

# 1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo explicar acerca da motivação que impulsionou a realização deste trabalho, bem como expor, em linhas gerais, o problema que é abordado nessa tese e suas diversas variações. Apresenta-se um breve histórico do problema abordado nesta tese. São destacados também os objetivos definidos ao planejá-la, bem como as principais contribuições alcançadas. Por fim, descreve-se, sucintamente, o conteúdo de cada capítulo que se segue.

## 1.1 Motivação

Grande parcela do custo final de mercadorias ou de serviços deve-se ao gasto com o transporte desses bens até o consumidor final. Tanto na etapa do transporte de matérias-primas para a fabricação dos produtos, como na distribuição destas mercadorias para centros comerciais, bem como na entrega dos referidos produtos ao consumidor final, há grandes despesas relacionadas ao transporte.

Estes gastos, muitas vezes excessivos por não se adotar um modelo de otimização que vise a minimizar tais despesas, interferem, de forma bastante significativa, nos preços das mercadorias no comércio.

Esta problemática tem incentivado tanto os pesquisadores como as empresas que lidam com transporte a buscarem alternativas que possam vir a melhorar a logística de transporte, no tocante ao uso inteligente de frotas de veículos para o transporte de mercadorias, de passageiros, bem como de lixo coletado em centros urbanos, dentre outras aplicações.

Neste contexto, surge a idéia do *Problema de Roteamento de Veículos*, cujo objetivo primordial é gerar rotas para os veículos de uma frota, visando a minimizar os custos operacionais de transporte, utilizando como métricas a distância total percorrida, a quantidade máxima de veículos utilizados em cada jornada, dentre outras.

Em geral, existem restrições operacionais inerentes ao problema, que dificultam o alcance do seu objetivo. Estas restrições devem-se a fatores, como,

por exemplo, a natureza dos bens que são transportados pela frota, bem como a qualidade com que o serviço deva ser prestado, seja ele de entrega ou de coleta.

O *Problema de Roteamento de Veículos - PRV* (Dantzig e Ramser (DR59)), quando lida com uma frota de apenas um veículo, recai no caso particular do *Problema do Caixeiro Viajante - PCV*. Existem diversas variantes deste problema, tais como *Problema de Roteamento de Veículos Capacitado* (Ralphs et al. (RKP03)) que se caracteriza por considerar que os veículos da frota possuem uma capacidade de carga limitada; *Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo* (Balakrishnan (B93)), que considera que cada cliente deve ser servido por um veículo em um intervalo de tempo pré-estabelecido; *Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos* (Min et al. (MCS89)), que trata de casos nos quais há várias garagens de onde podem partir os veículos para cumprir uma jornada e para onde devem retornar após tê-la cumprido; *Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas* (Savelsbergh e Sol (SS95)), que considera a possibilidade de um veículo ter que efetuar serviço de coleta e de entrega na mesma jornada; *Problema de Roteamento Dinâmico de Veículos* (Gendreau e Potvin (GP98)), que lida com os casos nos quais não se tem conhecimento de todas as requisições no início do período de operação dos veículos, de modo que requisições efetuadas, enquanto a frota já estiver realizando a sua jornada, são alocadas às rotas em curso ou às novas rotas criadas para este fim; *Problema de Roteamento Dinâmico de Veículos com Janelas de Tempo e Tempos de Viagem Variáveis* (Malandraki e Daskin (MD92)), que é uma variante do problema de roteamento dinâmico de veículos, a qual considera que o tempo de viagem entre dois nós de demanda não é constante, ou seja, pode variar de acordo com o momento no qual se trafega em um determinado trecho. Estas variações nos tempos de viagem ocorrem devido a congestionamentos, a chuvas, a acidentes na pista, a obras nas estradas e a outros fatores. Este problema considera também uma janela de tempo de atendimento associada a cada requisição efetuada.

Tanto no *Problema do Caixeiro Viajante* como nos *Problemas de Roteamento de Veículos* tradicionais são modeladas situações nas quais todos os clientes devem ser obrigatoriamente visitados. Entretanto, essa premissa nem sempre é verdadeira quando se trata de aplicações práticas. Há situações nas quais é necessário selecionar um subconjunto de clientes para serem atendidos *a priori*.

Com o crescimento do *e-commerce*, muitos portais de venda através da Internet cadastram suas requisições de transporte em bases de dados acessíveis

a um conjunto de transportadoras. Nesse cenário, cabe a cada transportadora decidir, dentre uma infinidade de requisições de transporte, qual subconjunto dessas requisições ela deve escolher para atender, de modo a cumprir os prazos de atendimento e maximizar o seu lucro.

Problemas de natureza combinatória em que há a necessidade de se escolher um subconjunto de clientes a serem atendidos e de se determinar uma única sequência de visitação desses clientes são classificados como variações do *Problema do Caixeiro Viajante*. Há situações ainda, nas quais um prêmio é associado à visita de cada cliente de modo a quantificar a prioridade do seu atendimento. Além de maximizar o prêmio coletado, em geral, deseja-se também reduzir ao máximo os custos de transporte, minimizando a distância total percorrida ou o tempo gasto para percorrer as rotas. Problemas com essas características são denominados na literatura de *Problemas do Caixeiro Viajante com prêmios*. O *Orienteering Problem* - *OP* tem a característica de atribuir prêmios às visitas dos vértices e a sua função objetivo visa a maximização dos prêmios coletados. Há ainda um conjunto de restrições que limita a duração máxima das rotas.

Ao passo em que há na literatura diversos trabalhos sobre *OP*, para problemas que têm a mesma característica de atribuir prêmios à visita dos vértices porém considerando múltiplos veículos, não foram ainda muito explorados. Denomina-se essa classe de problemas de *Problemas de Roteamento de Veículos com Prêmios*. O *Team Orienteering Problem* - *TOP* pertence a essa classe de problemas e é uma generalização do *Orienteering Problem* - *OP* para frotas com mais de um veículo.

## 1.2

### Variações dos Orienteering Problems

Nesta seção, serão definidas, de maneira mais formal, as principais variantes de *Orienteering Problems*: *TOP*, *CTOP*, *CPTP* e *SVRPTW*.

#### 1.2.1

##### Team Orienteering Problem (TOP)

Seja um grafo completo não orientado  $G = (V, E)$ , no qual,  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}\}$  é o conjunto de vértices e  $E$  é o conjunto de arestas. Cada aresta tem um peso  $\ell : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ , que representa o tempo de viagem da referida aresta. Cada vértice tem um prêmio associado à sua visitação, porém, um vértice pode ser visitado no máximo uma vez.

Há uma frota com  $m$  veículos idênticos. O ponto inicial das rotas é o vértice  $v_0$  e o ponto final é o vértice  $v_{n+1}$ . A duração de cada rota é limitada

por um valor  $L$ .

O objetivo é encontrar um conjunto de rotas que partam do vértice  $v_0$  e terminem no vértice  $v_{n+1}$  respeitando a restrição de duração máxima das rotas e maximizando o prêmio total coletado. Como exemplos de trabalhos relevantes para esse problema, pode-se citar Archetti et al. (AHS07), Boussier et al. (BFG07) e Vansteenwegen et al. (VSBO09).

### 1.2.2

#### Capacitated Team Orienteering Problem (CTOP)

Seja um grafo completo não orientado  $G = (V, E)$ , no qual,  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}\}$  é o conjunto de vértices e  $E$  é o conjunto de arestas. Cada aresta tem um peso  $\ell : E \rightarrow R^+$ , que representa o tempo de viagem da referida aresta. Cada vértice tem um prêmio associado à sua visitação, porém, um vértice pode ser visitado no máximo uma vez.

Há também uma demanda  $d$  associada a cada vértice. Há uma frota com  $m$  veículos idênticos, cada um com capacidade  $Q$ . O ponto inicial das rotas é o vértice  $v_0$  e o ponto final é o vértice  $v_{n+1}$ . A duração de cada rota é limitada por um valor  $L$ .

O objetivo é encontrar um conjunto de rotas que maximize o prêmio total coletado. Cada rota deve partir do vértice  $v_0$  e, após realizar visitas aos pontos que têm prêmios associados, chegar ao depósito final  $v_{n+1}$ . Deve-se respeitar a restrição de duração máxima das rotas, bem como as restrições de capacidade dos veículos.

Repare que a diferença do CTOP para o TOP é que, no CTOP, os vértices possuem demandas e os veículos têm um limite de capacidade que deve ser respeitado. Como referência para esse problema, pode-se referenciar o trabalho de Archetti et al. (AFHS08).

### 1.2.3

#### Capacitated Profitable Tour Problem (CPTP)

Essa variação é muito semelhante ao CTOP. Há duas diferenças entre os dois problemas:

- no CPTP não há a restrição do tempo máximo de duração das rotas;
- no CTOP a função objetivo visa a maximizar o lucro total coletado e no CPTP o objetivo é maximizar a diferença entre o lucro coletado e a distância percorrida;

Resultados relevantes para o CPTP são encontrados em Archetti et al. (AFHS08).

#### 1.2.4

#### Selective Vehicle Routing Problem with Time Windows - (SVRPTW)

Seja um grafo completo não orientado  $G = (V, E)$ , no qual,  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}\}$  é o conjunto de vértices e  $E$  é o conjunto de arestas.

Cada aresta tem um peso  $\ell : E \rightarrow R^+$ , que representa o tempo de viagem da referida aresta. Cada vértice tem um prêmio associado à sua visitação, porém, um vértice pode ser visitado no máximo uma vez.

Existe também uma demanda  $d$  associada a cada vértice, bem como uma janela de tempo para visitação de cada vértice e um tempo de serviço para realizar a operação de carga ou descarga.

Há uma frota com  $m$  veículos idênticos, cada um com capacidade  $Q$ . O ponto inicial das rotas é o vértice  $v_0$  e o ponto final é o vértice  $v_{n+1}$ . A duração de cada rota é limitada por um valor  $L$ .

O objetivo é encontrar um conjunto de rotas que maximizem o lucro total coletado. Cada rota deve partir do vértice  $v_0$  e após realizar visitas aos pontos que têm prêmios associados, chegar ao depósito final  $v_{n+1}$ . Deve-se respeitar a restrição de duração máxima das rotas, bem como as restrições de capacidade dos veículos e as janelas de tempo de visitação dos vértices. Uma excelente referência para esse problema é o trabalho de Boussier et al. (BFG07).

### 1.3

#### Histórico

Problemas de Roteamento estão entre os mais estudados na literatura relacionada a Otimização Combinatória. Nessa classe de problemas considera-se uma frota de veículos que devem visitar um conjunto de clientes. Na maioria das variações do problema, cada cliente é visitado exatamente uma vez.

Todavia, em muitas aplicações práticas, há restrições que forcem a escolha dos clientes a serem visitados. O *Team Orienteering Problem* (TOP) modela uma dessas situações. No TOP, cada cliente tem um prêmio associado à sua visitação e as rotas têm uma duração máxima. A escolha dos clientes se dá balanceando seus prêmios e o tempo gasto para realizar a visita.

A literatura a respeito do *Team Orienteering Problem* - TOP é recente. O problema foi inicialmente proposto por Butt e Cavalier (BC94) com o nome de *Multiple Tour Maximum Collection Problem*. Dois anos mais tarde, o artigo de Chao et al. (CGW96) introduziu formalmente o problema. Como mencionado anteriormente, o TOP é a versão do *Orienteering Problem* considerando múltiplos veículos. O *Orienteering Problem* considera que há somente um veículo na frota para visitar os clientes. Um algoritmo exato para o *Orienteering Problem* foi proposto em Fischetti et al. (FL03). O primeiro tra-

balho experimental para o TOP foi apresentado em Chao et al. (CGW96) que publicou um conjunto de instâncias bastante utilizado pelos grupos de pesquisa que trabalham com esse problema. Tang e Miller-Hooks (TMH05) propuseram uma metaheurística *Tabu Search* combinada com um procedimento de memória adaptativa. A maioria das melhores soluções conhecidas para esse conjunto de instâncias do TOP são encontradas em Archetti et al. (AHS07). Esse último trabalho propôs duas versões de *Tabu Search* e duas implementações de metaheurísticas baseadas em *Variable Neighborhood Search - VNS*. Ke et al. (KAF08) desenvolveram duas variações de Colônia de Formigas. Essa abordagem foi capaz de obter resultados competitivos, reduzindo o tempo computacional. Mais recentemente, Vansteenwegen et al. (VSBO09) apresentaram uma VNS que obtém resultados quase tão bons quanto os resultados encontrados em (AHS07), mas com um reduzido tempo computacional. Todavia, em geral, a qualidade das soluções apresentadas em Archetti et al. (AHS07) é ainda superior. Finalmente, um algoritmo exato de geração de colunas, um branch-and-price, foi proposto por Boussier et al. (BFG07). Essa tese utiliza os resultados desse último trabalho para comparação e para validar e comprovar a qualidade das soluções aqui apresentadas.

## 1.4

### Objetivo da Tese

O objetivo da tese é estudar o problema *Team Orienteering Problem* e desenvolver uma abordagem que combine técnicas exatas e heurísticas para serem aplicadas na resolução de instâncias do *Team Orienteering Problem* encontradas na literatura.

Os objetivos podem ser mais detalhados da seguinte forma:

- Desenvolver formulações matemáticas para o TOP como formulação baseada em arcos e formulação estendida;
- Obter limites superiores para o problema através da Relaxação Linear usando uma geração de colunas baseada em rotas não elementares;
- Utilizar cortes já propostos na literatura para problemas semelhantes;
- Propor uma nova classe de desigualdades com o intuito de fortalecer a formulação visando a encontrar melhores limites superiores para o problema;
- Desenvolver um algoritmo *Branch-Cut-and-Price* aplicado ao TOP;
- Combinar essa abordagem exata com heurísticas que explorem vizinhanças como *K-OPT* e *Vizinhança Elipsoidal*.

## 1.5

### Principais Contribuições da Tese

Ao longo do desenvolvimento desta tese, algumas contribuições interessantes surgiram. Primeiramente, foram desenvolvidas formulações matemáticas para o *TOP*. Outras formulações já haviam sido propostas na literatura baseadas em vértices, em rotas ou na posição de visita dos vértices dentro das rotas. A primeira formulação proposta nesse trabalho é baseada em arcos e posteriormente foi estendida através da inclusão de um índice extra aos arcos indicando o tempo de partida do veículo no respectivo arco.

A importância dessa nova formulação proposta se dá pelo fato de que dentro do esquema do algoritmo *Branch-Cut-and-Price* desenvolvido, os cortes que foram utilizados são descritos nos termos dessas variáveis que representam os arcos. Foi proposta ainda uma terceira formulação, baseada em rotas, com o objetivo de ser utilizada como Problema Mestre Restrito dentro de um algoritmo que resolve a Relaxação Linear através de geração de colunas.

O subproblema de geração de colunas desenvolvido gera rotas não elementares em tempo pseudo-polinomial. Pelo fato dessas rotas terem a característica de permitir repetição de vértices nas rotas, o algoritmo tem melhor desempenho, porém os limites superiores obtidos são piores do que os obtidos na literatura utilizando-se rotas elementares, evidentemente. Daí a importância da utilização de cortes que visem a eliminar subciclos.

Nesse sentido, foram incluídos cortes já propostos na literatura para outros problemas. Entretanto, os cortes que tiveram mais sucesso na eliminação de subciclos foram os da classe *min-cut* - uma nova família de cortes proposta nesse trabalho. Esses cortes são genéricos o suficiente para serem aplicados em outros problemas semelhantes e, intuitivamente, sabe-se que devem ser muito úteis no fortalecimento das formulações matemáticas desses problemas.

Através do algoritmo *Branch-Cut-and-Price*, foram obtidos novos limites superiores para o *TOP*, bem como soluções inteiras de qualidade. Em alguns casos, foram encontradas soluções inteiras melhores do que as já publicadas na literatura Poggi et al. (PVU10). Embora o *branch* seja realizado tanto sobre as variáveis de visitação dos vértices como sobre as variáveis que representam os arcos, ainda assim foi verificada uma grande dificuldade de se obter soluções inteiras.

Por essa razão, surgiu então a idéia de se trabalhar com heurísticas matemáticas para o *TOP*. Alguns trabalhos na literatura aplicados a problemas semelhantes propuseram a utilização de *MIP* - *Mixed Integer Program* com a inclusão de restrições que limitassem o espaço de busca a uma vizinhança em torno de uma ou mais soluções inteiras conhecidas (Fischetti et al. (FL03)).

Todavia, não temos conhecimento de nenhum trabalho que tenha utilizado, ao invés de MIP, um *Branch-Cut-and-Price*.

## 1.6

### Organização do Texto

Esta tese está organizada da seguinte forma. O capítulo 2 faz um levantamento das formulações existentes para o TOP, bem como descreve três formulações propostas neste trabalho.

O capítulo 3 trata do algoritmo *Branch-Cut-and-Price* desenvolvido para o TOP. Este capítulo explica a fase de geração de colunas, os algoritmos de separação de cortes e os tipos de *branching* que foram testados. Por fim, são destacados os resultados alcançados com essa abordagem, como novos limites superiores e novas soluções inteiras para algumas instâncias da literatura.

O capítulo 4 faz uma introdução acerca de heurísticas e metaheurísticas e destaca alguns trabalhos nessa área que apresentam resultados relevantes para o TOP.

O capítulo 5, descreve a hibridização dos métodos exatos e heurísticos proposta neste trabalho. São definidas as buscas em grandes vizinhanças, denominadas buscas circulares e buscas elipsoidais e como se deu a integração dessas buscas com o algoritmo BCP. Essa integração deu origem a uma poderosa busca local capaz de ser integrada ao contexto de diferentes metaheurísticas. Esse capítulo mostra ainda os relevantes resultados alcançados por um Algoritmo Evolutivo que utilizou a busca elipsoidal como operador de *crossover*.

O capítulo 6 descreve os cenários de teste e apresenta os resultados alcançados com as duas abordagens: exata e heurística.

Finalmente o capítulo 7 sintetiza o trabalho desenvolvido, as importantes contribuições alcançadas bem como destaca uma gama de linhas de trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos.