4
Modelagem e metodologia de pesquisa

Neste capítulo será apresentada a metodologia adotada neste trabalho para a aplicação e desenvolvimento de um modelo de programação matemática linear mista, onde a função-objetivo, bem como as restrições são lineares.

O problema foi modelado no software AIMMS, sistema utilizado na área de estudo de pesquisa operacional (PO), por tratar da modelagem matemática.

Como já mencionado anteriormente, este problema tem inúmeras aplicações em fábricas e indústrias. Modelos matemáticos ajudam a elaborar um planejamento (PCP) que permite que as empresas atendam à demanda prevista e alcance os objetivos estratégicos de seus negócios. Esses modelos definem um programa de produção factível com a capacidade disponível.

É proposto um modelo monoestágio com multi-itens e com restrição de capacidade considerando tempo de produção e recursos disponíveis com o objetivo de satisfazer a demanda do período, minimizando os custos de horas extras, custos de manter estoques, custo de contratação e demissão de funcionários e por último o custo de não atender à demanda em tempo hábil.

O modelo, a seguir, foi elaborado durante o estudo:

As demandas dos produtos foram calculadas pelo departamento de vendas e disponibilizadas para o departamento de produção.

Por simplicidade os produtos foram agregados em cinco famílias neste modelo. Cada família possui produtos com as mesmas características e mesmo tempo de processamento. Também como forma de simplificar o modelo os tempos de troca e pausas dos funcionários foram desprezados.

O processo analisado considera que, dentro da fábrica, existem três máquinas, cada uma com sua equipe de cinco funcionários (um operador e quatro auxiliares de produção). Dessa forma, para o modelo desenhado, comporta a contratação de no máximo, mais seis funcionários. Pois para cada máquina existe um aumento de produtividade se trabalhar com uma nova equipe de sete funcionários. Acima disso, exige-se um planejamento de longo prazo e um maior investimento na compra de uma nova máquina para aumentar o volume de produção.

O estudo desenvolvido está focado em um período de tempo, ou seja, trabalha com período de semanas. Desta forma limitamos o número de funcionários por período de 21 pessoas (três equipes de sete funcionários). A partir deste número de funcionários ativos, teremos retorno decrescente de escala.

4.1
Formulação do Problema

O equacionamento do modelo determinístico é apresentado abaixo. Os índices são:

i família de produtos, i = 1 a 5 {Flow Pack, Flow Pack Salada Mista, Saco Plástico, Saco Plástico Salada Mista e Tiras}

t períodos, t = semanas por mês. (1a semana do mês, 2a semana do mês, 3a semana do mês e 4a semana do mês)

p processo de produção (Separação, Pulmão, Ensacamento, Alimentação, Embalagem Flow Pack Salada Mista, Embalagem Flow Pack, Shcrinkagem, Empacotamento + Selagem + Filmagem).

No presente modelo, o período **t** corresponde às semanas, que também pode ser representado pela capacidade de horas por horas/semana de trabalho regular e horas extras em função da semana. Ou seja, como o turno de trabalho são 7 horas por dia (com uma hora para almoço), temos que o máximo de horas regulares seriam 35 horas por funcionário por semana e considerando que por dia podem fazer 2 horas de hora extra, temos o máximo de horas extras dentro do período de 10 horas extras por semana por funcionário.

Os parâmetros do modelo são:

c_i = Capacidade inicial produzida para cada família de produto;

r = Custo da mão-de-obra por hora regular;

p = Custo da mão-de-obra por hora extra (overtime);

q_i = Custo de matéria-prima para a família i

i_i = Custo de manter uma unidade de estoque da família i por um período t até t+1(custo de oportunidade);

$S_{i,p}$ = Tempo necessário para produzir uma unidade do item i no processo p.

$D_{i,t}$ = Demanda da família i no período t.

I_{0i} = Estoque inicial da família i.

f_i = Custo da falta de unidade (representa 100% do valor de venda do produto).

z = Número de funcionários ativos no início do período.

a= Custo de contratação de funcionários.

g = Máximo de funcionários contratados.

m= Custo de demissão de funcionários.

Um importante passo para um problema de programação é a definição das variáveis do modelo. Neste estudo, a decisão é representada matematicamente por:

R_t Total de horas regulares utilizadas no período t;

P_t Total de horas extras utilizadas no período t;

$I_{i,t}$ Unidades da família i estocada no período t;

$Y_{i,t}$ Unidades de família i produzidas no período t;

$F_{i,t}$ Falta de unidade por família no período;

N_t Número de funcionários por período;

A_t Número de funcionários contratados no período t;

M_t Número de funcionários demitidos no período t;

$C_{i,t}$ Capacidade por família no período.

Levando em consideração os parâmetros apresentados acima consideramos que a função-objetivo na modelagem do problema é:

$$Min \sum_i \sum_t \left((i_i \times I_{i,t}) + (r \times R_t) + (p \times P_t) + (q_i \times Y_{i,t}) + (a \times A_t) + (m \times M_t) + (f_i \times F_{i,t}) \right)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} &Se\ (t) = 1\ então\ I_{oi} + Y_{i,t} = D_{i,t} + I_{i,t} - F_{i,t} \\ &Senão\ I_{i,t-1} - I_{i,t} + Y_{i,t} = D_{i,t} - F_{i,t} \qquad \forall i,t \end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

Restrição de balanço, atendendo todo o pedido colocado (demanda).

$R_t \leq 35 \times N_t \quad \forall t$ Restrição de limitação de horas regulares **(2)**

$Pt \leq 10 \times Nt \quad \forall t$ Restrição de limitação de horas extras. **(3)**

$P_t + R_t = \sum_i \sum_p (Y_{i,t} \times S_{i,p}) \quad \forall t$ Restrição de mão-de-obra. **(4)**

$$\begin{aligned}&Se\,(t)=1\ então\ Y_{i,t}\le c_i\\&Senão\ Yi,t\le Ci,t\quad \forall i,t\end{aligned}\qquad\textbf{(5)}$$

Restrição de capacidade de unidade produzida por semana.

$$\begin{aligned}&Se\,(t)=1\ então\ z=N_t\\&Senão\ N_{t-1}-M_t+A_t=N_t.\end{aligned}$$ Restrição de funcionários. **(6)**

$Nt\le g$ Restrição de limites de contratação de mão-de-obra **(7)**

$R_t,P_t,I_{i,t},Y_{i,t};F_{i,t},A_t,M_t\ge 0$ Restrição de não-negatividade. **(8)**

Nt = Inteiro Restrição de variável inteira. **(9)**

A Função-objetivo do problema expressa o desempenho procurado neste estudo, que é minimizar os custos apresentados: de estocagem, horas extras, contratação e demissão de funcionários e o custo da falta. Se existe capacidade disponível é possível realizar preparações adicionais sem incorrer em custos adicionais relevantes. Neste modelo a capacidade de produção é limitada por estas variáveis, uma vez que as preparações consomem basicamente apenas o recurso de mão-de-obra.

As restrições são:

(1) Balanço de estoque. A quantidade de estoque inicial disponível em t=1 mais unidade produzida no período posterior é igual à demanda mais estoque disponível no mesmo período menos unidades em falta. Se T>1 então o estoque de uma família i no período anterior, menos o estoque disponível no período corrente, mais a quantidade produzida no mesmo período deve ser igual à demanda, menos unidades que deixaram de ser produzidas (falta).

As restrições (2) e (3) se referem à limitação de capacidade, considerada em termos de tempo e correspondendo ao turno de trabalho de um dia e mais as possíveis horas extras necessárias para um dado plano de produção.

A restrição (4) diz respeito à capacidade de tempo, ou seja o total de tempo utilizado (regular + hora extra) tem de ser menor ou igual à quantidade produzida vezes o tempo necessário por unidade produzida.

A restrição (5) reporta-se à capacidade de produção. A quantidade produzida por período tem de ser menor ou igual à capacidade máxima de unidade produzida por período.

A restrição (6) refere-se ao balanço de número de funcionários. Para o primeiro período (t=1) o parâmetro “número de funcionários ativos no início do período” é igual à variável “número de funcionários por período”. Para T>1 temos que o número de funcionários no período anterior (t-1) menos o número de funcionários demitidos mais o número de funcionários contratados é igual à variável número de funcionários por período.

A restrição (7) limita o número de funcionários, que existe ganho de produtividade na contratação de mais funcionários.

Uma vez que as variáveis de decisão do modelo não fazem sentido serem negativas, temos de incluir uma restrição para que todas as quantidades sejam maiores ou iguais a zero, restrição (8).

A variável, número de funcionários é uma variável inteira (9).

4.2
Levantamento de dados

Os custos utilizados neste trabalho foram obtidos pela empresa aqui citada, pelos setores: financeiro e recursos humanos.

A coleta de dados, quanto à cronometragem da produção por processo, de processo associado a cada família de produto, funcionário por processo e capacidade, foi realizada através do questionário, que se encontra no Apêndice 1 aplicado *in loco*.