



**Francisco Henrique de Freitas Viana**

**Modelos e Algoritmos para o Team  
Orienteering Problem**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática  
do Departamento de Informática da PUC-Rio como requisito  
parcial para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador : Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão  
Co-Orientador: Prof. Eduardo Uchoa Barboza

Rio de Janeiro  
Setembro de 2011



**Francisco Henrique de Freitas Viana**

**Modelos e Algoritmos para o Team  
Orienteering Problem**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Eduardo Uchoa Barboza**

Co-Orientador

Departamento de Engenharia de Produção - UFF

**Prof. Ruy Luiz Milidiú**

Departamento de Informática - PUC-Rio

**Prof. Alexandre Street de Aguiar**

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Prof. Marcos José Negreiros Gomes**

Mestrado Profissional em Ciência da Computação - UECE

**Prof. Geraldo Robson Mateus**

Departamento de Ciência da Computação - UFMG

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de Setembro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Francisco Henrique de Freitas Viana**

Graduou-se na Universidade Estadual do Ceará - UECE (Fortaleza-CE, Brasil), cursando Ciência da Computação. Cursou mestrado na Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG (Belo Horizonte-MG, Brasil) em Ciência da Computação com ênfase em Pesquisa Operacional. Em 2007, iniciou o doutorado em Informática na PUC-Rio, pesquisando na área de Algoritmos exatos e heurísticos usando Programação Matemática.

#### Ficha Catalográfica

Viana, Francisco Henrique de Freitas

Modelos e Algoritmos para o Team Orienteering Problem / Francisco Henrique de Freitas Viana; orientador: Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão; co-orientador: Eduardo Uchoa Barboza. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2011.

v., 99 f: il. (color.) ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Tese. 2. Team Orienteering Problem. 3. Branch-Cut and Price. 4. Geração de Colunas. 5. Heurísticas. I. Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade. II. Barboza, Eduardo Uchoa. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 004

Aos meus pais,  
à minha tia Teresinha  
e à Juliana, por serem os meus maiores incentivadores.

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, a Deus, por me iluminar sempre, por ter me dado força e coragem para realizar este trabalho e por ter colocado no meu caminho as pessoas certas para me direcionar e para me orientar.

À minha querida Juliana, simplesmente por existir na minha vida! Obrigado por ser minha companheira em todas as lutas, pelo carinho, compreensão, incentivo e dedicação durante todos esses anos de estrada. Sem você, eu não teria saído de Fortaleza e vencido todos os desafios que enfrentamos juntos. Obrigado por sempre me incentivar a buscar novas conquistas. Por ser tão especial na minha vida, dedico-lhe todo o meu carinho hoje e sempre! Farei tudo o que for necessário para celebrarmos juntos a nossa feliz vitória.

Aos meus pais, Chaguinha e Viana, por todo o amor a mim dedicado durante toda a minha vida, por compreenderem a minha ausência física durante esses anos e por serem sempre um ponto de apoio, de amor, de carinho e de incentivo que certamente foram imprescindíveis para que eu concluísse o meu curso. A eles, todo o meu amor e toda a minha gratidão!

A toda a minha família, que sempre torceu por mim e, de modo especial, à minha tia Tetê, pelo carinho, pelo amor e pelas orações.

Ao meu orientador, Professor Marcus Poggi, para mim um exemplo que almejo seguir na minha vida acadêmico-profissional, pela sua maneira de saber conduzir uma orientação, sempre capaz de apontar soluções tanto no que se refere às questões de natureza técnica como também pela capacidade de liderar um grupo de pesquisas, mantendo sempre acesa a chama da motivação nos que estão ao seu redor.

Ao meu co-orientador, Professor Eduardo Uchoa, por ter contribuído com suas interessantes ideias que, indiscutivelmente, foram essenciais para os resultados obtidos nesta tese.

Aos membros da minha banca examinadora: Professor Marcos Negreiros, pelo apoio e amizade a mim concedidos desde a época da graduação e por ter acompanhado e contribuído de forma tão decisiva para que eu seguisse nesse caminho da pós-graduação; Professor Geraldo Robson Mateus, por tão bem ter me recebido no mestrado da UFMG, por ter orientado a minha dissertação e por estar atualmente nos ajudando em mais um desafio; Professor Ruy Milidiú e Professor Alexandre Street pela disponibilidade em aceitar o nosso convite para participar da banca e pelos comentários que certamente contribuíram para a melhoria deste trabalho.

À equipe do Laboratório de Algoritmos e Tecnologia da Decisão - ATD-LAB, a todos os que trabalharam no projeto PRONAV - Programação de

Navios da Petrobrás, em especial à Lorenza, pela amizade e por tudo que aprendi durante esses anos em que trabalhamos juntos.

Ao corpo docente da Pós-Graduação em Informática da PUC-Rio, bem como aos funcionários do Departamento de Informática - DI/PUC-Rio, que tão bem me acolheram e me auxiliaram nesses anos em que estudei nessa universidade.

A todos os meus amigos de Fortaleza, de Belo Horizonte e do Rio de Janeiro, pela torcida, pelo incentivo e pela amizade a mim dispensada.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de doutorado.

## Resumo

Viana, Francisco Henrique de Freitas; Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade; Barboza, Eduardo Uchoa. **Modelos e Algoritmos para o Team Orienteering Problem**. Rio de Janeiro, 2011. 99p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O Team Orienteering Problem é um problema de roteamento de veículos sobre um grafo com durações associadas aos arcos e prêmios atribuídos à visitação de cada vértice. Neste problema, considera-se que as visitas são realizadas por uma frota com um número fixo de veículos idênticos e que existe uma duração total máxima para as rotas serem finalizadas. Cada vértice pode ser visitado no máximo uma vez, não havendo obrigatoriedade de se visitar todos os vértices, devido à restrição que limita o tempo máximo de duração das rotas. O objetivo do problema é maximizar o prêmio total ganho por todas as rotas. Neste trabalho, foram propostas duas abordagens: uma exata e uma heurística. Na abordagem exata, foi desenvolvida uma formulação baseada em arcos e uma formulação estendida na qual cada arco tem um índice extra. Esse índice representa o tempo de partida de um veículo ao percorrer o arco. Através de transformações sobre a formulação estendida, foi obtida uma formulação, cuja relaxação, problema mestre restrito, foi resolvida pela técnica de geração de colunas. O subproblema de geração de colunas foi resolvido por programação dinâmica em tempo pseudo-polinomial. Este algoritmo gera rotas não elementares, que são rotas nas quais subciclos são permitidos. Com o objetivo de eliminar os subciclos das rotas não elementares, uma nova classe de desigualdades denominada *min cut* foi proposta. Aplicando-se um algoritmo Branch-Cut-and-Price (BCP) foram obtidos alguns novos limites superiores. A abordagem exata obteve resultados competitivos quando comparada ao melhor algoritmo exato já proposto para esse problema. Na abordagem heurística, além de uma vizinhança *k-opt*, foi explorada também uma busca elipsoidal que adiciona um corte à formulação do algoritmo *Branch-Cut-and-Price*. Esse novo corte reduz o espaço de busca a uma vizinhança em torno de um conjunto de soluções conhecidas. Essa busca é utilizada como um operador de *crossover* executado em todas as iterações de um algoritmo evolutivo. Essa abordagem converge em um tempo computacional razoável e encontra soluções ótimas ou próximas da ótima para algumas instâncias da literatura.

## Palavras-chave

Team Orienteering Problem; Branch-Cut and Price; Geração de Colunas; Heurísticas.

## Abstract

Viana, Francisco Henrique de Freitas; Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade (adviser); Barboza, Eduardo Uchoa (co-adviser). **Models and Algorithms to The Team Orienteering Problem**. Rio de Janeiro, 2011. 99p. DS.c Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Team Orienteering Problem is a vehicle routing problem on a graph with durations associated to the arcs and profits assigned to visiting the vertices. In this problem, a fleet with a fixed number of identical vehicles performs the visitations and there is a limited total duration for the routes to be ended up. Each vertex can be visited at most once and the solution does not have the obligation to visit all vertices, due to the constraint that limits the maximum duration of routes. The goal of the problem is to maximize the total profit gathered by all routes. In this work, two approaches have been proposed: an exact and a heuristic one. In the exact approach, we have developed an arc based formulation and an extended formulation where each arc has an extra index. This index represents the departure time of a vehicle using an arc. Through transformations on the extended formulation, we have obtained a formulation, whose relaxation - the restricted master problem - is solved using the column generation technique. A dynamic programming algorithm solves the column generation subproblem in pseudo-polynomial time. This algorithm generates non-elementary routes that allow subcycles. In order to cut off the subcycles, a new class of inequalities called min cut has been proposed. We have applied a Branch-Cut-and-Price (BCP) algorithm. This allowed finding some new upper bounds. The exact approach has achieved competitive results compared to the best exact algorithm already proposed to this problem. In the heuristic approach, besides a  $k$ -opt neighborhood, we have also exploited an ellipsoidal search that adds a new cut constraint to the formulation of Branch-Cut-and-Price algorithm. This new cut reduces the space search to a neighborhood around a known set of solutions. This search is used as a crossover operator that runs all iterations of a evolutive algorithm. This approach converges in a reasonable computational time and finds optimal or near optimal solutions for some instances in the literature.

## Keywords

Team Orienteering Problem; Branch-Cut-and-Price; Column Generation; Heuristics.



# Sumário

|     |                                     |    |
|-----|-------------------------------------|----|
| 1   | Introdução                          | 13 |
| 1.1 | Motivação                           | 13 |
| 1.2 | Variações dos Orienteering Problems | 15 |
| 1.3 | Histórico                           | 17 |
| 1.4 | Objetivo da Tese                    | 18 |
| 1.5 | Principais Contribuições da Tese    | 19 |
| 1.6 | Organização do Texto                | 20 |

## I Abordagem Exata 21

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2   | Formulações Matemáticas                | 22 |
| 2.1 | Introdução                             | 22 |
| 2.2 | Formulações da literatura              | 22 |
| 2.3 | Novas formulações                      | 26 |
| 2.4 | Conclusão                              | 31 |
| 3   | Algoritmo Branch-Cut-and-Price Robusto | 33 |
| 3.1 | Introdução                             | 33 |
| 3.2 | Branch-and-Price                       | 33 |
| 3.3 | Subproblema de Geração de Colunas      | 34 |
| 3.4 | Fortalecendo a Formulação              | 38 |
| 3.5 | Detalhes do Branch-and-Bound           | 43 |
| 3.6 | Resultados                             | 44 |
| 3.7 | Conclusão                              | 46 |

## II Abordagem Heurística 54

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 4   | Heurísticas                              | 55 |
| 4.1 | Heurísticas Construtivas                 | 55 |
| 4.2 | Busca Local                              | 55 |
| 4.3 | Vizinhanças                              | 56 |
| 4.4 | Heurísticas para o TOP                   | 58 |
| 4.5 | Conclusão                                | 61 |
| 5   | Hibridização dos Métodos                 | 62 |
| 5.1 | Introdução                               | 62 |
| 5.2 | Combinando técnicas exatas e heurísticas | 63 |
| 5.3 | Combinando Metaheurísticas com BCP       | 64 |
| 5.4 | Heurística baseada na Solução Linear     | 70 |
| 5.5 | Algoritmo Evolutivo                      | 72 |
| 5.6 | Resultados Obtidos                       | 75 |
| 5.7 | Conclusão                                | 79 |

|            |                             |           |
|------------|-----------------------------|-----------|
| <b>III</b> | <b>Conclusão</b>            | <b>82</b> |
| 6          | Experimentos Computacionais | 83        |
| 6.1        | Introdução                  | 83        |
| 6.2        | Cenários de Teste           | 83        |
| 6.3        | Resultados                  | 84        |
| 7          | Considerações Finais        | 94        |
| 7.1        | Trabalhos Futuros           | 95        |
|            | Referências Bibliográficas  | 96        |

## Lista de figuras

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | Transformação sobre o grafo                                  | 29 |
| 3.1  | Arcos Compatíveis  | 38 |
| 3.2  | Solução fracionária violando uma desigualdade min-cut        | 40 |
| 3.3  | Solução da Relaxação Linear                                  | 42 |
| 3.4  | Entrada do Algoritmo de Fluxo Máximo                         | 43 |
| 3.5  | Saída do algoritmo de Separação do Min-Cut                   | 43 |
| 5.1  | Arcos Originais  | 69 |
| 5.2  | Arcos do ponto inicial                                       | 69 |
| 5.3  | Arcos para o ponto final                                     | 70 |
| 5.4  | Arcos do Giant-tour  | 70 |
| 5.5  | Solução $s_1$  | 78 |
| 5.6  | Solução $s_2$  | 78 |
| 5.7  | Arcos das soluções $s_1$ e $s_2$                             | 79 |
| 5.8  | Arcos das soluções originais que permanecem na solução $s_3$ | 79 |
| 5.9  | Solução $s_3$  | 80 |
| 5.10 | Origem dos pontos da solução $s_3$                           | 80 |

## Lista de tabelas

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.1  | Resultados para instâncias com 33 vértices                     | 49 |
| 3.2  | Resultados para instâncias com 100 vértices                    | 50 |
| 3.3  | Resultados para instâncias com 66 vértices                     | 51 |
| 3.4  | Resultados para instâncias com 64 e 102 vértices               | 52 |
| 3.5  | Resultados para instâncias mais difíceis                       | 53 |
| 5.1  | Tamanho da Vizinhança $k$ : 14 a 18                            | 75 |
| 5.2  | Iterações do Algoritmo Evolutivo                               | 81 |
| 6.1  | Resultados do AE + BCP + Cortes Elipsoidais - 32 vértices      | 86 |
| 6.2  | Resultados do AE + BCP + Cortes Elipsoidais - 33 vértices      | 86 |
| 6.3  | Resultados do AE + BCP + Cortes Elipsoidais - 100 vértices     | 86 |
| 6.4  | Resultados do AE + BCP + Cortes Elipsoidais - 66 vértices      | 87 |
| 6.5  | Resultados do AE + BCP + Cortes Elipsoidais - 64 vértices      | 87 |
| 6.6  | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 32 vértices  | 88 |
| 6.7  | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 32 vértices  | 89 |
| 6.8  | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 21 vértices  | 89 |
| 6.9  | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 33 vértices  | 90 |
| 6.10 | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 33 vértices  | 91 |
| 6.11 | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 100 vértices | 91 |
| 6.12 | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 66 vértices  | 92 |
| 6.13 | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 64 vértices  | 92 |
| 6.14 | Comparativo de Limites Superiores - Instâncias de 102 vértices | 93 |