

4.

Modelos e Técnicas de Simulação de Malha

A simulação das ondas do oceano é uma área bastante estudada em computação gráfica. Nessa, existem duas vertentes principais, a simulação física, que tem como pilar as equações de Navier-Stokes (Sissom & Pitts, 2001), que descrevem o movimento de fluidos incompressíveis.

As equações de Navier-Stokes (NSE) são complexas, contudo, elas podem ser simplificadas e discretizadas a fim de reduzir o esforço computacional e viabilizar seu uso em taxas interativas de simulação. Um método muito popular derivado dessa técnica é o SPH (*Smoothed-particle hydrodynamics*) muito comum nos jogos eletrônicos atuais.

Um problema desse método é que ele trabalha em espaços locais, isso impede, com os recursos computacionais atuais, o seu uso em um ambiente de larga escala, como o oceano aberto, em taxas interativas. Contudo, esse não é foco deste trabalho.

Sendo assim, o estudo está concentrado na outra vertente, que ao invés de simular todo o processo de geração das ondas, foca na reprodução do aspecto da superfície do mar, dessa forma, faz-se uma análise empírica da formação das ondas. Neste grupo de técnicas ainda pode-se categorizar em mais dois grupos, as simulações realizadas no espaço do tempo e as realizadas no espaço da frequência (que depois são transformadas para o espaço do tempo).

4.1. Simulações no espaço do Tempo

Simulações no espaço do tempo são comuns em quase todas as áreas de pesquisa. Isso é devido ao fato de ser muito mais intuitiva a análise do movimento ou alteração de estado no decorrer do tempo. As simulações físicas de aceleração e velocidade são exemplos clássicos do uso do espaço do tempo. Dessa forma, analisar o movimento das ondas no tempo é a forma mais direta de simulação.

4.1.1. Simulação Clássica

As ondas podem ser modeladas utilizando uma série de funções harmônicas, ou seja, senos e cossenos. Esse somatório deve descrever o comportamento da altura e posicionamento de cada ponto na superfície do mar. Sendo uma modelagem analítica, observa-se que, usando tais funções, a simulação é contínua e diferenciável (**Finch, 2004**), suave, em toda a região de simulação, o que é importante para a aplicação de efeitos de iluminação, como os discutidos no capítulo 5.

Um exemplo de onda pode ser visto na Figura 20, que apresenta o comportamento e os principais parâmetros utilizados na simulação.

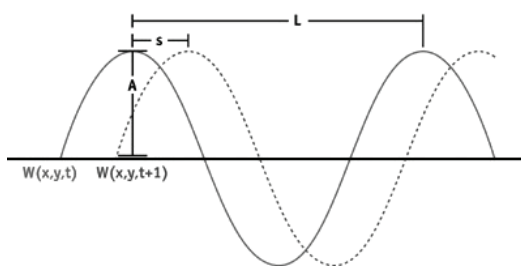


Figura 20: Modelo de ondas

Os parâmetros são:

- *Wavelength* (L): distância entre dois máximos, ou dois mínimos, consecutivos. L está relacionado com a frequência(ω) como $\omega = \frac{2\pi}{L}$.
- W : Velocidade angular
- Amplitude(A): Pico e vale máximo

- *Speed (S)*: Velocidade em radianos por segundo. É conveniente expressar em termos da fase(φ), onde $\varphi = S \times \frac{2\pi}{L}$.

Com essas definições, pode-se criar várias funções para descrever o movimento das ondas. Sendo assim, tem-se para cada harmônica, ou oitava, (dada a posição horizontal (x, z) de um ponto na superfície do oceano e o tempo (t)) a expressão para a coordenada vertical, descrita como:

$$W_i(x, z, t) = A_i * \sin(\vec{D}_i \cdot (x, z) + t * \varphi_i)$$

Equação 14: Coordenada vertical de uma harmônica clássica

Observa-se que o termo $\vec{D}_i \cdot (x, z)$, onde D_i é a direção de propagação da onda, muda a fase da onda, fazendo com que tenha-se controle na direção de propagação. O somatório para todas as harmônicas expressa-se como:

$$H(x, z, t) = \sum_{i=1}^N (A_i * \sin(\vec{D}_i \cdot (x, z) + t * \varphi_i))$$

Equação 15: Coordenada vertical da simulação clássica

Onde N é o número de harmônicas. Sendo assim, pode-se escrever as expressões dos vetores posição, normal, tangentes, binormais como:

$$P(x, z, t) = (x, H(x, z, t), z)$$

$$B(x, z) = \left(\frac{\partial x}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial x} (H(x, z, t)), \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left(1, \frac{\partial}{\partial x} (H(x, z, t)), 0 \right)$$

$$T(x, z) = \left(\frac{\partial x}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial z} (H(x, z, t)), \frac{\partial z}{\partial z} \right) = \left(0, \frac{\partial}{\partial z} (H(x, z, t)), 1 \right)$$

Equação 16: Posição, Binormal e Tangente

Sabendo que o vetor normal é parte da base ortonormal (Normal, Tangente, Binormal), tem-se:

$$N(x, z) = B(x, z) \times T(x, z) = \left(-\frac{\partial}{\partial x}(H(x, z, t)), -\frac{\partial}{\partial z}(H(x, z, t)), 1 \right)$$

Equação 17: Normal da simulação clássica

Para modelagem da animação temporal das ondas, pode-se considerar que elas se deslocam segundo uma direção, nesse caso, temos um vetor direção de deslocamento horizontal ($\vec{D}_i(x, z) = (x, 0, z)$). Outra forma é considerar ondas circulares, p.e., ondas geradas por uma gota d'água quando caem na superfície de um lago (Figura 21), que possuem vetor direção de deslocamento horizontal definido como $\vec{D}_i(x, z) = \left(\frac{(x, z) - \vec{C}_i}{|(x, z) - \vec{C}_i|} \right) e \vec{D}_i \cdot \mathbf{y} = 0$, onde \vec{C}_i é o epicentro da onda.

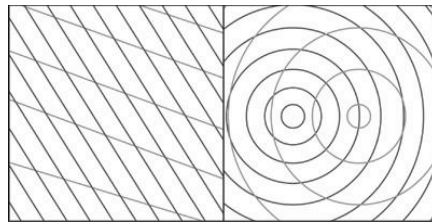


Figura 21: Tipos de Movimentação de Ondas (Finch, 2005)

O cálculo da normal de um ponto da superfície do oceano é fundamental para a aplicação das técnicas de iluminação. Conforme dito, a função descrita deve ser derivável em todas as suas componentes para que seja possível a computação da normal (Equação 17).

4.1.2. Modelo de Ondas de Gerstner

Na simulação clássica, as ondas seguem o comportamento suave das funções harmônicas. No entanto, é sabido que as ondas oceânicas podem ter cristas (picos) agudas, sendo assim, a simulação clássica limita a modelagem das mesmas.

Em 1986, Fournier e Reeves utilizaram um modelo proposto por Gerstner (1809) para a simulação das ondas. Apesar de antigo, o modelo ainda é muito utilizado na área de oceanografia e, mesmo, em alguns casos, na área de engenharia naval. Isso, devido à série de parâmetros disponíveis no modelo. Além disso, existem diversas adaptações do modelo para considerar outros efeitos de simulação, tais como, vento e profundidade do oceano.

Assim, para uma simulação efetiva das ondas é necessário o controle de agudez (*steepness*) da onda, sendo necessário mudar não só a coordenada vertical, mas também, as coordenadas horizontais, visto que esse processo demanda a redução do espaçamento horizontal entre pontos adjacentes. Essas ondas são chamadas de trocoidais. A Figura 22.a ilustra uma onda clássica e a Figura 22.b uma onda trocoidal bastante aguda.

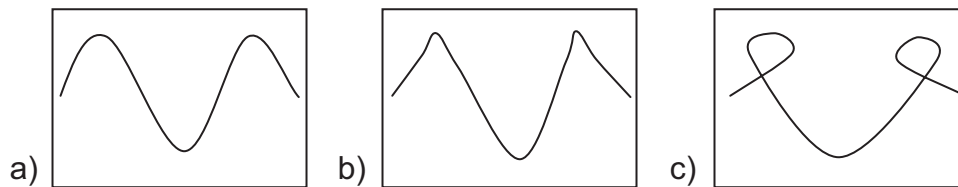


Figura 22: Ondas Clássicas, Trocoidais

A posição de um vértice na superfície do oceano é descrita como:

$$P(x, z, t) = \begin{pmatrix} x + \sum_{i=1}^N (Q_i A_i \times \vec{D}_i \cdot x \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot (x, 0, z)) + \varphi_i t)), \\ \sum_{i=1}^N (A_i \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot (x, 0, z)) + \varphi_i t)), \\ z + \sum_{i=1}^N (Q_i A_i \times \vec{D}_i \cdot z \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot (x, 0, z)) + \varphi_i t)) \end{pmatrix}$$

Equação 18: Função da posição de um vértice no tempo(t) (Gerstner)

Onde Q_i é um parâmetro que controla a agudez da onda. $Q_i \in [0, 1]$, sendo que, para $Q_i = 0$ tem-se uma onda senoidal comum e para

$Q_i = \frac{1}{w_i A_i}$, uma crista mais aguda. Valores maiores que $\frac{1}{w_i A_i}$ produz um elo (*loop*) na crista da onda, gerando um efeito não realístico na visualização (Figura 22.c). Q_i pode ser deixado como parâmetro para o artista, desde que o intervalo válido seja respeitado.

Sabendo a expressão da posição, podemos calcular os demais vetores utilizando as derivadas parciais, logo:

$$\begin{aligned}
 B(x, z, t) &= \begin{pmatrix} 1 - \sum_{i=1}^N (Q_i \times (\vec{D}_i \cdot \mathbf{x})^2 \times \omega_i A_i \times \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ \sum_{i=1}^N (\vec{D}_i \cdot \mathbf{x} \times \omega_i A_i \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ - \sum_{i=1}^N (Q_i \times \vec{D}_i \cdot \mathbf{x} \times \vec{D}_i \cdot \mathbf{z} \times \omega_i A_i \times \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)) \end{pmatrix} \\
 T(x, z, t) &= \begin{pmatrix} - \sum_{i=1}^N (Q_i \times \vec{D}_i \cdot \mathbf{x} \times \vec{D}_i \cdot \mathbf{z} \times \omega_i A_i \times \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ \sum_{i=1}^N (\vec{D}_i \cdot \mathbf{y} \times \omega_i A_i \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ 1 - \sum_{i=1}^N (Q_i \times (\vec{D}_i \cdot \mathbf{z})^2 \times \omega_i A_i \times \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)) \end{pmatrix} \\
 N(x, z, t) &= \begin{pmatrix} - \sum_{i=1}^N (\vec{D}_i \cdot \mathbf{x} \times \omega_i A_i \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ 1 - \sum_{i=1}^N (Q_i \times \omega_i A_i \times \sin(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)), \\ - \sum_{i=1}^N (\vec{D}_i \cdot \mathbf{z} \times \omega_i A_i \times \cos(\omega_i (\vec{D}_i \cdot \mathbf{P}) + \varphi_i t)) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Equação 19: Vetores Normais, Binormais e Tangentes (Gerstner)

Uma observação importante é que cada onda pode variar sua direção, agudez, frequência e amplitude, essa composição é que trará o realismo.

Essas equações podem ser utilizadas diretamente no programa de vértice para a alteração dos mesmos, contudo, isso pode ser muito custoso em termos de tempo de computação, além de impedir o conceito de simulação separada (capítulo 6) . Uma forma muito eficiente que separa a simulação, ou seja, permite que outra técnica seja empregada para a geração de normais ou mapa de altura, é a utilização dessa técnica para a geração de uma textura de altura, ou textura de normal.

4.2. Simulações no espaço da frequência

Tomando como base as harmônicas descritas acima, uma forma de aumentar o realismo e reproduzir mais fidedignamente o comportamento do oceano é inserir mais harmônicas na simulação oceano, fazendo os ajustes necessários. Contudo, o aumento do número de harmônicas a serem simuladas causa uma perda de desempenho significativa, desta forma, impedindo a sua utilização.

Uma solução para o problema é a utilização do espaço da frequência ao invés do espaço temporal, assim, além de se tornar mais simples para a especificação das harmônicas, pode-se usar uma ferramenta matemática, a transformada de Fourier e sua inversa.

A transformada de Fourier (Nilson & Riedel, 2001) é um caso especial da transformada de Laplace (Boyce & DiPrima, 2001) bilateral, no qual a parte real da frequência complexa é nula [$s = \sigma + \omega j, \sigma = 0$, dessa forma, ela analisa fenômenos em regime (não transiente)]. A interpretação física da mesma pode ser encarada como o limite da série de Fourier (que consiste em uma série que representa uma função em termos de componentes harmônicas). Ser o limite da série nesse caso indica que essa transformada leva qualquer função no domínio do tempo para o domínio da frequência.

Contudo, há três funcionalidades importantes dessa transformada que justificam o seu uso no problema em análise. A transformada é inversível, ou seja, pode-se especificar várias frequências no domínio da

frequência e retornar o resultado no domínio do tempo. Além disso, pode-se utilizar a técnica de transformada rápida de Fourier (*FFT*) para aumentar a eficiência da técnica. Por fim, como a convolução de funções no espaço da frequência é muito mais simples que no espaço do tempo, pode-se aplicar filtros sobre as frequências para melhorar análises e coibir problemas de ruídos.

Um exemplo da última funcionalidade citada pode ser entendido quando se deseja analisar somente uma faixa de harmônicas, sendo assim, pode-se especificar um filtro passa-faixa⁵, o qual será convoluido com as harmônicas e irá reduzir a amplitude das harmônicas fora da faixa especificada, isto sem mudar os parâmetros das mesmas.

4.2.1. FFT

Apesar de intuitiva a especificação de cada frequência para a computação da *FFT*, é extremamente difícil a definição das mesmas a fim de se obter um resultado realístico. Além disso, a grande quantidade de harmônicas no oceano é um fator impeditivo.

Sendo assim, pode-se utilizar modelos estatísticos combinados com observações experimentais. Nesses, a amplitude das ondas é considerada uma variável aleatória da posição e tempo [$h(x,t)$].

Esses modelos estatísticos são elaborados para terem a capacidade de se decompor em séries de senos e cossenos, o que além das várias propriedades matemáticas associadas, permite a utilização facilitada da *FFT*, que permite uma rápida avaliação das mesmas.

Dessa forma, a representação da amplitude da onda $h(x,t)$ na posição $x = (x,z)$ pode ser expressa como a soma das senóides complexas no tempo da seguinte forma:

⁵ Pode-se utilizar qualquer tipo de filtro, no entanto, é preferível o uso do de Butterworth, Bessel-Thomson ou Chebyshev (Su, 1996). É aconselhável o uso do filtro de Butterworth devido à baixa alteração da fase. É totalmente desaconselhável o uso do filtro elíptico, o qual apresenta grande variação na fase de um sinal.

$$h(x, t) = \sum_k \tilde{h}(k, t) e^{jk \cdot x}$$

Equação 20: Altura definida em termos da frequência

Onde t é o tempo, k é um vetor bidimensional, chamado de número de onda, sendo $k = (k_x, k_z)$, $k_x = \frac{2\pi n}{L_x}$, $k_z = \frac{2\pi m}{L_z}$, e m, n são números inteiros no intervalo $n \in \left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$ e $m \in \left[-\frac{M}{2}, \frac{M}{2}\right)$, L_x e L_z é o tamanho da região de simulação e N, M são o número de amostras. Esse processo gera um mapa de altura (Figura 23) nos pontos discretos $x = \left(\frac{nL_x}{N}, \frac{mL_z}{M}\right)$, os demais podem ser gerados, nesse caso, por interpolação. A função $\tilde{h}(k, t)$ descreve a estrutura da superfície que é discutida a seguir. Pesquisas oceanográficas demonstram que essa representação é adequada para ondas em mar aberto com vento (Tessendorf, 1999).

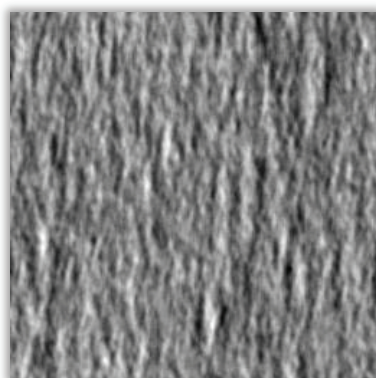


Figura 23: Mapa de Altura gerado pela *IFFT*

Para a geração dos efeitos visuais de iluminação, é necessária a especificação do vetor Normal da superfície. Em muitas aplicações de computação gráfica, dado um mapa de altura, uma forma de se gerar a normal é através da variação de Δx e Δz ao redor de um ponto do mapa, sendo muito eficiente em termos de memória. No entanto, essa abordagem oferece uma aproximação muito ruim para as variações de alta frequência presentes no mapa. Dessa forma, pode-se realizar o cálculo exato com o uso do gradiente do ponto e mais *FFTs*, sendo:

$$N(x, t) = \nabla h(x, t) = \sum_k jk \tilde{h}(k, t) e^{jk \cdot x}$$

Equação 21: Normal definida em termos da frequência

Conforme suscitado, L_x e L_z definem a região de simulação, e devido a definição de k , a função é periódica fora do intervalo, repetindo-se indefinidamente. Isso pode ser um problema caso essa repetição se torne visível para o usuário. Para evitar o problema aconselha-se utilizar grades de tamanhos grandes, que no caso de simulação em tempo real fica no intervalo de 128 a 512 por dimensão. No caso de simulações mais detalhadas ou para pós-produção (não tempo real), utiliza-se dimensões de 1024 a 4096.

Tensendorf (1999) relata que no filme Titanic e Waterworld foram utilizadas grades de 2048 x 2048. Além disso, ele relata que a utilização de número de ponto flutuante simples deve ser cautelosa para evitar ruídos indesejáveis. Sendo assim, caso seja necessária uma simulação com muitos detalhes, o uso de dupla precisão é mandatório.

4.2.1.1. Modelo Estatístico

Análises estatísticas de flutuação de bóias, fotografias e medidas de radar da superfície do oceano, demonstram que a função $\tilde{h}(k, t)$ possui um espectro espacial (lembrando que essa função está no domínio da frequência) dado por:

$$P_h(k) = \langle |\tilde{h}(k, t)|^2 \rangle$$

Equação 22: Espectro da função \tilde{h}

Onde os marcadores $\langle \rangle$ indicam que a função é estimada. Existem diversas funções de descrição do espectro P_h , contudo, um modelo muito utilizado e que considera a influência do vento é o espectro de Philips, que pode ser representado como:

$$P_h(k) = A \left(\frac{e^{-\frac{1}{(kL)^2}}}{k^4} \right) |\hat{k} \cdot \hat{w}|^2$$

Equação 23: Espectro de Philips

Onde $L = \frac{V^2}{g}$ é a maior onda gerada por um vento de velocidade escalar V , A é uma constante de proporcionalidade usada para modificar as amplitudes gerais das ondas. O fator proporcional ao cosseno $|\hat{k} \cdot \hat{w}|^2$ é o fator de projeção da direção da onda com a do vento (produto escalar). Tesendorf (1999) aponta que ter problemas de convergência para “ k ”s muito pequenos, dessa forma, pode-se multiplicar um termo adicional $e^{-k^2 l^2}$ a fim de eliminar os números de ondas (k) menores que l .

Por fim, Tesendorf (1999) descreve a amplitude de uma onda no tempo zero como:

$$\tilde{h}_0(k) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi_r + j\xi_j) \sqrt{P_h(k)}$$

Equação 24: Altura no tempo zero (FFT)

ξ_r, ξ_j são variáveis aleatórias independentes. Uma distribuição válida para as mesmas é a Normal (Gaussiana) padrão, com média 0 e desvio padrão 1. Observa-se que é possível a utilização de outras distribuições.

4.2.1.2. Geração da onda

Ao contrário das ondas sonoras no ar, as ondas oceânicas são dispersivas, o que significa que a velocidade das mesmas depende do comprimento de onda. No caso de águas profundas, pode-se considerar que uma onda com pulsação $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, a relação entre os fatores ω e k é dado por $\omega = \sqrt{gk}$, onde g é a gravidade. Esse conceito pode ser incorporado nas definições das ondas de Gerstner (Salgado et al., 2007).

Dessa forma, dada uma dispersão $\omega(k)$, as amplitudes no domínio da frequência no tempo t podem ser definidas como:

$$\tilde{h}(k, t) = \tilde{h}_0(k)e^{j\omega(k)t} + \tilde{h}_0^*(-k)e^{-j\omega(k)t}$$

Equação 25: Amplitude da onda no tempo t (FFT)

Essa relação preserva a propriedade de conjugação complexa $\tilde{h}^*(k, t) = \tilde{h}(-k, t)$, que é conveniente para a computação de $\tilde{h}(k, t)$ e, conseqüentemente, $h(k, t)$ via a *IFFT* (transformada rápida inversa de Fourier) no tempo t , sem a necessidade de computar em outro tempo.

4.2.1.3. Ondas agudas

A simulação descrita acima se preocupa apenas no deslocamento vertical das ondas, dessa forma, impede a geração de ondas mais agudas. Da mesma forma como Gerstner (1809) adapta as funções para considerar esse efeito, o mesmo processo é realizado para a simulação no espaço da frequência, ou seja, cria-se funções de deslocamento horizontal para os vértices da malha, com o custo de mais *IFFTs* a serem computadas. O vetor deslocamento pode ser descrito como:

$$D(x, t) = \sum_k -j \frac{\vec{k}}{k} \tilde{h}(k, t) e^{jk \cdot x}$$

Equação 26: Deslocamento Horizontal (FFT)

Usando esse vetor, a posição de um vértice passa a ser definida como $x + \alpha D(x, t)$, com altura $h(x, t)$. α é uma constante de proporcionalidade ajustada visualmente. Contudo, esse fator deve ser limitado para não gerar os loops (similar aos gerados pelas equações de Gerstner). Tesendorf (1999) apresenta uma forma de limitar o fator α e discute a demonstração matemática da prova dessa fórmula, contudo, isso foge ao contexto deste trabalho.

4.2.1.4. Desenvolvimento na GPU

Apesar da complexidade teórica da técnica, a implementação é muito mais simples em termos matemáticos. Uma forma de aumentar a qualidade da simulação é dividir a simulação em dois grupos, um grupo de banda estreita e outro de banda larga, ou seja, para a modificação da malha usa-se a banda estreita, pois, a mesma possui várias restrições de

número de amostras e para a iluminação (mapa de normais) usa-se a banda larga, pois o processamento de fragmentos é muito mais eficiente do que o de vértices.

Os dados da simulação podem ser divididos em dados de inicialização estáticos e dados variáveis. Entre os dados de inicialização estáticos, pode-se ressaltar as amplitudes iniciais complexas no espaço da frequência ($\tilde{h}_0(k)$) e a dispersão $\omega(k)$ que podem ser armazenadas em texturas de ponto flutuante, separando as componentes reais e complexas nos canais r e g. O canal b pode ser usado para armazenar a dispersão. A Figura 24 mostra o procedimento de simulação.

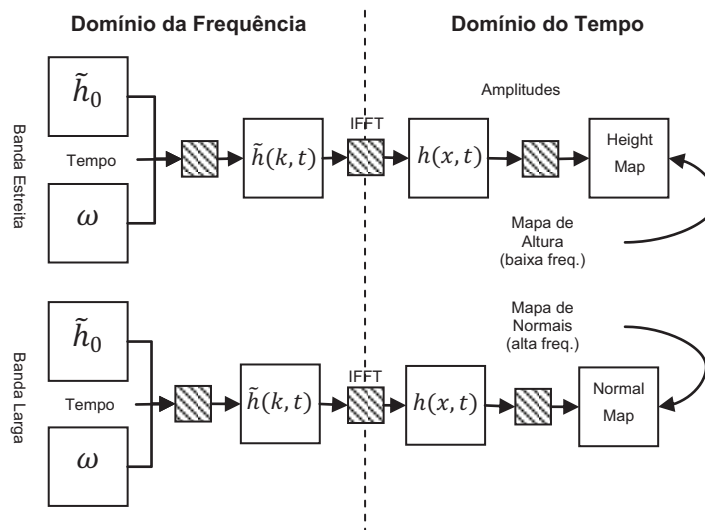


Figura 24: Simulação das Ondas com *IFFT*

Cada bloco achurado representa um *Kernel*, ou função de processamento. O primeiro bloco achurado do fluxo atualiza uma textura ou matriz de dados gerando as amplitudes no tempo específico no domínio da frequência. Após isso, aplica-se a *IFFT* para atualizar outra textura com as amplitudes no espaço do tempo. O Kernel da *IFFT* pode ser desenvolvido utilizando apenas os recursos do *Fragment Shader*, como sugere Mitchell (2005), no entanto, essa implementação, além de complexa e custosa, foge do objetivo deste trabalho.

Tendo os dados no espaço do tempo, pode-se acessar as informações para a utilização no processo de renderização final. A geração das demais informações (deslocamentos horizontais e normais) utiliza um processo análogo.

4.2.2. Perlin Noise

Outro ponto de vista da simulação empírica do oceano é considerar que o movimento oceânico é totalmente aleatório, contudo, ele deve ser contínuo. Efeitos randômicos que sejam contínuos e reproduzíveis podem ser obtidos utilizando a função noise introduzida por Ken Perlin (1985) nos anos 80. (Poizzer, 2000) trata da visualização do oceano utilizando Perlin Noise na CPU.

Para gerar o Perlin Noise é necessário o uso de ruído branco reproduzível, ou seja, o ruído pode ser acessado múltiplas vezes retornando o mesmo valor, para o mesmo dado de entrada. O Perlin noise é obtido interpolando esse ruído branco. O grande segredo está no interpolador, o qual pode tornar o ruído contínuo. O interpolador mais utilizado é o cosseno.

Analisando a função Noise, pode-se perceber que as propriedades dessa se assemelham com a das funções harmônicas. Na Figura 25 pode-se observar tais definições e as diferenças para as equivalentes harmônicas.

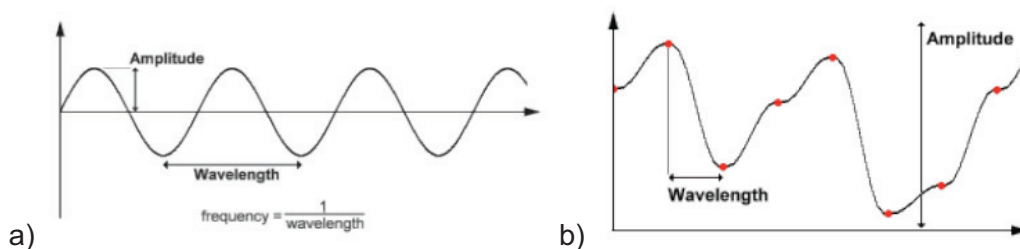


Figura 25: a) Função Harmônica b) Função Noise

Nota-se que os conceitos de comprimento de onda e amplitude são aplicáveis, contudo, há uma diferença na forma dos mesmos. O

comprimento de onda, que se relaciona com a frequência, é definido com a distância entre um pico e um vale, ou o inverso. De certa forma, esse parâmetro introduz um conceito de amostragem também. A amplitude é a distância entre o pico global e o vale global da função, ou seja, é a distância entre o mínimo e o máximo.

Dessa forma, tem-se um modelo de tipos de comportamento da função noise dependendo dos parâmetros de *Wavelength* e *Amplitude*. A Figura 26 mostra a função Noise 1D com diferentes oitavas. É notório que quanto maior a frequência, maior a trepidação da onda.

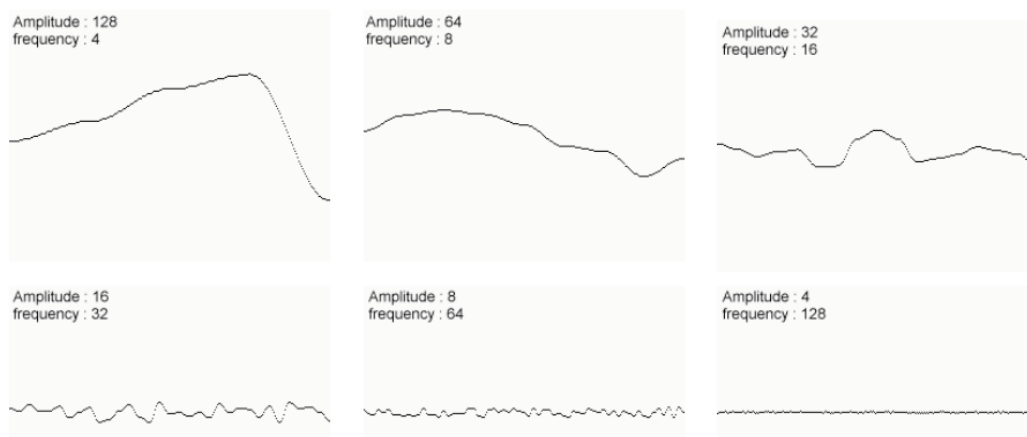


Figura 26: Oitavas da função Noise 1D

As funções noise 1D e 2D, fixas para uma determinada frequência (comprimento de onda), podem ser descritas como na Tabela 6 e Tabela 7, respectivamente.

Tabela 6: Função Noise 1D

```

1 double Noise1D(int x)
2 {
3     int x = (x<<13) ^ x;
4     return (1.0-((x*(x*x* 15731 + 789221) + 1376312589) & 7fffffff) /
1073741824.0);
5 }

```

Tabela 7: Função Noise 2D

```

double Noise2D(int x, int y)
2 {
3     int n = x + y * 57;
4     n = (n<<13) ^ n;
5     return (1.0-((n*(n* n * 15731 + 789221) + 1376312589) & 7fffffff) /
1073741824.0);
6 }

```

A função Noise básica, ou seja, com apenas uma harmônica⁶ não é muito atrativa para a simulação de oceano, contudo, se a mesma for combinada com várias camadas da função (diferentes harmônicas ou oitavas) um ruído fractal mais realístico é obtido. Sendo assim, a função de interesse é dada pela Equação 27, onde os α_i são os pesos atribuídos a cada oitava ou harmônica. Esses são responsáveis por regular o comportamento da função resultante, tornando-a mais ou menos turbulenta.

$$Noise(x) = \sum_{i=0}^{N_{octaves}} \alpha_i \cdot noise(2^i \cdot x)$$

Equação 27: Função Noise com múltiplas oitavas

A Figura 27.a mostra o efeito da soma das oitavas da Figura 26, a Figura 27.b mostra as oitavas da função Noise 2D e a Figura 27.c o resultado da soma da função Noise 2D.

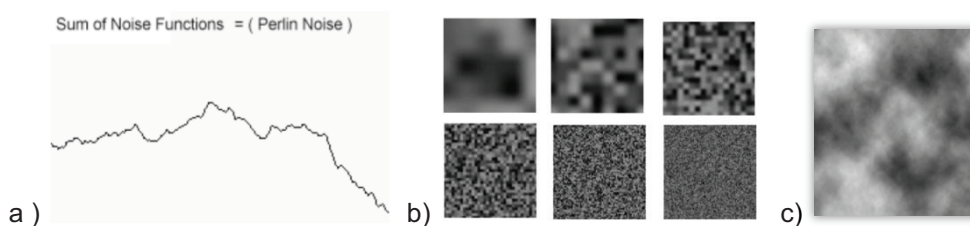


Figura 27: Soma da função Noise 1D e 2D

Observa-se que a especificação da função é feita no espaço da frequência, contudo os dados gerados estão no espaço do tempo.

⁶ O termo harmônica é usado apenas para indicar uma função Noise com um valor qualquer de amplitude e frequência.

Apesar da grande utilidade dessa função para produção de efeitos aleatórios (fogo, nuvem), ainda não existe tal função na placa gráfica para geração de números aleatórios, apesar de vários fabricantes estarem dispostos a desenvolvê-la. Uma alternativa é a criação de texturas seguindo as propriedades da função Noise, que possui a vantagem de ser independente de fabricante.

Utilizando essas texturas, é possível simular harmônicas aleatórias que possuirão transições suaves (normalmente interpolação cosseno ou cúbica da função noise) e trarão realismo para a simulação. Essas texturas são utilizadas como *displacement map* (mapa de elevação), sendo produzidas por harmônicas de grande amplitude e comprimento de onda, gerando uma variação na simulação de malha, ou como *normal map*, com harmônicas de pequena amplitude e comprimento de onda, para a iluminação. A especificação do que é grande ou pequeno, depende da escala de trabalho e do efeito visual produzido. Além disso, da mesma forma que a técnica de *FFT*, pode-se criar mapas de deslocamento horizontal utilizando mais passadas de noise.

Uma observação importante é que não é necessária a utilização da mesma técnica para o mapa de altura e para o mapa de normais. Pode-se utilizar uma simulação de mapas de altura com Gerstner e uma de mapas de normais com *FFT*, sendo necessária a utilização do espaço tangente da textura. Lembrando que o mapa de altura irá influenciar apenas nos deslocamento da malha, enquanto o mapa de normais será crucial para a iluminação. O grande inconveniente da técnica de *Perlin Noise* é que há muito pouco, ou nenhum, controle sobre onda, sendo possível apenas regular a agitação da mesma. Portanto, não há um controle baseado em um efeito físico, apenas um controle visual.

Dessa forma, finaliza-se a análise das técnicas de simulação de malha e segue-se com o estudo das técnicas de iluminação do oceano.