\frac{\overline{B}_{t-1}^{com}}{\overline{B}^{com}}\right)^{\rho_{B,com}} \left[\left(\frac{Y_t}{Z_t\tilde{Y}}\right)^{\gamma_{Y,B,com}} \left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}+\tilde{B}_t^{com}}{\tilde{B}^{dev}+\tilde{B}^{com}}\right)^{\gamma_{Btot,B,com}}\right]^{\left(1-\rho_{B,com}\right)}$$
$$\times \exp\left(\sigma_{\varepsilon,B,com}\varepsilon_{B,com,t}\right),\ \varepsilon_{B,com,t} \sim N(0,1) \tag{2.59}$$

1.2.7 Intermediários Financeiro

A função dos intermediários financeiros - ou bancos comerciais - é recolher depósitos junto às famílias e conceder empréstimos aos empreendedores, às firmas produtoras de bens intermediários, e ao governo. Por simplicidade, supomos que não possuem capital próprio, ou seja, no final de cada período, a soma de seus depósitos é igual o volume de empréstimos.

$$D_t/P_t = B_t + B_t^{pub} + B_t^{priv} \tag{2.60}$$

No caso dos produtores de bens intermediários, os bancos financiam o capital de giro de forma intra-período à taxa R_t, e, no final do período, tais empréstimos já foram quitados. A condição de lucro esperado zero dos empréstimos para os empreendedores já foi descrita na seção referente a estes.

O fluxo de caixa consolidado $\ddot{}T_t^{FI}$ dos intermediários financeiros, transferido às famílias no final do período t, é dado por

$$\begin{aligned} T_t^{FI} =& T_t^{FI,pub} + T_t^{FI,priv} + R_{t-1}P_{t-1}B_{t-1} - P_tB_t + D_t - R_{t-1}D_{t-1} \\ &+ \gamma^{WC}\left(R_t - 1\right)\left(W_tL_{i,t} + P_tK_{t-1}^{GC}R_t^{K,GC} + P_tK_{t-1}^{BC}R_t^{K,BC}\right) \end{aligned} \tag{2.61}$$

onde

$$\begin{aligned} T_t^{FI,pub} &= R_{t-1}^{L,pub}P_{t-1}B_{t-1}^{pub}\left\{\begin{array}{c} \left(1 - F\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right) \\ +\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{P_{t-1}Q_{t-1}^{GC}K_{t-1}^{GC}}{R_{t-1}^{L}B_{t-1}^{com}}\left[R_t^TG\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right] \\ -\gamma_{com,tar}\left(\frac{\xi}{\xi-1}\right)\left(\frac{B_{t-1}^{com}}{\overline{B}_{t-1}} - 1\right)\frac{1}{\overline{B}_{t-1}}\left(\frac{1}{R_{t-1}^{L}}\right) \end{array}\right\} \\ &- P_tB_t^{pub} \end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned} T_t^{FI,priv} &= R_{t-1}^{L,priv}P_{t-1}B_{t-1}^{priv}\left\{\begin{array}{c} \left(1 - F\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right) \\ +\left(1-\mu^{GC}\right)\frac{P_{t-1}Q_{t-1}^{GC}K_{t-1}^{GC}}{R_{t-1}^{L}B_{t-1}^{com}}\left[R_t^TG\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right)\right] \end{array}\right\} \\ &- P_tB_t^{priv} \end{aligned} \tag{2.63}$$

são os fluxos de caixa recebidos dos empreendedores pelos intermediários financeiros sob controle privado e público.

1.2.8 Agregação

A restrição agregada dos recursos da economia pode ser obtida substituindo, na restrição orçamentária das famílias, as restrições dos demais agentes da economia. A equação resultante é

$$\begin{aligned} Y_t =& G_t + C_t + I_t^{GC} + I_t^{BC} \\ &+ \mu^{GC}\frac{Q_{t-1}^{GC}K_{t-1}^{GC}R_t^T}{\Pi_t}G\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right) \\ &+ \mu^{BC}\frac{Q_{t-1}^{BC}K_{t-1}^{BC}R_t^T}{\Pi_t}G\left(\varpi_t, \sigma_{\omega,t}\right) \end{aligned} \tag{2.64}$$

isto é, os bens finais produzidos são utilizados para investimento em capital físico, consumo das famílias e do governo, e para cobrir os custos de recuperação dos ativos dos devedores inadimplentes.

1.2.9 Equilíbrio

A presença da tendência tecnológica determinística crescente Z_t faz com que os salários reais W_t^r, os multiplicadores de Lagrange Λ_t ,η_t^{priv} e η_t^{pub}, e as variáveis representando alocações (Y_t, C_t, G_t, I_t^{GC}, I_t^{BC}, K_t,K_t^{GC}, K_t^{BC}, $K_t^{unf,GC}$, $K_t^{unf,BC}$, B_t^{priv}, B_t^{pub}, B_t^{com}, B_t^{dev}, τ_t, $T_t^{G,dev}$) e direitos (N_t^T, B_t^{priv}, B_t^{pub}, B_t^{dev}, B_t, D_t) não sejam estacionárias. Para contornar este problema, foram definidas as variáveis estacionárias

$$\tilde{\Lambda}_t = \Lambda_t . Z_t$$

$$\tilde{K}_t = \frac{K_t}{Z_{t+1}}, \quad \tilde{K}_t^{GC} = \frac{K_t^{GC}}{Z_{t+1}}, \quad \tilde{K}_t^{BC} = \frac{K_t^{BC}}{Z_{t+1}},$$
$$\tilde{K}_t^{unf,GC} = \frac{K_t^{unf,GC}}{Z_{t+1}}, \quad \tilde{K}_t^{unf,BC} = \frac{K_t^{unf,BC}}{Z_{t+1}}$$

e

$$\tilde{X}_t = \frac{X_t}{Z_t}, \; X_t = \left\{ \begin{array}{c} W_t^r, Y_t, C_t, G_t, I_t^{GC}, I_t^{BC}, \tau_t, N_t, B_t^{priv}, B_t^{pub}, \\ B_t^{com}, B_t^{dev}, B_t, D_t, T_t^{G,dev}, \eta_t^{priv}, \eta_t^{pub} \end{array} \right\}$$

que, substituídas nas condições de primeira ordem originais, deixam o sistema apenas com variáveis estacionárias, tornando possível determinar seu estado estacionário e computar sua solução como aproximação de primeira ordem. As equações deste novo sistema estão listadas no apêndice, juntamente com as equações que definem o estado estacionário do sistema.

O equilíbrio desta economia é definido pela sequência de valores de 54 variáveis - $\tilde{C}_t$, $\tilde{G}_t$, $\tilde{I}_t^{GC}$, $\tilde{I}_t^{BC}$, $\tilde{Y}_t$, υ_t, L_t, $\tilde{K}_t$, $\tilde{K}_t^{GC}$, $\tilde{K}_t^{BC}$, $\tilde{K}_t^{unf,GC}$, $\tilde{K}_t^{unf,BC}$, $\mu_t^{K,GC}$, $\mu_t^{K,BC}$, Π_t, Π_t^*, Q_t^o, f_t^1, f_t^2,$\tilde{W}_t^r$, Π_t^W, Π_t^{W*}, $\tilde{W}_t^o$, $f_t^{W,1}$, $f_t^{W,2}$, MC_t, $\tilde{\Lambda}_t$, R_t, $\tilde{N}_t$, $\tilde{B}_t^{priv}$, $\tilde{B}_t^{pub}$, $\tilde{B}_t^{com}$, $\overline{\tilde{B}}_t^{com}$, $\tilde{B}_t^{dev}$, ϖ_{t+1}, $\tilde{\eta}_t^{priv}$, $\tilde{\eta}_t^{pub}$, $R_t^{L,priv}$,$R_t^{L,pub}$, R_t^L, $R_t^{L,dev}$, R_t^K, R_t^T, Q_t^{GC},Q_t^{BC}, $\tilde{D}_t$, $\tilde{B}_t$, $\tilde{\tau}_t$, $\tilde{T}_t^{G,dev}$, $\sigma_{\omega,t+1}$, s_t, γ_t^e, z_t^C, z_t^A - que satisfaça simultaneamente as formas estacionárias das equações (2.1), (2.4)-(2.11) referentes ao problema das famílias, (2.15), (2.17), (2.19)-(2.27) relativas às firmas produtoras de bens de consumo; das equações (2.28)-(2.31) aplicadas a ambos os tipos de capital; (2.32)-(2.50), decorrentes do problema dos empreendedores; e das equações (2.52)-(2.64), relativas ao comportamento do governo, dos intermediários financeiros e da restrição agregada da economia.

1.3 Calibração

Os parâmetros relacionados ao estado estacionário do modelo estão sumarizados na tabela A.2, e foram calibrados de forma que o valores de algumas variáveis endógenas no estado estacionário reproduzissem características da economia brasileira. O procedimento de calibração detalhado é descrito no apêndice do texto.

A inflação de estado estacionário Π foi calibrada em $1.045^{1/4}$, valor trimestralizado da meta de inflação brasileira de 4.5%a.a., estável desde 2005. A tendência de crescimento tecnológico g_Z da economia foi fixada em $1.045^{1/4}$, próxima à taxa média trimestral de crescimento do PIB entre 2004 e 2010. O fator de desconto β foi escolhido de forma que a taxa de juros no estado estacionário R seja igual a $1.13^{1/4}$, aproximadamente o valor médio da Selic entre 2005 e 2010. Os parâmetros ε e ε_W, notoriamente de difícil estimação, foram calibrados com valor 20, de forma a assegurar markups de 5% para preços e salários. Outro parâmetro de difícil estimação, o inverso da elasticidade da oferta de trabalho η, foi calibrado com valor 1.

Um conjunto de parâmetros foi selecionado de maneira a garantir que as componentes da demanda agregada, o volume de capital produtivo e os montantes de crédito do modelo assumissem valores próximos aos da economia brasileira entre os anos de 2005 a 2010. Por simplificação, estas variáveis foram representadas em termos de frações do PIB trimestral, e, no estado estacionário, foram fixadas nos valores resumidos na tabela A.1. Os parâmetros que determinam o estado estacionário do modelo e seus respectivos valores calibrados estão na tabela A.2.

As taxas de depreciação δ^{GC} e δ^{BC} foram calibradas para garantir a correspondência correta entre investimento e estoque de capital. A elasticidade de substituição entre os dois tipos de capital é determinada pelo parâmetro ξ_K, que foi calibrado com valor 1.01, aproximando uma função de produção Cobb-Douglas (o valor exato 1 que, no limite, reproduziria exatamente a função Cobb-Douglas, não foi utilizado porque produziria formas degeneradas nas condições de primeira ordem não linearizadas). O coeficiente α representa a remuneração do fator de produção capital como fração da produção total, e foi calibrado com valor 0.40, resultado da soma do excedente operacional líquido e 50% do rendimento misto bruto, componentes do PIB medido segundo a ótica da renda, entre 2005 e 2009.

O parâmetro ξ que determina a elasticidade de substituição entre empréstimos dos bancos comerciais privados e públicos recebeu valor 21, que implica que um aumento de 0.25%a.t. na taxa de juros de um banco comercial resulta em redução de 5,1% no volume de empréstimos demandados.

Os juros médios do crédito direcionado $R^{L,dev} = 1.11^{0.25}$ correspondem ao valor médio da TJLP entre 2005 e 2010 (7%) acrescidos de um markup de 4% relativo a custos de intermediação. Para o problema do empreendedor, os parâmetros μ e σ_ω são fixados de forma a garantir os valores de R^L, $\widetilde{B}^{dev}$ e $\widetilde{B}^{com}$ desejados. Os parâmetros A e ψ tiveram seus valores calibrados de forma a garantir as relações de estado estacionário previamente fixadas, utilizando metodologia descrita no apêndice.

Um segundo conjunto de parâmetros determina comportamento dinâmico das variáveis endógenas. São relacionados à rigidez de preços e salários (θ^W, χ^W, θ e χ), preferências (κ) e a custos de ajustamento ($\kappa^{i,GC}$ e $\kappa^{i,BC}$), bem como às regras de política monetária (γ^R, γ^π e γ^Y), fiscal (γ^G e γ^B) e de crédito ($\rho_{B,dev}$, $\gamma_{Y,B,dev}$, $\gamma_{Btot,B,dev}$, $\rho_{B,com}$, $\gamma_{Y,B,com}$, $\gamma_{Btot,B,com}$ e $\gamma_{com,tar}$). Seus valores calibrados são apresentados na tabela A.3.

Os valores dos parâmetros κ, θ^W, χ^W, θ, χ, $\kappa^{i,GC}$, $\kappa^{i,BC}$, γ^R, γ^π e γ^Y foram calibrados com base nas estimativas para parâmetros equivalentes nos modelos de Christofel et al. (2008) e Christiano et al. (2008), ambos para a área do Euro, Adolfson et al. (2008) e Christiano et al. (2010) para a Suécia, além do modelo seminal de Smets e Wouters (2003). O valor de γ^G foi calculado através de regressão linear simples usando os resíduos do filtro HP da série de dessazonalizada dos gastos do governo segundo o IBGE, e a γ^B foi atribuído um valor pequeno apenas para garantir a estacionariedade do modelo.

Os parâmetros das regras de concessão de crédito direcionado e de crédito livre pelos bancos estatais foram calibrados inicialmente como nulos, determinando que não há política de crédito visando estabilização macroeconômica, exceto o parâmetro $\rho_{B,dev}$ relacionado à inércia das concessões de crédito direcionado, que foi estimado de maneira semelhante a γ^B. Esta hipótese é relaxada na seção seguinte, sobre regras ótimas.

Finalmente, o terceiro grupo de parâmetros que resta calibrar são aqueles associados aos choques exógenos. Nos modelos DSGE estimados, a presença destes choques, em número pelo menos igual ao de variáveis observáveis, é necessária para que o modelo possa ser estimado. No nosso modelo, os parâmetros estruturais já foram calibrados, mas acrescentamos os choques a fim de reproduzir, nas variáveis endógenas, a variâncias das respectivas séries na economia brasileira real. Isto é necessário porque, em etapa posterior do trabalho, vamos estimar várias regras ótimas cujos parâmetros serão calculados de forma a minimizar funções-perda que dependem da variância de variáveis endógenas, tais como produto e inflação.

Para tornar o modelo mais realista, vamos introduzir 13 choques exógenos, o que tornará mais difícil a tarefa do Banco Central e dos bancos estatais de estabilizar a economia usando apenas seus três instrumentos de política. Procuramos, assim, representar as limitações que estes agentes enfrentariam numa economia real.

Além dos choques $z_{C,t}$, $z_{A,t}$, $z_{I,GC,t}$ e $z_{I,BC,t}$, e das inovações $\varepsilon_{s,t}$, $\varepsilon_{\sigma,t}$, $\varepsilon_{R,t}$, $\varepsilon_{B,dev,t}$, $\varepsilon_{R,dev,t}$, $\varepsilon_{G,t}$ e $\varepsilon_{\gamma,t}$, já definidos no modelo, foram introduzidos na forma linearizada do modelo choques de markup de preços e salários ($\varepsilon_{P,t}$ e $\varepsilon_{W,t}$), representados nas seguintes equações

$$z_t^P = (1-\rho_P)\ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\right) + \rho_P z_{t-1}^P + \sigma_P \varepsilon_{P,t}, \quad \varepsilon_{P,t} \sim N(0,1)$$
$$z_t^P \equiv \ln\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t - 1}\right)$$

$$z_t^W = (1-\rho_W)\ln\left(\frac{\varepsilon_W}{\varepsilon_W-1}\right) + \rho_W z_{t-1}^W + \sigma_W \varepsilon_{W,t}, \quad \varepsilon_{W,t} \sim N(0,1)$$
$$z_t^W \equiv \ln\left(\frac{\varepsilon_{W,t}}{\varepsilon_{W,t} - 1}\right)$$

Estes choques e inovações foram introduzidos para permitir que o modelo reproduzisse, em certa medida, as variâncias de 10 variáveis observáveis: C_t, G_t, I_t, R_t, Π_t, Emp_t, $R_t^{L,dev}$, R_t^L, B_t^{dev} e B_t^{com}. A tabela A.4 informa a fonte de cada uma das séries.

No modelo, L_t representa o número de horas trabalhadas. No entanto, a série de variáveis observáveis utilizada como proxy da quantidade de trabalho foi o número de pessoas ocupadas maiores de 10 anos (Emp_t). Como esta última série apresenta notoriamente menos variabilidade do que o número de horas trabalhadas, utilizamos um artifício introduzido por Smets e Wouters (2003), que acrescentaram ao seu modelo DSGE original uma equação ad-hoc relacionando o nível de ocupação observável com o número não observável de horas de trabalho:

$$\ln\left(\frac{Emp_t}{Emp}\right) = \beta E_t \ln\left(\frac{Emp_{t+1}}{Emp}\right) + \frac{(1-\beta\theta_e)(1-\theta_e)}{\theta_e}\left[\ln\left(\frac{L_t}{L}\right) - \ln\left(\frac{Emp_t}{Emp}\right)\right]$$

Aqui, o parâmetro de rigidez θ_e será estimado juntamente com as variâncias e os coeficientes auto-regressivos dos choques.

Calculou-se o logaritmo de cada uma das séries observáveis trimestrais, e as séries resultantes foram submetidas ao filtro de Hodrick-Prescott. Os resíduos do filtro foram informados ao modelo como desvio em relação ao estado estacionário, e estimaram-se os valores dos coeficientes auto-regressivos dos choques e das variâncias de suas inovações, além do parâmetro θ_e.

A estimação foi feita através de métodos bayesianos, como é usual para modelos DSGE. Para os coeficientes autoregressivos, utilizou-se distribuição a priori beta de média 0.5 e desvio-padrão 0.25, garantindo que os coeficientes estimados se encontrem no intervalo [0,1]. Para as variâncias dos choques, utilizou-se como priori distribuição gama inversa com 1 grau de liberdade.

Na tabela A.4, são apresentados os desvios-padrão das séries de resíduos do filtro HP informadas para o algoritmo de estimação, e os desvios-padrão das respectivas variáveis segundo o modelo calibrado.

A decomposição de variância de algumas variáveis endógenas mais relevantes é apresentada na tabela A.5. Os choques mais importantes para a maioria das variáveis são os choques de produtividade ε_A, o choque de markup de preços ε_P (equivalente a um *cost-push shock*), e o choque de custo de ajustamento dos investimentos $\varepsilon_{I,BC}$, que respondem pela maior parte da variância do produto, consumo, investimento, inflação, juros básicos, emprego e salários. Dos choques associados a crédito no modelo, o choque de custo de captação ε_s é responsável por 62% da variância dos juros do crédito livre, e o choque no capital próprio do empreendedor ε_γ responde por 26% da variância do volume de crédito livre. Já o choque de risco idiossincrático dos empreendimentos foi responsável por apenas 2% da variância dos juros do crédito livre, e teve papel ainda menor no comportamento do restante das variáveis endógenas.

1.4
Funções de Respostas a Impulso do Modelo Calibrado

A fim de compreender o comportamento do modelo, é conveniente analisar as funções de resposta a impulso dos principais choques desta economia. Nesta seção, vamos descrever as resposta a impulso dos choques sobre juro ($\varepsilon_{R,t}$), preços ($\varepsilon_{P,t}$), salários ($\varepsilon_{W,t}$), produtividade ($\varepsilon_{A,t}$), risco idiossincrático do empreendedor ($\varepsilon_{\sigma,t}$), capital próprio dos empreendedores ($\varepsilon_{\gamma,t}$) e no volume do financiamento com crédito direcionado ($\varepsilon_{B,dev,t}$). Os gráficos são apresentados no apêndice, nas figuras B.1 a B.7, identificados pela legenda ”calibrado”.

A resposta a um choque transitório de 0.25%a.t. na taxa de juros básica produz os resultados usuais, representados na figura B.1. As demandas por consumo e investimento se reduzem, as inflações de preços e salários também caem, assim como o número de horas trabalhadas. Os efeitos do choque sobre a economia atingem o máximo após 3 ou 4 trimestres, e a partir de então as variáveis tendem a retornar aos seus valores de equilíbrio estacionário. Como é caracterísitico dos modelos com acelerador financeiro, os juros do crédito livre aumentam mais do que os juros básicos.

Na figura B.2, o choque no markup de preços que eleva a inflação em 0.25%a.t. simula um choque de custos. A reação das demais variáveis segue o *script* usual. A autoridade monetária eleva os juros para combater a inflação, o consumo e o investimento se retraem, trazendo consigo o produto e o número de horas trabalhadas. Os efeitos máximos aparecem no terceiro e quarto trimestres, a partir de quando as variáveis começam a retornar aos níveis estacionários. O choque de markup de salários, na figura B.3, simula o aumento de 0.25%a.t. nos salários nominais. O aumento de custos eleva a inflação, o banco central aumenta os juros básicos, e consumo e investimento se retraem.

O choque na produtividade (figura B.4) também produz os efeitos esperados. O produto se eleva e os preços caem. O banco central reduz os juros; consumo e investimento se elevam. À medida que as firmas substituem trabalho por capital, a demanda por trabalho cai e os salários se reduzem ligeiramente.

Os efeitos do acelerador financeiros aparecem com o choque no risco dos empreendimentos (figura B.5). A elevação no risco idiossincrático dos projetos exige que os bancos comerciais elevem as taxas de juros cobradas, o que desencorajaria o investimento no capital de tipo GC. No entanto, como a persistência do choque em σ é pequena, e o risco volta rapidamente para seu valor estacionário, o efeito esperado de redução no investimento não se verifica aqui. Pelo contrário, o aumento inicial e não antecipado do risco faz com que os bancos comerciais sofram perdas maiores nos seus empréstimos, enquanto os empreendedores não inadimplentes se apropriam de retornos médios maiores do os usuais. Assim, acabam acumulando maior volume de capital próprio para os períodos seguintes, o que reduz sua necessidade de empréstimos bancários e os custos destes financiamentos. Esse aumento de recursos disponíveis na mão dos empreendedores permite níveis maiores de investimento. E a redução rápida do risco nos períodos seguintes traz os juros bancários de volta ao patamar usual. Em suma, o choque inesperado e pouco persistente no risco dos empreendimentos acaba funcionando como uma transferência de recursos dos credores para os devedores, redundando no aumento do investimento. Outra simulação com persistência maior no choque de risco (não apresentada aqui) exibe os efeitos normalmente esperados de aumento persistente nos juros bancários e redução no volume de investimentos.

Já redução temporária de 1% no capital próprio do empreendedor, representada por choque na variável γ_t^e (figura B.7), apresenta os efeitos normalmente esperados. A necessidade de financiamento com recursos de terceiros aumenta, e é suprida através do crédito livre juntos aos bancos comerciais. Os juros do crédito livre sobem em resposta ao aumento da alavancagem, reduzindo a demanda por investimento. O produto cai em função da queda no investimento, a inflação se reduz, induzindo o banco central a agir baixando os juros, ainda que numa intensidade pequena.

A figura B.6 representa a resposta a um choque persistente de 11,8$\%$ no volume de crédito direcionado, equivalente a 1% do produto anual da economia. A disponibilidade deste crédito reduz a necessidade dos empréstimos com recursos livres, e o volume de crédito tomado junto aos bancos comerciais diminui. Como o crédito direcionado não exige colateral do tipo GC, resta mais deste para ser utilizado como garantia do crédito livre, e a taxa de juros destes últimos se reduz ligeiramente. A maior disponibilidade de crédito eleva a demanda por investimento e, por conseguinte, o preço relativo dos capitais físicos de ambos os tipos e, daí, o valor do capital próprio dos empreendedores. O efeito positivo sobre o produto é pequeno, resultado sobretudo da elevação no investimento. O principal efeito do choque no crédito direcionado, no modelo, é deslocar o crédito livre.

1.5 Políticas Monetária e de Crédito Ótimas

Nesta seção, vamos estabelecer as regras de atuação da autoridade monetária, do banco de desenvolvimento e dos bancos comerciais públicos, e definir suas funções-objetivo. Serão comparados dois tipos distintos de equilíbrios: cooperativo e não cooperativo. No primeiro caso, todos os agentes possuem uma mesma função-objetivo, e definem conjuntamente suas regras de atuação a fim de atingir o objetivo comum. No segundo caso, cada autoridade persegue objetivos distintos, e interagem conhecendo as regras ótimas umas das outras. Dentro do arcabouço do modelo, procuraremos identificar de que maneira a ausência de cooperação modifica a atuação da cada agente.

1.5.1 Objetivos e instrumentos de política monetária e de crédito

Por simplicidade, optamos por utilizar regras lineares simples para a autoridade monetária, o banco de desenvolvimento e os bancos comerciais públicos, e especificar suas funções-objetivo na forma de funções-perda dependentes das variâncias de variáveis endógenas. Conforme Woodford (2003), cap. 6, por exemplo, é possível representar a utilidade das famílias numa aproximação de segunda ordem como função das variâncias de variáveis endógenas como produto e inflação e dos parâmetros relacionados às preferências dos agentes. Por simplicidade, optamos pela representação através de funções perda com pesos arbitrários, abordagem bastante comum na literatura (exemplos são Kannan et al. (2009), Angelini et al. (2011) e Dixit e Lambertini (2003)). Além da simplicidade, outra vantagem das funções perda é a facilidade em associá-las aos mandatos dos agentes responsáveis pelos instrumentos de política monetária e de crédito. No caso da autoridade monetária, a função perda será dada por

$$L^{CB} = \sigma_{\Pi}^2 + \varpi_Y^{CB}\sigma_Y^2 + \varpi_R^{CB}\sigma_R^2$$

onde σ_{Π}^2 é a variância da taxa anualizada da inflação (cujo valor de estado estacionário é a meta do Banco Central), σ_Y^2 é a variância do hiato do produto em relação ao estado estacionário, σ_R^2 é a variância da taxa de juros básica trimestral anualizada e ϖ_R^{CB} e ϖ_Y^{CB} são fatores de ponderação. Esta especificação é bastante comum, e procura representar o mandato duplo dos bancos centrais de estabilização de inflação e emprego, e também a existência de custos na variação do instrumento de política. Seguindo o exemplo de Angelini et al. (2011), vamos especificar inicialmente $\varpi_Y^{CB} = 0.50$ e fixar o valor de $\sigma_R^2 = 0.003$. de forma a garantir desvio-padrão dos juros na faixa de 4%a.a. ou menos.

A definição dos objetivos do banco de desenvolvimento é menos imediata. Segundo o estatuto do BNDES (**?**), artigo 3^o, "O BNDES é o principal instrumento de execução da política de investimento do Governo Federal e tem por objetivo primordial apoiar programas, projetos, obras e serviços que se relacionem com o desenvolvimento econômico e social do País.". É uma definição bastante genérica dos objetivos do banco de desenvolvimento. Não faz nenhuma menção a estabilização macroeconômica, mas enfatiza o papel do BNDES na política de investimento do Governo Federal. O modelo de equilíbrio geral não permite analisar vários aspectos microeconômicos importantes associados a crédito direcionado, tais como distorções alocativas e externalidades positivas dos projetos financiados. Estas são questões importantes, mas que não serão abordadas neste momento. Como a preocupação aqui é com a interação entre políticas monetária e de crédito, no modelo, o banco de desenvolvimento procurará estabilizar os níveis de crédito e do produto, e suas preferências serão representadas pela função perda

$$L^{DB} = \varpi_Y^{DB}\sigma_Y^2 + \varpi_{B,tot}^{DB}\sigma_{B,tot}^2 + \varpi_{B,dev}^{DB}\sigma_{B,dev}^2$$

onde $\sigma_{B,tot}^2$ é a variância do volume total de crédito $\tilde{B}^{dev} + \tilde{B}^{com}$ em relação ao estado estacionário, $\sigma_{B,dev}^2$ é a variância do volume de crédito direcionado $\tilde{B}_t^{dev}$, e ϖ_Y^{DB}, $\varpi_{B,tot}^{DB}$ e $\varpi_{B,dev}^{DB}$ são fatores de ponderação. A presença das variâncias σ_Y^2 e $\sigma_{B,tot}^2$ permite testar especificações alternativas em que o banco de desenvolvimento dá mais ênfase ora à estabilização do produto, ora à do crédito total. A variância $\sigma_{B,dev}^2$ do volume de crédito direcionado é incluída apenas para desencorajar variações excessivas do instrumento, já que, numa economia real, estas variações tem custos de ajustamento que não foram incorporados explicitamente no modelo.

Embora a estabilização macroeconômica não seja uma atribuição relevante de bancos de desenvolvimento, o BNDES possivelmente assumiu essa tarefa, ainda que temporariamente, nos meses seguintes à crise de 2008, ao elevar seu volume de concessões a partir de 2009 em resposta à retração do crédito pelos bancos privado. O propósito destas simulações é tentar reproduzir esse tipo de situação, analisando o impacto do crédito direcionado sobre a política monetária.

A função perda associada à política de concessão de crédito livre pelos bancos comerciais sob controle estatal é análoga à do banco de desenvolvimento, exceto pela variância do instrumento:

$$L^{pub} = \varpi_Y^{pub}\sigma_Y^2 + \varpi_{B,tot}^{pub}\sigma_{B,tot}^2 + \varpi_{Bpriv/Bpub}^{pub}\sigma_{Bpriv/Bpub}^2$$

onde $\sigma_{Bpriv/Bpub}^2$ é a variância da razão B_t^{priv}/B_t^{pub}. Esta razão se manteria sempre constante caso os bancos públicos procurassem apenas maximizar lucros e se comportassem como bancos privados. A variação desta razão estaria relacionada com as reduções nos lucros dos bancos públicos, e será tanto maior quanto mais o banco público abdicar de lucros em favor de outras metas.

A regra de política monetária segue a especificação original do modelo, i.e., uma regra de Taylor que responde a inflação e produto contemporâneos:

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{R_{t-1}}{R}\right)^{\gamma_R}\left[\left(\frac{\Pi_t}{\Pi}\right)^{\gamma_\Pi}\left(\frac{Y_t}{Y}\right)^{\gamma_Y}\right]^{1-\gamma_R}\exp\left(\sigma_{\varepsilon,R}\varepsilon_{R,t}\right)$$

O instrumento do crédito direcionado $\tilde{B}_t^{dev}$ se comporta segundo a regra:

$$\left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}}{\tilde{B}^{dev}}\right) = \left(\frac{\tilde{B}_{t-1}^{dev}}{\tilde{B}^{dev}}\right)^{\rho_{B,dev}}\left[\left(\frac{Y_t}{Z_t\tilde{Y}}\right)^{\gamma_{Y,B,dev}}\left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}+\tilde{B}_t^{com}}{\tilde{B}^{dev}+\tilde{B}^{com}}\right)^{\gamma_{Btot,B,dev}}\right]^{\left(1-\rho_{B,dev}\right)}$$
$$\times\exp\left(\sigma_{\varepsilon,B,dev}\varepsilon_{B,dev,t}\right),\ \varepsilon_{B,dev,t}$$

isto é, o banco de desenvolvimento responde ao produto e ao volume agregado de crédito, que são as variáveis que constam na sua função-perda. A inflação não aparece na regra do crédito direcionado porque está ausente na função objetivo do banco de desenvolvimento, e este teria poucos motivos para considerá-la na hora determinar sua política. E, de fato, a idéia aqui é representar uma situação de conflito de interesses em que o banco de desenvolvimento está mais preocupado com produto e crédito, e o banco central, com a inflação.

De maneira análoga, a meta para o volume total de crédito livre informada aos bancos comerciais sob controle estatal segue a regra

$$\left(\frac{\overline{B}_t^{com}}{\overline{B}^{com}}\right) = \left(\frac{\overline{B}_{t-1}^{com}}{\overline{B}^{com}}\right)^{\rho_{B,com}}\left[\left(\frac{Y_t}{Z_t\tilde{Y}}\right)^{\gamma_{Y,B,com}}\left(\frac{\tilde{B}_t^{dev}+\tilde{B}_t^{com}}{\tilde{B}^{dev}+\tilde{B}^{com}}\right)^{\gamma_{Btot,B,com}}\right]^{\left(1-\rho_{B,com}\right)}$$
$$\times\exp\left(\sigma_{\varepsilon,B,com}\varepsilon_{B,com,t}\right),\ \varepsilon_{B,com,t}$$

A variável $\overline{B}_t^{com}$ só produz efeito real através dos bancos públicos quando $\gamma_{com,tar} \neq 0$ (lembre-se que $\gamma_{com,tar}$ aparece na condição de primeira ordem dos bancos comerciais públicos). Assim, os parâmetros que definem a regra de crédito livre dos bancos públicos são $\rho_{B,com}$, $\gamma_{Y,B,com}$, $\gamma_{Btot,B,com}$ e $\gamma_{com,tar}$.

Já que o crédito direcionado é sempre racionado no modelo, as variações na sua taxa de juros não têm efeito relevante sobre a oferta do crédito e sobre as decisões de investimento. Por esta razão, a taxa de juros $R_t^{L,dev}$ não será considerada como instrumento de política de crédito. A propósito, a TJLP, que corresponderia à taxa de juros do crédito direcionado, flutuou relativamente pouco na última década, ao contrário do volume do crédito.

No processo de estimação das variâncias dos choques descrito anteriormente, foram estimados os valores $\sigma_{\varepsilon,R}$ e $\sigma_{\varepsilon,B,dev}$ associados as choques em R_t e $\tilde{B}_t^{dev}$. Nas simulações de regras ótimas, fixou-se $\sigma_R = \sigma_{\varepsilon,B,dev} = \sigma_{\varepsilon,B,com} = 0$, já que não há interesse em acrescentar ruído à atuação das autoridades monetária e de crédito direcionado.

1.5.2 Equilíbrios Cooperativo e Não-cooperativo

No equilíbrio não-cooperativo, cada agente procura maximizar sua utilidade tomando como dado o comportamento dos demais agentes. Mais especificamente, temos um equilíbrio de Nash em que a autoridade monetária determina de maneira ótima os valores dos coeficientes γ_R, γ_Π e γ_Y de sua regra, de forma a minimizar o valor esperado de sua função-perda, tomando como dadas as regras do banco de desenvolvimento e dos bancos comerciais públicos. Analogamente, cada um destes outros agentes escolhe de maneira ótima os parâmetros de suas regras dadas as regras dos outros agentes. Assim, os parâmetros γ_R^*, γ_Π^*, γ_Y^*, $\rho_{B,dev}^*$, $\gamma_{Y,B,dev}^*$, $\gamma_{Btot,B,dev}^*$, $\rho_{B,com}^*$, $\gamma_{Y,B,com}^*$, $\gamma_{Btot,B,com}^*$ e $\gamma_{com,tar}^*$ que caracterizam o equilíbrio não cooperativo são tais que:

$$(\gamma_R^*, \gamma_\Pi^*, \gamma_Y^*) = \underset{(\gamma_R,\gamma_\Pi,\gamma_Y)}{\arg\min}\, L^{CB} \begin{pmatrix} \gamma_R, \gamma_\Pi, \gamma_Y, \rho_{B,dev}^*, \gamma_{Y,B,dev}^*, \gamma_{Btot,B,dev}^*, \\ \rho_{B,com}^*, \gamma_{Y,B,com}^*, \gamma_{Btot,B,com}^*, \gamma_{com,tar}^* \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} &\left(\rho_{B,dev}^*, \gamma_{Y,B,dev}^*, \gamma_{Btot,B,dev}^*\right) = \\ &= \underset{\left(\rho_{B,dev},\gamma_{Y,B,dev},\gamma_{Btot,B,dev}\right)}{\arg\min} L^{DB} \begin{pmatrix} \gamma_R^*, \gamma_\Pi^*, \gamma_Y^*, \rho_{B,dev}, \gamma_{Y,B,dev}, \gamma_{Btot,B,dev}, \\ \rho_{B,com}^*, \gamma_{Y,B,com}^*, \gamma_{Btot,B,com}^*, \gamma_{com,tar}^* \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \rho^*_{B,com}, \gamma^*_{Y,B,com}, \\ \gamma^*_{Btot,B,com}, \gamma^*_{com,tar} \end{pmatrix} =$$
$$= \underset{\left(\rho_{B,com}, \gamma_{Y,B,com}, \gamma_{Btot,B,com}, \gamma_{com,tar}\right)}{\arg\min} L^{pub} \begin{pmatrix} \gamma^*_R, \gamma^*_\Pi, \gamma^*_Y, \rho^*_{B,dev}, \\ \gamma^*_{Y,B,dev}, \gamma^*_{Btot,B,dev}, \rho_{B,com}, \\ \gamma_{Y,B,com}, \gamma_{Btot,B,com}, \gamma_{com,tar} \end{pmatrix}$$

No equilíbrio cooperativo, o banco central e os bancos públicos possuem funções-perda idênticas, e determinam os parâmetros ótimos de suas regras conjuntamente de maneira a minimizar a função perda comum. Representando esta função por $L^{CB,DB,pub}$, os parâmetros ótimos na situação de cooperação são dados por

$$\begin{pmatrix} \gamma^c_R, \gamma^c_\Pi, \gamma^c_Y, \rho^c_{B,dev}, \gamma^c_{Y,B,dev}, \gamma^c_{Btot,B,dev}, \\ \rho^c_{B,com}, \gamma^c_{Y,B,com}, \gamma^c_{Btot,B,com}, \gamma^c_{com,tar} \end{pmatrix} =$$
$$= \arg\min L^{CB,DB,pub} \begin{pmatrix} \gamma_R, \gamma_\Pi, \gamma_Y, \rho_{B,dev}, \gamma_{Y,B,dev}, \\ \gamma_{Btot,B,dev}, \rho_{B,com}, \gamma_{Y,B,com}, \\ \gamma_{Btot,B,com}, \gamma_{com,tar} \end{pmatrix}$$

A função-perda conjunta é construída a partir da função-perda da autoridade monetária, acrescida de termos para as variâncias dos dois instrumento de política de crédito, ou seja,

$$\begin{aligned} L^{CB,DB,pub}\left(\gamma_R, \gamma_\Pi, \gamma_Y, \rho_{D,BC}, \gamma_{BC}\right) &= \sigma^2_\Pi + \varpi^{CB}_Y \sigma^2_Y + \varpi^{CB}_R \sigma^2_R \\ &+ \varpi^{DB}_{B,D} \sigma^2_{B,D} + \varpi^{pub}_{Bpriv/Bpub} \sigma^2_{Bpriv/Bpub} \end{aligned}$$

A idéia por trás desta versão é que os banco públicos cooperam com o banco central para atingir os objetivos deste último, mas sofrem custos de ajustamento sobre as variações no nível de seus respectivos instrumentos.

Como referência, além dos dois tipos de equilíbrios acima, serão calculados os equilíbrios para cada regra ótima considerando os demais parâmetros calibrados como no modelo original, isto é, a regra de Taylor com os parâmetros $\gamma_R = 0.85$, $\gamma_\Pi = 1.8$ e $\gamma_Y = 0.3$, e os coeficientes das regras de crédito público livre e direcionados todos iguais a zero.

A identificação dos parâmetros ótimos de cada um dos equilíbrios descritos é feita numericamente. Para calcular o valor da função-objetivo em cada iteração do algoritmo de otimização, os candidatos a parâmetros ótimos são utilizados juntamente com os demais parâmetros calibrados para resolver o modelo DSGE através aproximações de primeira ordem das equações não-lineares originais. A partir da solução linear obtida, e conhecidas as variâncias dos choques exógenos, são computadas as variâncias incondicionais das variáveis endógenas e, em seguida, os valores das funções-perda.

O algoritmo de otimização é inicializado com sugestões iniciais para os parâmetros ótimos procurados, a partir das quais se inicia a busca dos mínimos para as funções-perda.Como a possibilidade de existência de diversos mínimos locais é significativa, utilizou-se um grid retangular no $\mathbb{R}^n$ formado pelo produto cartesiano dos intervalos em $\mathbb{R}^1$ contendo os valores economicamente razoáveis para cada parâmetro a otimizar, e o processo de otimização foi iniciado em cada um dos pontos deste grid, de forma a fazer uma varredura ampla do espaço dos parâmetros e elevar a probabilidade de localização do ótimo global.

No caso dos equilíbrios não-cooperativos, os parâmetros ótimos são obtidos de forma iterativa. Computam-se inicialmente os parâmetros ótimos da política de crédito (isto é, da regra do crédito direcionado e/ou do crédito livre concedido por bancos estatais) considerando a regra de Taylor segundo os parâmetros da calibração original. A seguir, computam-se os parâmetros da regra monetária ótima considerando os parâmetros das regras de crédito que acabaram de ser calculados. Daí, calculam-se sucessivamente os parâmetros ótimos ora de uma política, ora de outra, tomando os parâmetros da iteração anterior como dados. O procedimento iterativo prossegue até que a melhoria na função perda de ambos os agentes seja suficientemente pequena (de ordem inferior a 0.01%).

1.5.3 Resultados

As tabela A.6, A.7 e A.8 resumem as propriedades dos equilíbrios do modelo sob diferentes situações de política ótima, em ambientes de cooperação ou competição entre a autoridade monetária e os bancos estatais. Na tabela A.6 são apresentadas várias situações de interação entre o Banco Central e o banco de desenvolvimento, estando ausente a política de crédito dos bancos comerciais públicos. Na tabela A.7, são os bancos comerciais públicos que interagem com a autoridade monetária, e o banco de desenvolvimento não atua. Na tabela A.8, ambas as categorias de bancos públicos perseguem os mesmos objetivos, que podem coincidir ou não com o do Banco Central. Em cada coluna, são apresentados os valores dos coeficientes das regras das políticas de crédito e monetária, as variâncias de variáveis endógenas e os valores das funções-perda L^{CB}, L^{DB}, L^{pub} e $L^{CB,DB,pub}$ anteriormente definidas, com pesos definidos de tal forma que $L^{DB} = L^{pub}$. Os pesos utilizados nestas funções são $\varpi_Y^{CB} = 0.5$, $\varpi_R^{CB} = 0.003$, $\varpi_Y^{DB} = \varpi_Y^{pub} = 1$, $\varpi_{B,tot}^{DB} = \varpi_{B,tot}^{pub} = 0$, $\varpi_{Bpriv/Bpub}^{pub} = 0.0003$ e $\varpi_{B,dev}^{DB} = 0.0003$. Os pesos ϖ_R^{CB}, $\varpi_{Bpriv/Bpub}^{pub}$ e $\varpi_{B,dev}^{DB}$, associados aos instrumentos de política, foram determinados arbitrariamente de forma a garantir que as variâncias dos instrumentos sob as respectivas políticas ótimas não atingissem patamares extremamente altos. Ainda assim, foi deixada margem suficiente para variação bem acima da observada nos dados reais, para garantir que as limitações impostas pelas funções-perda não restrinjam em demasia o espaço de ação dos agentes.

Os valores na coluna (A) representam as características do modelo calibrado original. No primeiro exercício, representado na coluna (B), computou-se a regra ótima de política monetária mantendo as regras de crédito inativas. A regra ótima computada é consideravelmente mais agressiva do que a regra de Taylor do modelo calibrado. De fato, é comum que as regras ótimas obtidas em modelos DSGE apresentem coeficientes γ_{Π}, γ_Y (e γ_R) relativamente altos. Alguns autores – por exemplo, Schmitt-Grohé e Uribe (2006) – costumam restrigir o intervalo permitido para estes coeficientes no algoritmo de otimização. Aqui, optamos por não limitar o espaço destes parâmetros, o que permitirá observar melhor a influência de uma regra de política sobre a outra. A comparação entre as colunas (A) e (B) mostra que, apesar de empregar coeficientes elevados para produto e inflação, a regra ótima proporciona ganho pequeno em termos de desvio padrão destas variáveis em comparação com o modelo calibrado. Como o modelo é rico em choques, é difícil estabilizar a economia com 1 instrumento seguindo regra dependente de apenas 2 variáveis, especialmente quando se compara a modelos mais simples com número menor de choques exógenos. Além disso, o ganho pequeno sugere que a regra calibrada original já cumpria bem o papel de estabilização da economia.

O exercício seguinte (coluna C da tabela A.6) computa a regra ótima da política de crédito direcionado considerando a regra de Taylor calibrada. A regra ótima é contracíclica, com coeficientes $\rho_{B,dev} = 0.9093$ e $\gamma_{Y,B,dev} = -35.27$, ou seja, mantidas fixas as demais variáveis, um aumento de 1% no produto determina uma redução imediata de -3.2% no volume de crédito direcionado, e de -35% no longo prazo. O coeficiente $\gamma_{Btot,B,dev}$ é procíclico, mas não o suficiente para mudar o caráter anticíclico da regra. O desvio-padrão que a regra impõe ao volume de crédito direcionado é de 34,5%a.t., consideravelmente elevado. Mas, assim como no caso da regra monetária ótima, o efeito sobre as variâncias de produto e inflação é reduzido. Há uma ligeira diminuição na variância do produto, com contrapartida de elevação no desvio-padrão da inflação.

No equilíbrio não-cooperativo (coluna D), cada regra ótima é computada tomando a outra como dada no equilíbrio. Comparando com a coluna (C), observa-se que a resposta contracíclica do banco de desenvolvimento se reduz, pois a autoridade monetária aumenta sua resposta anticíclica. Repare que a função-perda do banco central apresenta valor menor do que o da coluna (B), indicando que a atuação do banco de desenvolvimento auxilia a tarefa da autoridade monetária (por outro lado, o banco de desenvolvimento fica em situação pior quando comparada à coluna C). Mais uma vez, no entanto, os ganhos obtidos com relação ao modelo calibrado são pequenos.

Por fim, o último equilíbrio considerado, na coluna (E), assume que o banco de desenvolvimento se alinha aos objetivos do banco central, mas procura manter sob controle a variância do seu instrumento, por conta de custos de ajustamento no volume do crédito direcionado não considerados explicitamente no modelo. Agora, em comparação com o equilíbrio não cooperativo, a regra de política monetária se aproxima mais da regra ótima em (B), e a resposta do banco de desenvolvimento ao produto se reduz praticamente à metade. No entanto, comparando-se as variâncias e funções-perda das colunas B e E, verifica-se que o ganho com a colaboração do banco de desenvolvimento é pouco significativo.

De maneira geral, os resultados indicam que, no modelo, o crédito direcionado possui alguma capacidade de influenciar as variâncias da inflação e, sobretudo, do produto. No entanto, o Banco Central é capaz contrabalançar boa parte desta influência quando os objetivos dos dois agentes são discordantes. E, quando os objetivos de ambos coincidem, a contribuição adicional que o banco de desenvolvimento pode oferecer para a estabilização econômica é pequena.

A interação entre banco central e bancos comerciais públicos é descrita na tabela A.7. As colunas (A) e (B), mais uma vez, informam características dos equilíbrios dos modelos calibrado e com política monetária ótima. A coluna (C) representa o equilíbrio com a regra de Taylor calibrada original e o banco comercial público seguindo sua política ótima. Assim, como no caso do banco de desenvolvimento, a regra ótima é contracíclica. Seus parâmetros são $\rho_{B,com} = 0.934$, $\gamma_{Y,B,com} = -101.6$, $\gamma_{Btot,B,com} = 1.52$ e $\gamma_{com,tar} = 0.01$, onde a influência procíclica de $\gamma_{Btot,B,com}$ é sobrepujada pelo efeito anticíclico de $\gamma_{Y,B,com}$. As elasticidades aparentemente altas refletidas nestes parâmetros decorrem em parte do valor pequeno do parâmetro $\gamma_{com,tar}$ que aparece na condição de primeira ordem dos bancos comerciais públicos. A penalização pequena da variação do instrumento na função-perda permitiu que os desvios-padrão das taxas de juros e os volumes dos empréstimos dos bancos públicos atingissem valores bastante altos (5,8%a.a. e 31%a.t., respectivamente). Ainda assim, a política ótima consegue reduzir a variância do hiato do produto em apenas 0.23p.p., ao custo de ligeiro aumento no desvio-padrão da inflação quando comparado com o modelo calibrado.

Na ausência de cooperação entre autoridade monetária e o banco comercial público (coluna D), há novamente pequeno prejuízo nos objetivos do banco central. A redução nas variâncias de inflação e produto são bastante pequenas com relação à coluna (B). A regra ótima do banco público é menos anticíclica, já que a ação do banco central em certa medida colabora com os objetivos do banco público. No caso de cooperação entre os dois agentes, a regra ótima da autoridade monetária se aproxima mais daquela da coluna (B), e a regra do banco comercial público fica ainda mais fraca. Ou seja, assim como no caso do banco de desenvolvimento, o banco comercial público tem influência bastante limitada sobre a ação do banco central quando este persegue sua regra ótima.

Por fim, na tabela A.8, tratam-se dos casos em que ambos os bancos estatais atuam perseguindo o mesmo objetivo. A regra ótima conjunta dos dois bancos permite reduzir a variância do produto em 0,4% comparado com o modelo calibrado, com pequeno custo sobre a inflação. Comparando a regra conjunta com as duas regras individuais, verifica-se que cada agente atenua ligeiramente a sua resposta às variáveis macroeconômicas. Mas, novamente, quando interagem com um banco central que persegue regra ótima, sua capacidade de modificar os desvios-padrão do produto e inflação é reduzida. No entanto, permitem atingir bem estar maior do que na situação com regra monetária ótima apenas.

As diferentes especificações podem ser comparadas também através de suas funções de resposta a impulso. Nas figuras B.1 a B.7, são apresentadas as respostas a impulso do modelo calibrado original, da especificação onde apenas a regra de crédito direcionado é ótima, e daquela apenas a regra de crédito comercial público é ótima. É fácil notar que, em geral, a diferença do modelo com qualquer das regra de crédito ótima de crédito em relação ao modelo calibrado é pequena. Nas respostas aos choques $\varepsilon_{R,t}$, $\varepsilon_{P,t}$, $\varepsilon_{W,t}$ e $\varepsilon_{A,t}$, as regras ótimas apresentam efeito pequeno sobre as respostas de produto, inflação, juros, salários e horas trabalhadas. Na maioria destes casos, a atuação do banco público comercial foi mais relevante, mas ambos produziram efeitos contracíclicos. Como seria de se esperar, a influência maior das regras ótimas de crédito é sobre o investimento. Nas respostas aos choques associados ao mecanismo do acelerador financeiro ($\varepsilon_{\sigma,t}$ e $\varepsilon_{\gamma,t}$), novamente o banco comercial público mostra maior capacidade de estabilizar a economia do que o banco de desenvolvimento, mas vale lembrar que este resultado é bastante influenciado pelos pesos das variâncias dos instrumentos de crédito nas funções-perda do problema de otimização. O resultado mais relevante é a capacidade limitada das políticas de crédito de estabilizar a economia.

Para ilustrar este último ponto, as figuras B.8 a B.14 comparam as respostas a impulso dos equilíbrios não-cooperativo e cooperativo com especificação em que apenas a regra monetária é ótima. Agora, os bancos estatais atuam em conjunto, cooperando ou não como um banco central que também persegue sua regra ótima. Esta comparação permite observar de que forma os bancos estatais interferem na atuação do banco central otimizador. Em geral, nota-se que, queira cooperando ou não, a influência da política de crédito público é pequena. Em geral, há pouca alteração nas respostas a impulso do produto, inflação, consumo, salários e horas trabalhadas; a ação do banco central prepondera. Os desvios são ligeiramente maiores no caso não cooperativo. Novamente, as maiores diferenças são observadas nas variáveis mais proximamente relacionadas com o crédito, i.e., o investimento, as taxas e os volumes de crédito.

Alguns exercícios de robustez são apresentados na seção seguinte, testando diferentes especificações para as funções-perda. De forma geral, os exercícios indicam que há espaço, embora limitado, para a autoridade monetária elevar seu bem-estar modificando sua regra em relação à calibrada, mas que a influência dos bancos estatais na estabilização econômica via política de crédito é mais limitada.

1.6 Exercícios de Robustez

Para verificar se os resultados apresentados na seção anterior são robustos a mudanças na especificação do problema, repetimos o exercício com duas modificações. Primeiramente, consideramos a situação em que a preocupação do banco central com a inflação é maior do que no caso padrão. O segundo tipo de mudança foi considerar os bancos estatais preocupados em estabilizar o crédito ao invés do produto.

Para representar o primeiro caso, em que o banco central está preocupado sobretudo com a inflação, reduziu-se o peso ϖ_Y^{CB} de sua função-perda de 0.5 para 0.2. Esta mudança amplia o conflito de interesses entre o banco central e os bancos estatais, o que, possivelmente, abriria espaço para maior interferência dos bancos estatais nas situações não cooperativas. Na nova regra monetária ótima (coluna B da tabela A.8), o coeficiente do produto γ_Y cai sensivelmente, e a relação γ_Π/γ_Y entre os dois coeficientes passa de 0.85 para 3.62. Os resultados correspondentes a esta nova função-perda do banco central são apresentados nas tabelas A.9, A.10 e A.11, análogas às tabelas A.6, A.7 e A.8. Mesmo nesta situação, onde o conflito de interesses é potencialmente maior, a influência do crédito estatal sobre as variâncias de produto e inflação continua pequena. Há pouca diferença entre as variâncias de inflação e produto do equilíbrio não-cooperativo (coluna D) e do equilíbrio apenas com a regra monetária ótima (coluna B), estejam os bancos estatais atuando sozinhos ou em conjunto, ainda que a variância dos instrumentos de política dos bancos se mostre maior do que no caso original apresentado nas tabelas A.6, A.7 e A.8. No caso cooperativo, há um ligeiro aumento nas variâncias de inflação e produto, mas que decorre apenas do fato do banco central passar a se importar também com as variâncias dos instrumentos das políticas de crédito.

No segundo teste, o peso da variância do produto na função-perda dos bancos estatais foi considerado nulo, ao passo que o peso da variância do volume de crédito da economia assumiu valor 1. Agora, as políticas monetária e de crédito têm como meta estabilizar variáveis distintas, e o conflito de interesses deve se manifestar menos. De fato, conforme as tabelas A.13, A.13 e A.14, ambas as políticas acabam tendo efeitos limitados sobre os objetivos uma da outra. Na tabela A.12, ao compararmos o equilíbrio não cooperativo (coluna D) com os gerados pelas políticas ótimas isoladas do banco central e do banco de desenvolvimento (colunas B e C), nota-se que o prejuízo em termos de valor de função-perda é pequenos para ambos os agentes. Aliás, a situação da autoridade monetária até melhora um pouco em relação ao equilíbrio em que atua sozinha. O banco de desenvolvimento sofre algum prejuízo com a ação do banco central, mas pequeno quando comparamos com o equilíbrio calibrado. Resultado análogo é observado também nas tabelas A.13 e A.14, em que a política de crédito ótima consegue se aproximar de seus objetivos sofrendo pouca interferência da ação do banco central. A recíproca também é verdadeira, mesmo considerando que foi dada ampla liberdade de utilização de ambos os instrumentos da política de crédito: os desvios-padrão de B^{dev} e B^{pub} chegam a atingir os valores 124% e 71% nos equilíbrios não cooperativos, muito acima dos valores obsevados nas séries de dados reais, e o efeito sobre inflação e produto são consideravelmente menores.

1.7 Conclusão

O propósito deste artigo foi introduzir o crédito concedido por bancos estatais num modelo de equilíbrio geral e analisar os problemas de coordenação entre as políticas monetária e de crédito direcionado. Para tanto, foi utilizado um modelo de equilíbrio geral com acelerador financeiro a la Bernanke et al. (1999) com uma modificação no problema dos empreendedores para permitir a presença do crédito direcionado juntamente com o crédito livre concedido por intermediários financeiros privados que atuam juntamente com bancos comerciais públicos num ambiente de competição monopolística. A função de produção das firmas foi modificada introduzindo dois tipos de capital produtivo com diferentes possibilidades de uso como colaterais para empréstimos. As preferências da autoridade monetária, do banco de desenvolvimento e dos bancos comerciais estatais foram representadas na forma de funções-perda não necessariamente idênticas, e os problemas de coordenação entre estes agentes quanto ao uso de seus instrumentos - juros básicos e volumes de créditos - foram analisados em situações de cooperação e não-cooperação. Os resultados obtidos para diferentes especificações de preferências do banco central e dos bancos estatais, bem como parametrizações alternativas do modelo, sugerem que a influência da política monetária é preponderante, e que a capacidade da política de crédito afetar o comportamento do produto e da inflação e interferir nos objetivos do banco central é reduzida.

Em parte, a limitação do poder da política de crédito se deve à restrição imposta arbitrariamente à variância dos seus instrumentos. No entanto, se o modelo for aprimorado de forma que os bancos estatais levem em conta de forma explícita os custos de variação no volume de crédito, provavelmente a restrição à variância do instrumento ressurgirá de outra forma no modelo.

Uma limitação das análises de equilíbrio feitas é o escopo limitado das regras de política monetária e de crédito. O crédito estatal, por exemplo, responde apenas a variações contemporâneas no hiato do produto e nos volumes de crédito. Mas sua influência sobre o produto é pequena e indireta, ao passo que sua importância para o comportamento dos investimentos é considerável, e esta foi uma razão pela qual sua atuação foi importante durante a crise bancária. Assim, uma regra de crédito direcionado alternativa faria o banco de desenvolvimento responder a eventos mais diretamente relacionados com a decisão de investimento, como choques no risco dos empreendedores ou choques nos valores de seus capitais próprios. De forma mais geral, o problema de otimização da autoridade monetária e dos bancos estatais poderia ser generalizado para a obtenção de políticas ótimas gerais, que seriam funções de muitas variáveis endógenas com lags diversos, a invés de regras ótimas lineares com forma funcional fixa. A vantagem destas últimas para os propósitos deste artigo é a facilidade com que permitem tratar o problema dos equilíbrios não-cooperativos.

Por fim, os resultados obtidos até aqui se baseiam na versão calibrada do modelo, em que apenas as variâncias e os coeficientes auto-regressivos dos choques foram estimados a partir de séries de variáveis econômicas. Versões futuras do modelo poderiam ter alguns de seus parâmetros estruturais estimados.