

1 Introdução

1.1 Motivação

O uso de técnicas de computação gráfica mudou o mundo dos desenhos animados. Nas técnicas recentes, personagens, cenários e acessórios são criados através do escaneamento de modelos em três dimensões ou então são modelados em 3D diretamente no computador. Uma vez produzidos computacionalmente os modelos, temos uma estrutura constituída por pontos em três dimensões que chamamos de *malha* (ver figura 1.1). Assim, a animação é gerada ao produzirmos movimentos e deformações sobre a estrutura dessa malha.

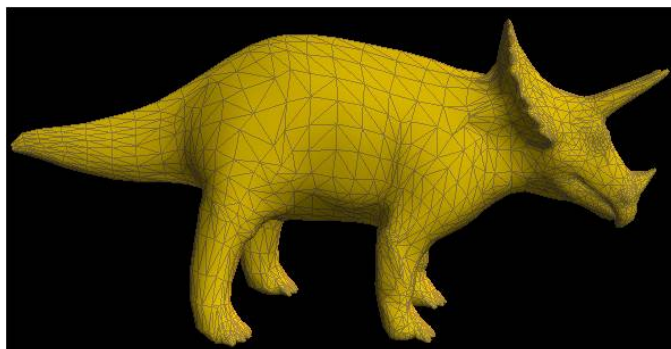


Figura 1.1: Malha de um modelo em três dimensões.

Geralmente modelos como os vistos em filmes de animação tem milhares de pontos e gerar deformações manipulando-os diretamente não se torna uma tarefa muito fácil. Poder lidar com um número reduzido de pontos torna o processo menos trabalhoso. Isso é possível através da técnica de deformação baseada em *poliedros de controle*. Envolvermos o modelo em uma malha com forma semelhante, mais simples, com menos vértices que chamaremos de poliedros de controle. Escrevemos os pontos do modelo em função dos elementos do poliedro de controle através de algum sistema de coordenadas. E, ao deformarmos o poliedro de controle, obtemos deformações sobre o modelo. Observe na figura 1.2, que o uso do poliedro de controle permite manipular, com um pequeno número de vértices, regiões do modelo com dezenas de pontos.

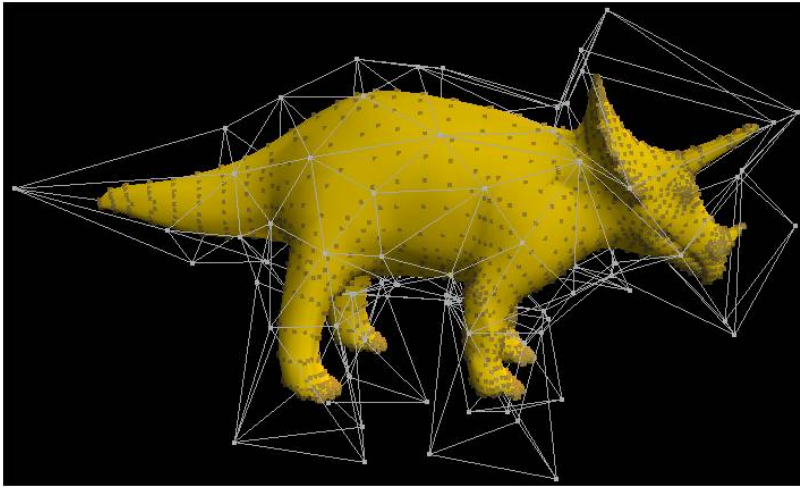


Figura 1.2: Modelo envolvido por um poliedro de controle.

Por suas propriedades, usamos extensões de coordenadas baricêntricas para escrever os pontos do modelo em função dos pontos do poliedro de controle. As coordenadas baricêntricas λ_i , $i = 1, \dots, n$ de um ponto v_0 no interior de uma região P , limitada por polígonos em \mathbb{R}^2 e poliedros em \mathbb{R}^3 , com n vértices, são tais que:

$$\lambda_i \geq 0, \quad (1-1)$$

é possível obter coordenadas negativas se considerarmos pontos fora da região P , mas para nosso propósito isso não é necessário.

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \quad (1-2)$$

onde n é o número de vértices da fronteira de P .

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v_i = v_0, \quad (1-3)$$

onde v_i são os vértices da fronteira de P .

Observe que para simplexos, triângulos em \mathbb{R}^2 e tetraedros em \mathbb{R}^3 , o sistema de coordenadas formado pelas equações (1-2) e (1-3) tem solução única. Existe assim, para cada ponto em seu interior, uma única forma de escrevê-lo. Quando temos, por exemplo, em \mathbb{R}^2 um polígono com mais de três vértices, o sistema se torna *possível e indeterminado*, podendo existindo infinitos conjuntos de coordenadas capazes de representar um mesmo ponto.

Podemos interpretar a coordenada λ_i como a influência do vértice v_i sobre o ponto v_0 . Ao procurarmos formas de estender coordenadas baricêntricas para não simplexos, procuramos uma forma de propagar a influência de um vértice na fronteira ∂P da região P para seu interior, de forma que essa influência

seja propagada suavemente. Ou seja, definindo sobre ∂P a função f como sendo a função identidade, procuramos uma função suave u no interior de P tal que u seja igual a f para todo ponto sobre ∂P . Essa suavidade é obtida ao impormos que u seja uma função harmônica. Em outras palavras, procuramos por formas de obter uma função u definida em P , tal que u seja solução do *problema de Dirichlet* no interior da região P , sendo a condição de fronteira a função identidade.

$$\nabla^2 u(v) = 0, \quad v \in \text{int}(P) \quad e \quad u(v) = f(v), \quad v \in \partial P. \quad (1-4)$$

1.2

Trabalhos Anteriores

Podemos observar nos últimos anos um crescente interesse no uso de poliedros de controle em técnicas de deformação de modelos em três dimensões. Diferentes métodos vêm sendo adotados para se obter coordenadas com as quais é possível representar um ponto do modelo como combinação linear dos elementos do poliedro de controle.

Em 2005 Ju et al. (7) e Floater et al. (4), estenderam para malhas triangulares as coordenadas obtidas por Floater em 2003 (3) em polígonos, uma generalização de coordenadas baricêntricas derivadas do teorema do valor médio para funções harmônicas. As coordenadas obtidas são não negativas apenas para poliedros de controle convexos e no núcleo de poliedros de controle não convexos, sendo o núcleo de um poliedro de controle a região dos pontos onde os segmentos de reta ligando um ponto a qualquer vértice do poliedro de controle não interceptam as faces desse poliedro.

Em 2007 Joshi et al. (5), através da solução numérica da equação de Laplace no interior do poliedros de controle, obteve uma generalização de coordenadas baricêntricas, construindo coordenadas estritamente positivas. A solução da equação de Laplace é obtida sobre as células de um gride regular construído de forma a envolver o poliedro de controle. Essa necessidade de discretização do domínio torna a construção das coordenadas um processo lento e que necessita de grande quantidade de memória.

Também em 2007, Lipman et al. (9), propôs a construção de coordenadas derivadas do teorema do valor médio estritamente positivas, respeitando a visibilidade de um ponto no interior do poliedro de controle. Desta forma, pontos no interior do poliedro de controle são escritos em função apenas dos pontos de controle visíveis a ele. Todo ponto no interior terá como poliedro de controle um poliedro de controle convexo, evitando assim as

coordenadas negativas apresentadas em (7). O critério de visibilidade do ponto faz com que poliedros de controle diferentes sejam tomados para a obtenção das coordenadas de pontos de um mesmo modelo, fazendo com que, em algumas regiões do modelo, pontos relativamente próximos, tenham poliedros de controle diferentes, comprometendo a suavidade das coordenadas.

Em 2008 Lipman et al. (10) construiu coordenadas motivadas pela terceira identidade de Green, escrevendo um ponto no interior do poliedro de controle em função de seus vértices e faces. Tornando possível a obtenção de deformações conformes em duas dimensões e quase conformes em três dimensões.

1.3 Contribuição

Nessa dissertação estudamos três dos quatro métodos citados na seção anterior, apresentados nos artigos: *Mean Value coordinates for closed triangular meshes* (7), *Harmonic coordinates for character articulation* (5), e *Green coordinates* (10), analisando o processo de construção das coordenada e as deformações obtidas. O processo de construção de cada coordenada é abordado detalhadamente e as deformações obtidas por cada método são analisadas destacando pontos não apresentados nos artigos citados.

Propomos um método de construção de coordenadas derivadas do teorema do valor médio que amenizam os problemas causados nas deformações obtidas com as coordenadas originais (7), devido a sua negatividade. Apresentaremos um processo de construção que não necessita da discretização do domínio e não compromete a suavidade das coordenadas.

Comparamos as três coordenadas estudadas, juntamente com a obtida através da nossa proposta de modificação, em relação à alteração de volume, área, ângulo diedral e curvatura Gaussiana. Critérios que permitem analisar o comportamento local e global das deformações obtidas por cada método.

1.4 Divisão da Dissertação

No capítulo 2 definimos coordenadas baricêntricas em duas e três dimensões e abordamos as construções de extensões para não simplexes, apresentadas nos artigos citados. No capítulo 3 abordamos a construção de um método de deformação baseado em poliedro de controle e analisamos as deformações obtidas com cada coordenada estudada. No capítulo 4 apresentamos uma proposta de modificação no processo de construção das coordenadas apresentado em (7),

com o objetivo de diminuir os problemas apresentados no método original. No capítulo 5 apresentamos comparamos entre métodos abordados.