

2 Conceitos Básicos

Nesse capítulo serão explicados alguns conceitos relevantes para o trabalho: a função utilidade e suas propriedades e os conceitos de ativo livre de risco e índice de mercado.

2.1 Função Utilidade

Para encontrar a carteira mais adequada para um investidor é necessário entender a sua preferência dentre o conjunto de possíveis investimentos. Segundo Elton em (Elton *et al.*, 2006) uma forma de alcançar este objetivo é a criação de uma *função utilidade* U que capture a satisfação do investidor a um dado nível de riqueza. Dado um nível de riqueza W (pode ser pensado em quantidade de dinheiro), a utilidade $U(W)$ representa a satisfação do investidor por ter alcançado esta riqueza. Assuma que um investidor com função de utilidade U resolva construir uma carteira de investimentos C e que $P(w_i)$ seja a probabilidade desta carteira gerar uma riqueza w_i para um possível cenário i . Sendo assim, podemos calcular a utilidade esperada para a carteira C utilizando a fórmula abaixo:

$$E[C] = \sum_i U(w_i)P(w_i)$$

Para poder escolher a melhor carteira, é comum assumir que o investidor deseje aquela com maior utilidade esperada.

Existem algumas propriedades importantes sobre as funções utilidade. A primeira é que a função utilidade deve preferir mais riqueza do que menos, então a utilidade de $X + 1$ unidades de riqueza (e.g. real) é maior que de X unidades de riqueza. Isto implica em uma primeira derivada positiva da função utilidade.

A atitude do investidor em relação ao risco também está relacionada a uma propriedade da função utilidade. Um investidor pode ser avesso, neutro ou gostar de risco. A classificação do investidor pode ser definida considerando uma aposta justa. Aposta justa é um investimento que tem valor esperado igual ao custo. O investidor que rejeite uma aposta justa é avesso ao risco, deste modo a insatisfação da perda é maior que a satisfação de um ganho idêntico. Funções com esse comportamento têm a segunda derivada negativa. O inverso ocorre no caso de um investidor que aceite

uma aposta justa e nesse caso a segunda derivada é positiva. Para um investidor indiferente a risco a utilidade de dois investimentos que tenham o mesmo valor esperado é igual, logo a segunda derivada dessa função é zero (Elton *et al.*, 2006). A Tabela 2.1 apresenta as características da segunda propriedade diante do perfil do investidor.

Perfil	Comportamento	Implicação
Aversão ao risco	Rejeita a aposta justa	$U''(W) < 0$
Neutro ao risco	Indiferente a aposta justa	$U''(W) = 0$
Gosto por risco	Aceita a aposta justa	$U''(W) > 0$

Tabela 2.1: Resumo da segunda propriedade das funções utilidade

Existem outras propriedades da função utilidade que indicam como as preferências do investidor mudam com variações de riqueza (Elton *et al.*, 2006). Entretanto, estas características não serão discutidas aqui, porque não fazem parte do escopo desse trabalho.

2.2

Ativo Livre de Risco

Em teoria, um ativo livre de risco é um investimento que não tem risco, ou seja, o investidor sabe exatamente qual seria o valor recebido caso escolhesse investir. Um ativo livre de risco deve ter correlação próxima a zero com o mercado, fazendo com que ele sofra pouca ou nenhuma influência do mercado. Sendo assim, o ativo livre de risco pode ser utilizado para baixar gradativamente o risco da carteira, possibilitando um maior controle do risco durante o processo de seleção de carteiras.

No mercado brasileiro, o Certificado de Depósito Interbancário (CDI) e a poupança são as aproximações mais usadas de um ativo livre de risco. O CDI é um título emitido por instituições financeiras e lastreia as operações do mercado interbancário. Ele tem como função principal transferir recursos de uma instituição financeira para outra e tem o rendimento divulgado diariamente pela Câmara de Custódia e Liquidação (CETIP)¹. O CDI é amplamente utilizado pelo mercado brasileiro como ativo livre de risco e existem alguns trabalhos que atestaram que o mesmo é uma aproximação adequada (Rogers *et al.*, 2005), (Silveira, 2002).

Apesar do CDI ser um título negociado apenas por instituições financeiras existem diversos investimentos que tem rendimento similar ao CDI.

¹<http://www.cetip.com.br>

2.3

Índice de Mercado

Um índice de mercado nacional reflete o estado do mercado e pode ser utilizado para fazer comparações entre os diferentes momentos econômicos. O índice de mercado é composto por um conjunto representativo de ativos e a junção deles expõe o comportamento do mercado como um todo. O IBOVESPA², que é o índice de lucratividade das ações da Bolsa de Valores de São Paulo, é um importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. As ações integrantes da carteira teórica do Índice Bovespa respondem por mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro verificados no mercado à vista (lote-padrão) da BM&FBOVESPA.

²<http://www.bmfbovespa.com.br>