



**Máris Caroline Gosmann**

**Metodologias de Precificação de Resseguro para embasar  
a Formulação de um Modelo Interno com ênfase em Risco  
de Subscrição e incorporando Resseguro**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuarias da PUC-Rio.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Fernanda Chaves Pereira

Rio de Janeiro

Maio de 2009



**Máris Caroline Gosmann**

**Metodologias de Precificação de Resseguro para embasar  
a Formulação de um Modelo Interno com ênfase em Risco  
de Subscrição e incorporando Resseguro**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof.<sup>a</sup> Fernanda Chaves Pereira**

Orientador

Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuarias – PUC-Rio

**Prof. Roberto Westenberger**

PWC – Brasil

**Prof.<sup>a</sup> Cibele Noronha Behrens Assunção**

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRJ

**Prof. Nizar Messari**

Coordenador Setorial do Centro de Ciências Sociais - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de maio de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

**Máris Caroline Gosmann**

Graduou-se Bacharel em Ciências Atuariais pela UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul) em 2006.

Ficha Catalográfica

Gosmann, Máris Caroline

Metodologias de precificação de resseguro para embasar a formulação de um modelo interno com ênfase em risco de subscrição e incorporando resseguro / Máris Caroline Gosmann; orientadora: Fernanda Chaves Pereira. – 2009.

122 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Inclui bibliografia

1. Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais - Teses. 2. Modelo interno. 3. Precificação de resseguro. 4. Riscos de subscrição. 5. Tipos de resseguro. 6. Capital econômico. I. Pereira, Fernanda Chaves. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais. III. Título.

CDD: 368.01

Para meus amados pais Luiz e Marinês.

## Agradecimentos

A Deus, por me guiar pelos novos caminhos.

À professora Fernanda Chaves por me orientar e por oferecer-me importantes incentivos para o desenvolvimento deste trabalho.

A CAPES pela bolsa de estudos a mim concedida.

A FUNENSEG pelo apoio financeiro no primeiro período do mestrado.

Ao IAPUC pelos incentivos à pesquisa e estrutura oferecida.

Aos membros da banca pelas críticas construtivas ao trabalho.

Aos colegas e amigos do IAPUC Thiago, Reinaldo e Leonardo pelo companheirismo, compreensão e divisão de dificuldades.

À Luciene Pereira, pela presteza incomparável no IAPUC.

Aos meus pais, Luiz Carlos Gosmann e Marinês Gosmann, pela educação, conselhos, amor e compreensão a todo momento, assim como pelo apoio e presença mesmo na distância.

Ao Wagner Cícero Nogueira de Matos, especial em minha vida, pela presença constante e disposição para enfrentar a distância nesses dois anos.

À amiga especialíssima Rebecca que ao invés de caminhar, correu ao meu lado durante esses dois anos. Ao amigo Bruno, pelas conversas esporádicas, no entanto, essenciais.

A todos aqueles que contribuíram com este projeto.

## Resumo

Gosmann, Máris Caroline; Pereira, Fernanda Chaves. **Metodologias de Precificação de Resseguro para embasar a Formulação de um Modelo Interno com ênfase em Risco de Subscrição e incorporando Resseguro.** Rio de Janeiro, 2009. 122p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho o capital econômico de uma companhia de seguros será calculado através de um modelo interno que incorpora as opções usuais de programas de resseguro - quota-parte, excedente de responsabilidade, excesso de danos por risco e excesso de danos anual. Para tanto, uma revisão dos tipos de contrato de resseguros será apresentada assim como as principais metodologias de precificação de resseguro, tais como, tarifação por experiência, tarifação por exposição e tarifação por modelagem. O modelo interno será aplicado aos dados reais de uma seguradora e será implementado via simulação de Monte Carlo. A severidade dos sinistros totais foi modelada pela distribuição Log-Normal com série temporal de média móvel no parâmetro de escala, e a frequência de número de sinistros foi modelada pela distribuição de Poisson. Outras características dos modelos são: horizonte de projeção de dois anos, método estocástico de Mack para a estimação das reservas de sinistro e o uso do *value at risk* (VaR) como medida de risco para determinação do capital. Diante da recente abertura do mercado de resseguros no Brasil é importante notar que os modelos desenvolvidos podem ser aplicados para avaliação destas opções de resseguro, através da avaliação de custo de capital de resseguro e rentabilidade ótima de capital via RAROC.

## Palavras-chave

Precificação de resseguro; modelo interno; risco de subscrição; tipos de resseguro; capital econômico.

## Abstract

Gosmann, Máris Caroline; Pereira, Fernanda Chaves (Advisor). **Methodologies of Reinsurance Pricing to the Formulation of an Internal Model with emphasis on Underwriting Risk and adding Reinsurance.** Rio de Janeiro, 2009. 122p. MSc. Dissertation - Departamento de Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this study the insurer's economic capital will be calculated through internal model that incorporates the usual reinsurance program options - quota-share, surplus, excess of loss per risk and stop loss. For that, a review of the reinsurance's contract types will be presented as the main methods of reinsurance pricing, such as, experience rating, exposure rating and modeling. The internal model will be applied over a real database from an insurance company and will be implemented via Monte Carlo simulation. The total claims severity will be modeled by a Log-Normal distribution with moving average time-series as the scale parameter, and the number of claims frequency will be modeled by a Poisson distribution. The other characteristics of the models are: time valuation of two years, the Mack's stochastic method to estimate the claim reserves and the use of value at risk as a risk measure to determinate the capital. Given the recent opening of the reinsurance market in Brazil is important to note that the models developed can be applied to evaluate these options for reinsurance, through the assessment of reinsurance's capital cost and the optimal capital profitability via RAROC.

## Keywords

Reinsurance pricing; internal models; underwriting risk; types of reinsurance; economic capital.

# Sumário

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1      | Introdução   | 15 |
| 1.1.   | Objetivos da dissertação                               | 15 |
| 1.2.   | Motivação  | 15 |
| 1.3.   | Organização do texto                                   | 17 |
| 2      | Resseguro  | 18 |
| 2.1.   | O que é resseguro                                      | 18 |
| 2.2.   | Conceitos estatísticos                                 | 20 |
| 2.3.   | Resseguro cota-parte (proporcional)                    | 21 |
| 2.4.   | Resseguro excedente de responsabilidade (proporcional) | 23 |
| 2.5.   | Resseguro excesso de danos (não-proporcional)          | 27 |
| 2.5.1. | Excesso de danos por risco (não-proporcional)          | 27 |
| 2.5.2. | Excesso de danos por catástrofe (não-proporcional)     | 28 |
| 2.6.   | Resseguro excesso de danos anual (não-proporcional)    | 32 |
| 2.7.   | Funções do resseguro                                   | 34 |
| 3      | Precificação de resseguro                              | 35 |
| 3.1.   | Cota-parte   | 37 |
| 3.1.1. | Particularidades dos contratos proporcionais           | 37 |
| 3.2.   | Excedente de responsabilidade                          | 39 |
| 3.3.   | Excesso de dano por riscos                             | 40 |
| 3.3.1. | Precificação por experiência ou <i>burning cost</i>    | 40 |
| 3.3.2. | Precificação por exposição                             | 42 |
| 3.3.3. | Modelagem geral  | 43 |
| 3.3.4. | Modelagem sob Pareto                                   | 45 |
| 3.4.   | Excesso de dano por catástrofe                         | 47 |
| 3.4.1. | Precificação por experiência                           | 47 |
| 3.4.2. | Modelagem  | 48 |
| 3.5.   | Excesso de dano anual                                  | 49 |
| 3.5.1. | Modelagem  | 49 |
| 3.6.   | Conceitos adicionais                                   | 50 |
| 3.6.1. | Tratamento de dados e sequência geral                  | 50 |

|   |    |
|---|----|
| 3.6.2. Princípio de prêmios                                 | 51 |
| 3.6.3. Ajuste de distribuição                               | 52 |
| 4 Modelo interno  | 55 |
| 4.1. Considerações iniciais                                 | 55 |
| 4.2. Tipo de capital  | 57 |
| 4.3. Planejamento estratégico                               | 58 |
| 4.4. Tipos de riscos  | 59 |
| 4.5. Medidas de risco                                       | 61 |
| 4.5.1. Propriedades de medidas de risco                     | 62 |
| 4.5.2. Valor em risco – <i>VaR</i>                          | 63 |
| 4.6. Medidas de dependência                                 | 63 |
| 4.7. Formas de agregação                                    | 64 |
| 4.8. Horizonte de avaliação                                 | 64 |
| 4.9. Análise dinâmica                                       | 65 |
| 4.9.1. Modelo estocástico                                   | 65 |
| 4.10. Nível de tolerância ao risco                          | 66 |
| 4.11. Apresentação dos resultados                           | 67 |
| 5 Aplicação: modelo interno                                 | 69 |
| 5.1. Dados  | 69 |
| 5.1.1. Seguro de crédito a exportação no mundo              | 69 |
| 5.1.2. Seguro de crédito a exportação no Brasil             | 70 |
| 5.1.3. Cobertura do seguro de crédito a exportação          | 71 |
| 5.1.4. Aceitação do risco no seguro de crédito a exportação | 71 |
| 5.2. Elaboração dos modelos base                            | 73 |
| 5.2.1. Prêmio emitido e crescimento                         | 75 |
| 5.2.2. Prêmio ganho, vigências e rateio por competência     | 76 |
| 5.2.3. Sinistralidade                                       | 77 |
| 5.2.4. Sinistro ocorrido agregado                           | 77 |
| 5.2.5. Sinistros pagos e fator de pagamento de sinistros    | 80 |
| 5.2.6. Estimativa da reserva                                | 81 |
| 5.2.7. Cálculo do resultado                                 | 82 |
| 5.3. Apresentação dos modelos base                          | 82 |
| 5.3.1. Modelo base 1  | 85 |
| 5.3.2. Modelo base 2  | 87 |
| 5.3.3. Modelo base 3  | 89 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.4. Análises de rentabilidade   | 91  |
| 6 Aplicação: modelo interno com resseguro                                    | 93  |
| 6.1. Seleção de tipos de resseguro   | 93  |
| 6.1.1. Cota-parte com precificação de proporcional                           | 94  |
| 6.1.2. Excesso de danos por risco com precificação por experiência           | 97  |
| 6.1.3. Excesso de danos por risco com precificação por exposição             | 98  |
| 6.1.4. Excesso de danos anual com precificação por experiência com modelagem | 100 |
| 6.2. Resultados: custo de capital de resseguro e RAROC                       | 102 |
| 6.2.1. Cota-parte com precificação proporcional                              | 103 |
| 6.2.2. Excesso de danos por risco com precificação por experiência           | 105 |
| 6.2.3. Excesso de danos por risco com precificação por exposição             | 106 |
| 6.2.4. Excesso de danos anual com precificação por experiência com modelagem | 107 |
| 7 Conclusão  | 109 |
| 7.1. Conclusões metodológicas  | 109 |
| 7.2. Conclusões sobre o capital baseado em risco necessário                  | 109 |
| 7.3. Limitações e trabalhos futuros  | 111 |
| 8 Referências bibliográficas   | 112 |
| 9 ANEXOS   | 116 |
| 9.1. Programação utilizada   | 116 |
| 9.1.1. Gerar resultados  | 116 |
| 9.1.2. Recuperação e resultado do excesso de danos por risco                 | 116 |
| 9.1.3. Precificação excesso de danos anual                                   | 118 |
| 9.2. Medidas de risco  | 118 |
| 9.2.1. Valor em risco na cauda – $TvaR$                                      | 119 |
| 9.2.2. Esperança condicional da cauda – CTE                                  | 119 |
| 9.2.3. Valor em risco condicional – $CVaR$                                   | 119 |
| 9.3. Princípio do prêmio coerente  | 120 |
| 9.3.1. Probabilidade de ruína  | 120 |
| 9.3.2. Custo econômico da ruína  | 121 |

## Lista de figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 1. Classificação dos Planos de Resseguro   | 20 |
| Figura 2. Representação do contrato cota-parte  | 23 |
| Figura 3. Representação do contrato excedente de responsabilidade   | 26 |
| Figura 4. Exemplo de plano de resseguro   | 31 |
| Figura 5. Representação do contrato excesso de danos  | 32 |
| Figura 6. Estrutura de um modelo interno  | 56 |
| Figura 7. Tipos de riscos   | 60 |
| Figura 8. Uma saída obtida por simulação  | 67 |
| Figura 9. Ordenamento das saídas da <i>DFA</i>  | 67 |
| Figura 10. Visualização de medidas de risco   | 68 |
| Figura 11. Valores de capital pelo percentil da distribuição dos resultados   | 68 |
| Figura 12. Planilha de cálculo de resultado para uma simulação  | 74 |
| Figura 13. Prêmio emitido histórico por período   | 75 |
| Figura 14. Prêmio emitido histórico e projetado   | 75 |
| Figura 15. Sinistro ocorrido agregado histórico por período   | 78 |
| Figura 16. Número de sinistros histórico por período  | 79 |
| Figura 17. Valor de sinistro médio histórico por período  | 79 |
| Figura 18. Histograma e ajuste de distribuição  | 86 |
| Figura 19. Distribuição de probabilidade dos Resultados – modelo base 1   | 86 |
| Figura 20. Distribuição acumulada do Resultado – modelo base 1  | 87 |
| Figura 21. Distribuição de probabilidade dos Resultados – modelo base 2   | 88 |
| Figura 22. Distribuição acumulada do Resultado – modelo base 2  | 88 |
| Figura 23. Distribuição de probabilidade dos Resultados – modelo base 3   | 90 |
| Figura 24. Distribuição acumulada do Resultado – modelo base 3  | 90 |
| Figura 25. Distribuição de probabilidade dos resultados com cota-parte  | 95 |
| Figura 26. Distribuição acumulada de resultados com cota-parte  | 96 |
| Figura 27. Distribuição de probabilidade dos resultados com excesso de danos por risco e precificação por experiência | 97 |
| Figura 28. Distribuição acumulada dos resultados com excesso de danos por risco e precificação por experiência        | 98 |
| Figura 29. Distribuição de probabilidade dos resultados com excesso de danos por risco e precificação por exposição   | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 30. Distribuição acumulada dos resultados com excesso de danos por risco e precificação por exposição                    | 100 |
| Figura 31. Distribuição de probabilidade dos resultados com excesso de danos anual e precificação por experiência com modelagem | 101 |
| Figura 32. Distribuição acumulada dos resultados com excesso de danos anual e precificação por experiência com modelagem        | 102 |
| Figura 34. Ciclo ideal dos programas de resseguro   | 110 |

## Lista de tabelas

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 1. Causas primárias de insolvência nos EUA   | 17  |
| Tabela 2. Exemplo de resseguro cota-parte   | 22  |
| Tabela 4. Exemplo de resseguro excedente de responsabilidade – caso 2   | 25  |
| Tabela 5. Exemplo de resseguro excedente de responsabilidade – caso 3   | 26  |
| Tabela 6. Exemplo resseguro excesso de danos WXL.R – caso 1   | 29  |
| Tabela 7. Exemplo resseguro excesso de danos Cat.XL – caso 1  | 29  |
| Tabela 8. Exemplo resseguro excesso de danos WXL.R – caso 2   | 30  |
| Tabela 9. Exemplo resseguro excesso de danos Cat.XL – caso 2  | 30  |
| Tabela 10. Exemplo resseguro excesso de danos WXL.R – caso 3  | 30  |
| Tabela 11. Exemplo resseguro excesso de danos Cat.XL – caso 3   | 31  |
| Tabela 12. Exemplo resseguro excesso de danos anual   | 33  |
| Tabela 13. Tipos e funções do resseguro   | 34  |
| Tabela 14. Tipos e funções do resseguro   | 34  |
| Tabela 15. Relação das metodologias com os tipos de resseguro   | 36  |
| Tabela 16. Base de cálculo de prêmio e sinistro por tipo de resseguro   | 36  |
| Tabela 17. Exemplo comissão nos lucros  | 38  |
| Tabela 18. Exemplo faixas de sinistralidade   | 38  |
| Tabela 19. Exemplo de comissão escalonada   | 39  |
| Tabela 20. Exemplo comissão escalonada  | 39  |
| Tabela 21. Parcela variável do capital base por região de atuação   | 58  |
| Tabela 22. Histórico de sinistralidade ajustado   | 77  |
| Tabela 23. Fator incremental de pagamento de sinistros  | 81  |
| Tabela 24. Elaboração dos modelos base  | 83  |
| Tabela 25. Capital requerido por nível de confiança – modelo base 1   | 87  |
| Tabela 26. Capital requerido por nível de confiança – modelo base 2   | 89  |
| Tabela 27. Capital requerido por nível de confiança – modelo base 3   | 90  |
| Tabela 28. Valores obtidos nos modelos base   | 91  |
| Tabela 29. RAROC dos modelos base sem resseguro   | 92  |
| Tabela 30. RAROC obtidos com cota-parte e precificação proporcional   | 103 |
| Tabela 31. Custo de capital de resseguro com cota-parte e precificação proporcional, imposta restrição de capital | 104 |
| Tabela 32. Custo de capital de resseguro com cota-parte e precificação  |     |

|  |     |
|--|-----|
| proporcional, para capital irrestrito  | 104 |
| Tabela 33. RAROC obtidos com excesso de danos por risco e precificação por experiência   | 105 |
| Tabela 34. Custo de capital de resseguro com excesso de danos por risco e precificação por experiência, imposta restrição de capital           | 105 |
| Tabela 35. Custo de capital de resseguro com excesso de danos por risco e precificação por experiência, para capital irrestrito                | 105 |
| Tabela 36. RAROC obtidos com excesso de danos por risco e precificação por exposição   | 106 |
| Tabela 37. Custo de capital de resseguro com excesso de danos por risco e precificação por exposição, imposta restrição de capital             | 106 |
| Tabela 38. Custo de capital de resseguro com excesso de danos por risco e precificação por exposição, para capital irrestrito                  | 107 |
| Tabela 39. RAROC obtidos com excesso de danos anual e precificação por experiência com modelagem   | 107 |
| Tabela 40. Custo de capital de resseguro com excesso de danos anual e precificação por experiência com modelagem, imposta restrição de capital | 107 |
| Tabela 41. Custo de capital de resseguro com excesso de danos anual e precificação por experiência com modelagem, para capital irrestrito      | 108 |