PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Eduardo Teles da Silva

A geometria de discretizações de operadores elípticos semi-lineares

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC–Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática

Orientador: Prof. Carlos Tomei

Rio de Janeiro
Dezembro de 2010

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Eduardo Teles da Silva

A geometria de discretizações de operadores elípticos semi-lineares

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC–Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Carlos Tomei
Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Eduardo V. Teixeira
Departamento de Matemática — UFC

Prof. Hamilton P. Bueno
Departamento de Matemática - ICEx — UFMG

Prof. Humberto J. Bortolossi
Departamento de Matemática Aplicada — UNICAMP

Prof. Jairo da S. Bochi
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Juliana A. Freire
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Nicolau C. Saldanha
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. José Eugênio Leal
Coordenador do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 17 de Dezembro de 2010

Eduardo Teles da Silva

Mestrado: Matemática Aplicada — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC–Rio (2005–2007).
Graduação: Licenciatura em Matemática — Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC (2001–2004).

Ficha Catalográfica

Silva, Eduardo Teles da

A geometria de discretizações de operadores elípticos semi-lineares / Eduardo Teles da Silva; orientador: Carlos Tomei. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2010.

v., 58 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (Doutorado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Discretizações. 3. Operadores elípticos semi-lineares. 4. Matrizes de Stieltjes. 5. Conjectura de Lazer-McKenna. 6. Análise não linear. I. Tomei, Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Aos meus pais.

Agradecimentos

Não poderia inicialmente agradecer outra pessoa senão ao meu orientador, o professor Carlos Tomei. Sem ele certamente este trabalho não seria possível. Seu amplo conhecimento, brilhantismo, intuição, ânimo e tempo atribuídos aqui, contribuíram de maneira decisiva em cada caractere destas laudas.

À minha família, que é o alicerce da minha vida, por ter sido forte durante os momentos obscuros — que felizmente passaram.

Ao João Paulo Roquim Romanelli ("João-Zé-Varginha-MG-PUC-Rio") e ao Renato Zanforlin ("Renatovsky") (in memoriam) por compartilhar diversos momentos acadêmicos e pelo apoio sempre que se fez necessário.

Ao professor Nicolau C. Saldanha pelos momentos de discussão e por participar de todos os seminários.

Aos amigos Ady Cambraia, Amadeu A. Barbosa, André Rocha, Betina Vath, Camilla Peixoto, Danielle Rezende, Débora Mondaine, Elisângela Oliveira, Fábio Silva, Francisco Victor, Francyane Basile, Humberto Bortolossi, Jaqueline Abreu, Jésu Filho, Joana Becker, Kennedy Pedroso, Leandro Tavares, Luciana Castro, José Cal Neto, Luciana de Mesquita, Miguel Schnoor, Paulo Marques, José Gondin (Profeta), Raul Humberto, Rodrigo Pereira, Silenildo Oliveira, Welerson Kneipp e Yuri Ki.

A todos os amigos que conviveram comigo em nossa república durante esses últimos anos. Em especial, ao Carlos Bocker, Belinha, Dete, Mitchael Plaza e Sérgio Romaña.

A todos os professores pelos quais tive a oportunidade de ser aluno.

A todos os funcionários e professores do Departamento de Matemática da PUC-Rio pela ajuda prestada. Em especial, à Creuza e à Kátia.

A todos os que de uma forma ou outra contribuíram na realização deste trabalho.

Ao CNPq, à Capes e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos.

Resumo

Silva, Eduardo Teles da; Tomei, Carlos. **A geometria de discretizações de operadores elípticos semi-lineares**. Rio de Janeiro, 2010. 58p. Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Existe uma grande literatura dedicada à contagem de soluções de equações diferenciais elípticas semi-lineares. Suas discretizações naturais, entretanto, têm comportamento bastante diferente. Assim, por exemplo, quando as não linearidades interagem com altas frequências do operador livre, o número de pré-imagens de múltiplos muito negativos do *ground state* livre aumentam exponencialmente.

Palavras–chave

Discretizações; Operadores elípticos semi-lineares; Matrizes de Stieltjes; Conjectura de Lazer-McKenna; Análise não linear;

Abstract

Silva, Eduardo Teles da; Tomei, Carlos (Advisor). **The geometry of discretizations of semi-linear elliptic operators**. Rio de Janeiro, 2010. 58p. Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

There is a large literature related to counting solutions of semilinear elliptic differential equations. It turns out that their discrete counterparts behave very differently. As an example, when nonlinearities interact with higher frequencies of the free operator, the number of preimages of very negative multiples of the free ground state increases exponentially.

Keywords

Discretizations; Semi-linear elliptic operators; Stieltjes matrices; Lazer-McKenna conjecture; Nonlinear analysis;

Sumário

Lista de figuras

"Aprenda como se você fosse viver para sempre. Viva como se você fosse morrer amanhã."

Mahatma Gandhi