

## 7

### Resultados

Este capítulo apresenta uma aplicação dos modelos apresentados anteriormente. Para tanto, foram efetuadas duas etapas: primeiro, os modelos foram validados para uma opção indexada europeia. Isso é, a solução analítica de Johnson e Tian (2000) foi calculada e comparada com o método numérico do binomial estendido (com a carência igual à  $T$ ) e com uma simulação de Monte Carlo. A verificação da convergência dos métodos numéricos à solução analítica para o caso base foi verificada. Com isso foi possível verificar que os modelos propostos neste trabalho são consistentes.

Validados, os modelos binomial e binomial estendido podem ser então aplicados a casos mais realistas, onde o período de carência é inferior à expiração. A segunda etapa apresenta este cenário.

#### 7.1

##### Validação do modelo para opções europeias

Com o objetivo de verificar a consistência do modelo proposto para apreçar opções europeias, foi construído um caso base supondo os seguintes parâmetros:

Tabela 2 - Parâmetros do caso base – opção europeia

$\sigma_S$	20,0%	$S_0$	50	$\lambda$	1
$\sigma_I$	15,0%	$I_0$	30.000	$r$	10,0%
$\rho$	0,75	$q_I$	0%	$\omega$	0,0%
$q_S$	2,5%	$T$	10 anos		

Estes parâmetros serviram como base para calcular as seguintes variáveis:

Tabela 3 - Valores calculados

$\sigma_a$	13,23%	$H_0$	50
$\sigma_H$	15,00%	$\beta$	1
$\eta$	-0,025		

Nota:  $\sigma_a^2 = \sigma_S^2 \cdot (1 - \rho^2)$

### 7.1.1

#### Johnson-Tian (2000)

Este modelo apresentou os seguintes resultados para o caso base:

Tabela 4 - Solução analítica

Black, Scholes e Merton (1)	21,49
Johnson e Tian (2)	6,45
<b>(2)/(1)</b>	<b>30%</b>

Nota: BSM foi calculado supondo  $X=50$ .

Pelo fato de considerar o preço de exercício estocástico e filtrar o risco sistemático da opção, o valor da ESO indexada representa apenas 30% do valor Black e Scholes (1973) e Merton (1973). A diferença é relevante e dá a dimensão das imprecisões que podem ser geradas caso empresas com planos de opções indexados utilizem a metodologia equivocada no apuração.

### 7.1.2

#### Simulação de Monte Carlo

De modo a obter respaldo adicional, uma simulação de Monte Carlo foi efetuada. Para tanto, foram simulados os processos estocásticos de  $S_t$  e  $H_t$  para 1.000 trajetórias e os respectivos *payoffs* foram encontrados. Seguindo os supostos

de Johnson e Tian (2000),  $S_t$  e  $H_t$  seguem movimentos geométricos brownianos correlacionados.

Preço da ação: 
$$\frac{dS}{S} = (r - q_S)dt + \sigma_S dz_S \dots (54)$$

Ativo referência: 
$$\frac{dH}{H} = (r - q_S)dt + \rho\sigma_S dz_1 \dots (55)$$

### 7.1.2.1

#### Decomposição de Cholesky

A geração de  $dz_S$  e  $dz_1$  correlacionados foi feita pela decomposição de Cholesky. Este método funciona da seguinte maneira. Sejam  $z_{S,t}$  e  $z_{1,t}$  variáveis aleatórias independentes no tempo  $t$ . A geração de uma trajetória com correlação igual a  $\rho$  segue a seguinte regra:

$$z_{1,t}^\rho = \rho \cdot z_{S,t} + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot z_{1,t} \dots (56)$$

### 7.1.2.2

#### Equações de simulação

Geradas as variáveis aleatórias correlacionadas, o próximo passo é definir as equações de simulação. Aplicando o lema de Itô e integrando, chega-se à seguinte equação para  $S_t$ :

$$S_t = S_0 \cdot e^{\left[ \left( r - q_S - \frac{\sigma_S^2}{2} \right) \cdot (T-t) + \sigma_S \cdot z_{S,t} \cdot \sqrt{T-t} \right]} \dots (57)$$

Repetindo o procedimento para  $H_t$  chega-se a:

$$H_t = H_0 \cdot e^{\left[ \left( r - q_s - \frac{(\sigma_s \cdot \rho)^2}{2} \right) (T-t) + \rho \cdot \sigma_s \cdot z_{t,T}^{\rho} \cdot \sqrt{T-t} \right]} \dots (58)$$

O *payoff* na maturidade para a trajetória  $j$  é:

$$C_{T,j} = \max\{S_{T,j} - H_{T,j}, 0\} \dots (59)$$

A média aritmética destes *payoffs* é então descontada à taxa livre de risco  $r$ , de modo que o valor da opção é dado por:

$$C_t^{MC} = e^{-r \cdot t} \frac{\sum_{j=1}^M C_{T,j}}{M} = e^{-r \cdot t} \frac{\sum_{j=1}^M \max\{S_{T,j} - H_{T,j}, 0\}}{M} \dots (60)$$

### 7.1.2.3

#### Resultados

Conforme mencionado anteriormente, a opção indexada só tem valor na medida em que o retorno da ação superar o retorno do ativo referência. O gráfico a seguir mostra uma trajetória para os processos estocásticos  $S$  e  $H$ :



Figura 12 - Caminho possível para  $S$  e  $H$

A tabela a seguir resume a convergência das simulações efetuadas:

Tabela 5 - Convergência do método de Monte Carlo

<b>Iterações</b>	<b>MC</b>	<b>JT</b>	<b>Dif. %</b>
100	6,50	6,45	0,69%
500	6,46	6,45	0,15%
1.000	6,46	6,45	0,13%
5.000	6,45	6,45	0,03%
10.000	6,45	6,45	0,00%

A tabela anterior mostra que o método de Monte Carlo converge para a solução analítica de Johnson e Tian (2000). De modo a otimizar a eficiência computacional, foi feita uma análise da evolução da variância de acordo com o número de iterações efetuadas:

Tabela 6 - Evolução da variância

<b>Iterações</b>	<b>Média (1)</b>	<b>Desvio padrão (2)</b>
100	6,50	0,51
500	6,46	0,45
1.000	6,46	0,44
5.000	6,45	0,44
10.000	6,45	0,45

A partir de um determinado ponto não há ganho significativo na redução da variância, que permanece estável entre 0,44 e 0,45. Sendo assim, como caso base foi escolhido o valor de 6,46 obtido com 1.000 iterações.

O *payoff* no vencimento se distribuiu da seguinte maneira:

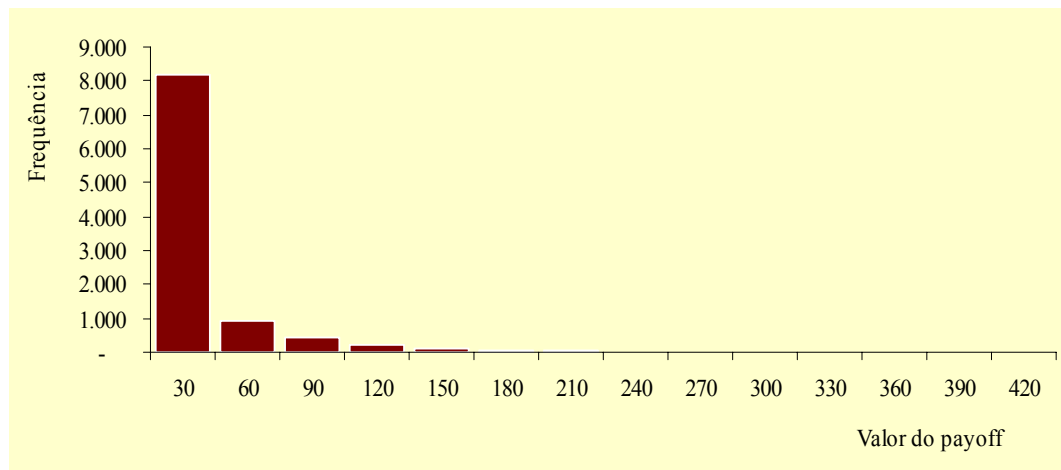


Figura 13 - Histograma dos *payoffs* no vencimento

Nota: Gráfico para 10.000 simulações.

O histograma a seguir apresenta a distribuição obtida para o valor da opção:

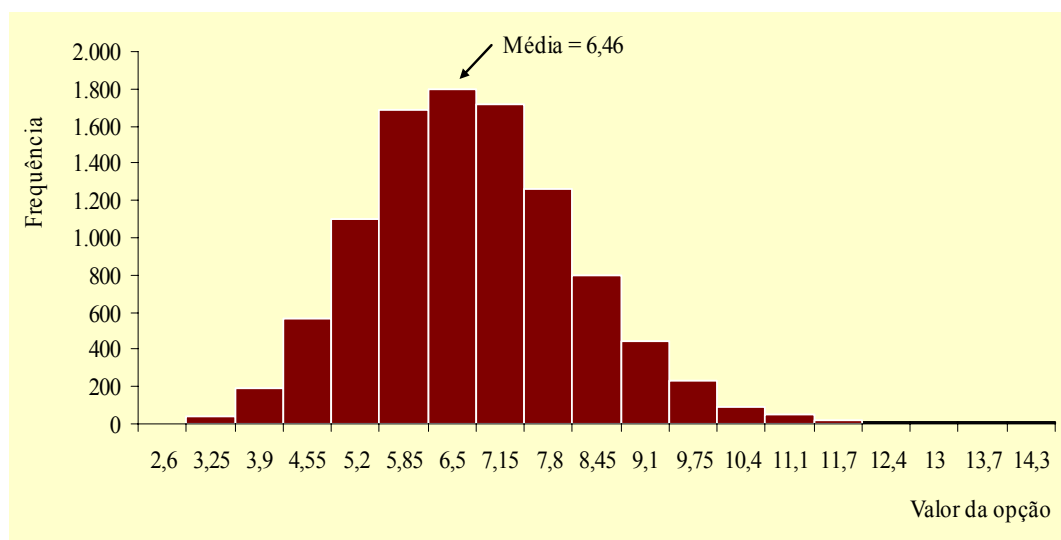


Figura 14 - Histograma obtido na simulação para o valor da opção

Nota: Gráfico para 10.000 simulações.

### 7.1.3

#### Modelo binomial indexado

Em relação ao modelo binomial indexado, os seguintes resultados foram obtidos:

Tabela 7 - Resultados do modelo binomial indexado

Passos	Binomial indexado	Johnson-Tian	Dif. %
10	6,29	6,45	2,53%
15	6,56	6,45	1,60%
20	6,37	6,45	1,26%
25	6,51	6,45	0,97%
30	6,40	6,45	0,84%
40	6,41	6,45	0,63%
50	6,42	6,45	0,50%
60	6,42	6,45	0,42%
70	6,43	6,45	0,36%
80	6,43	6,45	0,31%
90	6,43	6,45	0,28%
100	6,44	6,45	0,25%

Inicialmente, com 10 passos na árvore binomial, o resultado obtido de 6,29 apresenta uma diferença de 2,53% em relação ao valor da solução analítica de Johnson-Tian (2000). Com o aumento gradativo do número de passos (diminuição de  $\Delta t$ ), o valor apresentado pelo modelo binomial aproxima-se da solução analítica. Finalmente, com 100 passos, a diferença entre os modelos é de apenas 0,25%. Deste modo, o caso base escolhido refere-se ao modelo com 100 passos.

Tabela 8 - Comparação dos modelos

Modelo	Valor	Dif. %
Black, Scholes e Merton	21,49	n.a.
Johnson e Tian	6,45	n.a.
Binomial indexado	6,44	0,25%
Binomial indexado estendido	6,44	0,25%
Monte Carlo	6,46	0,01%

A diferença percentual apresentada refere-se ao modelo de Johnson e Tian (2000). Ainda que no método de Monte Carlo a diferença seja que apenas 0,01%, o modelo binomial indexado consegue bons resultados.

Apenas a título de observação, foi incluído na tabela acima o valor do modelo binomial estendido, de modo a mostrar que quando a opção é europeia, (i.e., quando o período de carência é igual à maturidade), o valor obtido é idêntico ao do modelo binomial indexado. Este resultado é esperado, já que como o executivo só pode exercer a ESO na maturidade, sua política individual de exercício não é relevante para a determinação do valor da opção. Não importa a necessidade pessoal de liquidez deste indivíduo: sua ESO só se transformará em fluxo de caixa quando  $t=T$ .

A figura a seguir mostra a convergência dos métodos binomiais à solução analítica e à simulação de Monte Carlo:

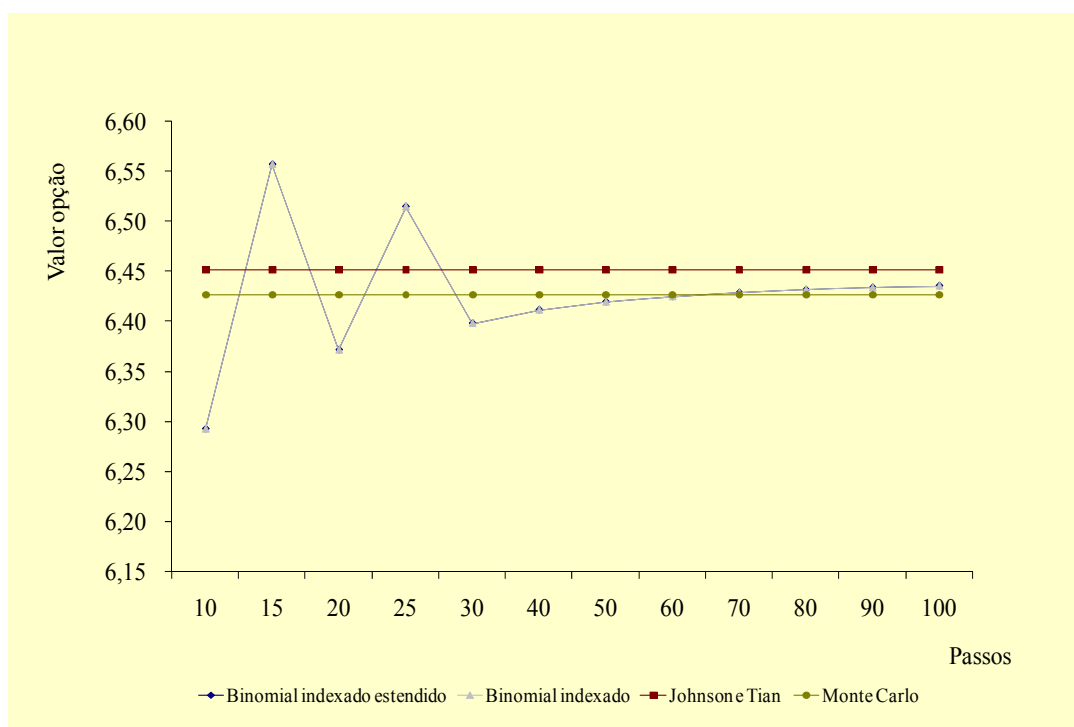


Figura 15 - Convergência dos métodos utilizados.

Conforme esperado, os modelos apresentados convergem, de modo que é possível ter maior respaldo em relação aos resultados obtidos. A próxima seção irá analisar os resultados para o caso mais realista de uma opção americana após o período de carência.



## 7.2

### Validação do modelo para opções americanas

A opção americana, por permitir o exercício ao longo da vida da opção, deve apresentar valor maior ou igual ao da opção européia, segundo a seguinte expressão:

$$\text{Valor opção americana} = \text{valor opção européia} + \text{prêmio de exercício}$$

Demonstra-se que se o *dividend yield* do ativo subjacente for positivo, como no caso aqui analisado, (i.e.  $q_s > 0$ ), então o exercício antecipado pode ser ótimo. Sendo assim, é de se esperar que o modelo binomial indexado e binomial indexado estendido apresentem valores superiores aos obtidos na seção anterior.

#### 7.2.1

##### Caso base

Tendo sido feita a validação dos modelos para opções européias, o próximo passo é modelar o caso mais geral de opções americanas. Para tanto, adicionalmente aos parâmetros da Tabela 2, as seguintes suposições foram feitas para a construção do caso base de ESOs americanas.

Tabela 9 - Parâmetros adicionais

carência	5 anos	$M$	1,5
$\omega$	1,5%		

Sendo o prazo total da opção de 10 anos, foi estipulada uma carência de 5 anos. O múltiplo ( $M$ ) igual a 1,5 define a política de exercício do executivo, no qual toda vez que o valor da ação atingir 1,5 vezes o valor do preço de exercício, a ESO será exercida. Ou seja, a meta subjetiva de retorno é de 50%. Por fim, uma taxa de cancelamentos de  $\omega$  considera que 1,5% das ESOs em aberto serão canceladas ou abandonadas a cada ano.

### 7.2.1.1

#### Opções européias

Ainda que esta seção vá tratar de opções americanas, as soluções analíticas das opções européias foram calculadas de modo a servirem de referência para o cálculo do prêmio pelo exercício antecipado. Os modelos Black e Scholes (1973) e Merton (1973) e Johnson e Tian (2000) foram ajustados para considerar a taxa de cancelamentos ( $\omega$ ). Por serem européias, não foram feitos ajustes de modo a considerar o múltiplo ( $M$ ). As expressões finais são:

$$\text{BSM:} \quad C_t^{BSM} = (1 - \omega)^\tau \cdot [S_t \cdot e^{-qs\tau} \cdot N(d_1^{BSM}) - X \cdot e^{-r\tau} \cdot N(d_2^{BSM})] \dots (61)$$

$$\text{Johnson e Tian:} \quad C_t^{JT} = (1 - \omega)^\tau \cdot e^{-qs\tau} [S_t \cdot N(d_1^{JT}) - H_t \cdot N(d_2^{JT})] \dots (62)$$

Cabe mencionar que não foi efetuada a simulação de Monte de Carlo para ESOs americanas, pelo fato da simulação de derivativos americanos ser bem mais complexa que o caso europeu. Como o objetivo do presente trabalho é o de propor um método simples para apreçar ESOs indexadas que passam a ser americanas ao fim da carência, o foco será no modelo binomial.

### 7.2.1.2

#### Resultados

A tabela a seguir apresenta os resultados para o caso base:

Tabela 10 - Comparação dos modelos (americanas)

Modelo	Valor	Prêmio	Dif. % - Prêmio
Binomial indexado estendido	6,32	0,77	-
Binomial indexado	6,36	0,81	5%
Johnson e Tian (europeia)	5,55	-	-

De acordo com o esperado, tanto o valor do modelo binomial indexado, quanto o obtido com o binomial indexado estendido são superiores ao da opção européia. O ganho por possuir uma opção americana exercível após 5 anos pode chegar a 0,81. No entanto, conforme mostrado pelo modelo estendido, caso o

executivo possua necessidades de liquidez pessoal de tal forma que o exercício seja feito cada vez que o valor da ação atingir 1,5 vezes o valor do preço de exercício, então o ganho é reduzido para 0,77. Ou seja, há um sacrifício do valor no tempo da opção. Este resultado é consistente com a literatura de ESOs revisada anteriormente. Em relação ao prêmio de exercício, a Tabela 10 mostra que caso não haja necessidade pessoal de liquidez, o prêmio obtido é 5% maior. O exercício antecipado, através do múltiplo  $M$ , causa bastante impacto no valor da ESO. Este ponto será analisado com maior detalhe mais adiante no trabalho.

### 7.2.1.3

#### Convergência

A figura a seguir apresenta a convergência dos modelos propostos:

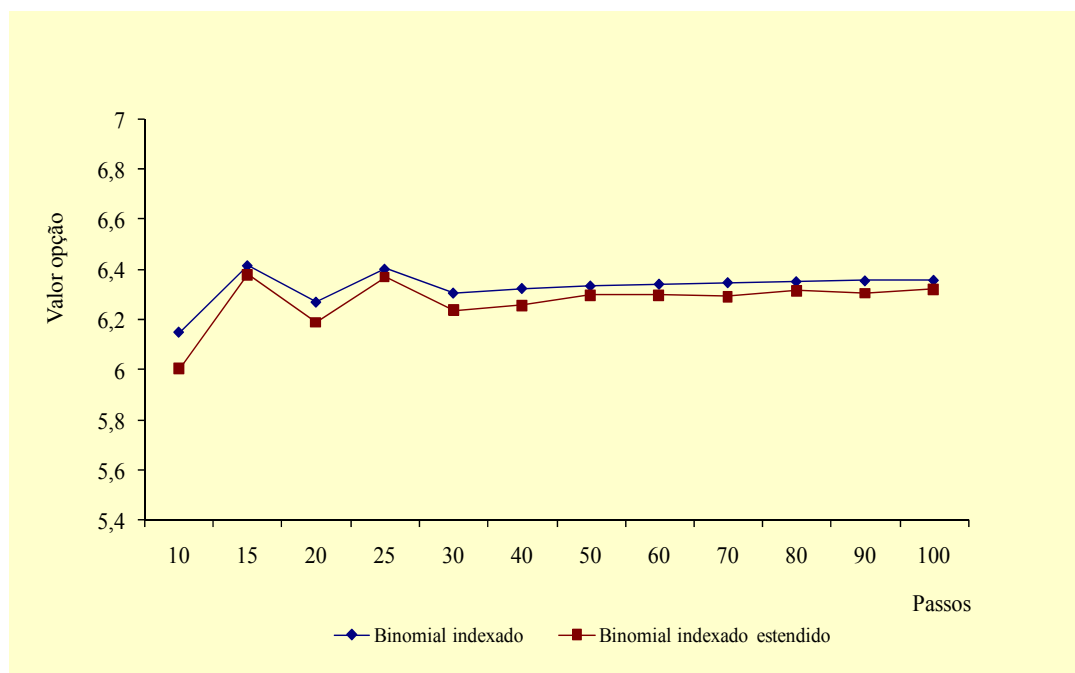


Figura 16 - Convergência do modelo binomial indexado estendido

O modelo binomial indexado está situado acima do estendido por possuir uma política de exercício ótima, enquanto no modelo estendido a política é determinada pelo múltiplo. É possível ver que após 60 passos o resultado apresentado por ambos os modelos já é razoavelmente próximo ao do caso base

(de 100 passos). Pode-se ver ainda que o padrão de convergência dos modelos é semelhante.

#### 7.2.1.4 Valor no tempo das opções

A figura a seguir mostra o valor dos modelos analisados para diferentes preços do ativo base:

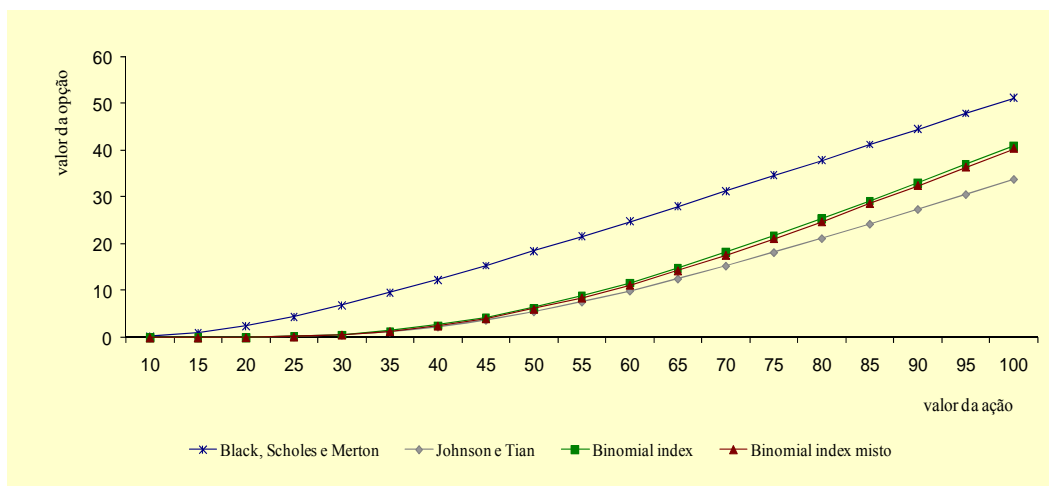


Figura 17 - Valor da opção para diferentes preços da ação (caso base)

Conforme esperado, o valor do modelo Black e Scholes (1973) e Merton (1973) é superior aos modelos propostos neste trabalho. Tendo em vista que as curvas foram geradas para o caso base (onde  $X = H_t = 50$ ), é interessante perceber que quando a opção está aproximadamente *at the money*, na faixa de valor para o preço da ação entre 40 e 60, os valores dos modelos de Johnson e Tian (2000), binomial indexado e binomial indexado estendido são aproximadamente iguais. Na medida em que o preço da ação cresce e, portanto a ESO torna-se cada vez mais *in the money*, os valores dos modelos binomiais se descolam da solução analítica – justamente porque o prêmio para o exercício antecipado é cada vez maior.

### 7.2.2

#### Curva de gatilho

Conforme mencionado anteriormente, o modelo binomial indexado estendido caracteriza-se por incorporar na avaliação a política de exercício sub-ótima de funcionários e executivos. O modelo binomial indexado, no entanto, apresenta política de exercício ótima. De modo a evidenciar esta política, foi construída uma curva de gatilho aproximada para o caso base.

Para construir a curva foi verificado na árvore para cada período o primeiro nó onde havia exercício. Para estes nós foi observado então qual o valor correspondente na árvore dos numerários. A curva de gatilho aproximada para o caso base é apresentada a seguir:

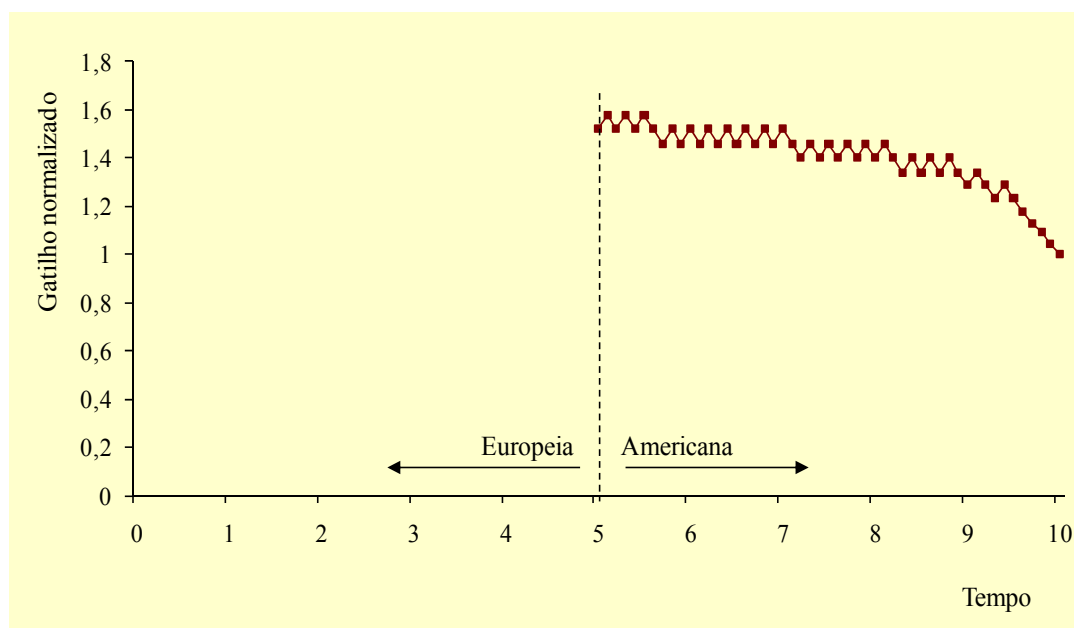


Figura 18 - Curva de gatilho normalizado para o modelo binomial indexado (carência = 5 anos)

A curva de gatilho apresentada na figura anterior oscila devido a discretização do método binomial. Com o aumento no número de passos, esta curva se suavizaria cada vez mais. Uma curva contínua seria obtida por meio de uma solução analítica ou simulação de Monte Carlo. O importante da figura, no entanto, é a tendência geral de queda da curva de gatilho conforme a política de exercício ótima do modelo binomial indexado. Tendo em vista que no caso base a

opção torna-se exercível apenas a partir do quinto ano (pois a carência é igual a 5 anos), a curva de gatilho só existe entre quinto e o décimo ano.

A seguir, a título de ilustração, é apresentada a curva de gatilho caso o período de carência da ESO fosse igual a zero.

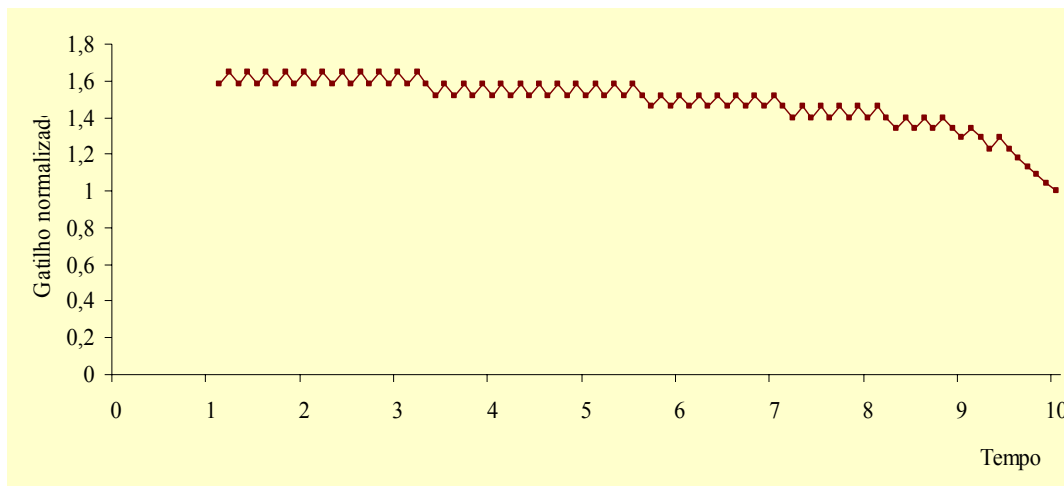


Figura 19 - Curva de gatilho normalizado para o modelo binomial indexado (carência = zero)

A curva de gatilho no caso de a ESO ser totalmente americana tem forma similar à apresentada na Figura 18. Cabe ressaltar que a política ótima de exercício desta opção permite o exercício apenas a partir do primeiro ano (não há gatilho antes deste período). Esta característica pode ser interpretada da seguinte maneira: como no início da outorga há pouca informação, a política ótima determina que não haja exercício em nenhum dos possíveis preços, para que não haja sacrifício do valor no tempo da opção.

### 7.2.2.1

#### Políticas de exercício

A seção anterior mostrou que o gatilho normalizado possui valor máximo de aproximadamente 1,6 no início da vida da opção. Tendo em vista que o caso base para o modelo binomial indexado estendido foi construído com um múltiplo de  $M=1,5$  (vide Tabela 9), fica evidente a política de exercício sub-ótima deste modelo:

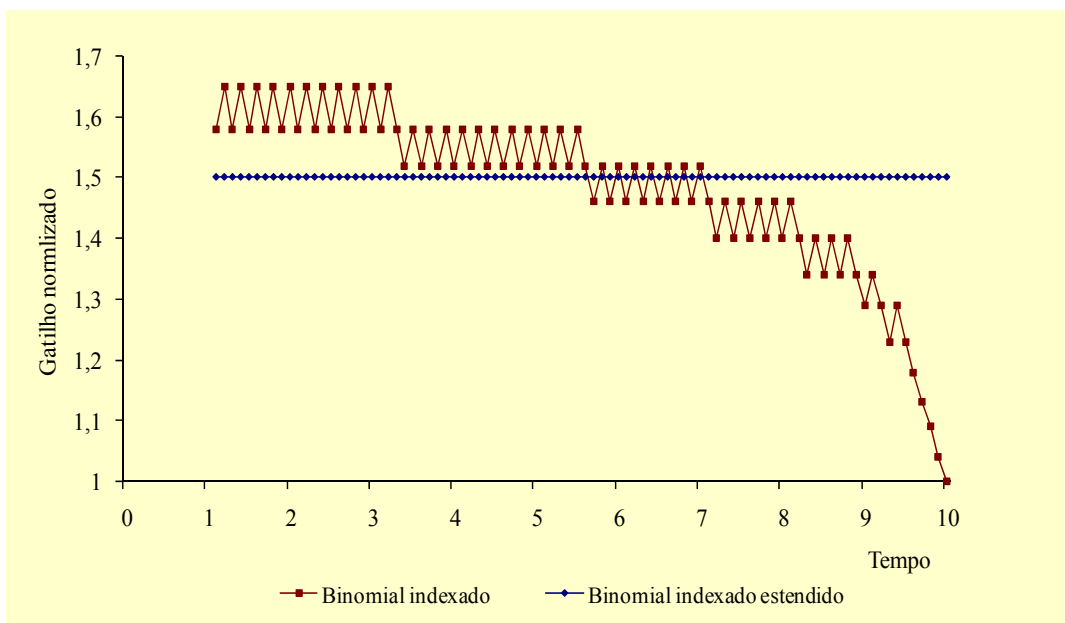


Figura 20 - Comparação das políticas de exercício

A figura acima mostra o sacrifício de valor imposto pela política sub-ótima de exercício do modelo binomial indexado estendido (se o preço spot da ação estiver entre o múltiplo e o gatilho):

- i. Se o múltiplo estiver abaixo da curva de gatilho: o executivo irá exercer a ESO quando o eficiente seria mantê-la;
- ii. Se o múltiplo estiver acima da curva de gatilho: o executivo irá manter a opção quando o ótimo seria exercê-la.

### 7.2.3

#### Análise de sensibilidade nos parâmetros

Os resultados para o caso base fornecem idéias interessantes acerca do comportamento de ESOs indexadas. O objetivo agora é mostrar uma análise de sensibilidade nos principais parâmetros de modo a observar o comportamento dos modelos frente a diferentes *inputs*. Esta análise é de suma importância, pois quando implementado na prática, a estimativa dos parâmetros está sujeita a imprecisões e inconsistência de dados. Desta forma, entender a maneira como o valor fornecido pelos modelos reage a tais variações é importante.

### 7.2.3.1

#### Múltiplo ( $M$ )

Pelo fato de definir a política de exercício da ESO, este parâmetro pode ser considerado um dos mais importantes. A figura a seguir apresenta a evolução no valor do modelo binomial indexado estendido (no caso base) para diferentes valores de  $M$ .

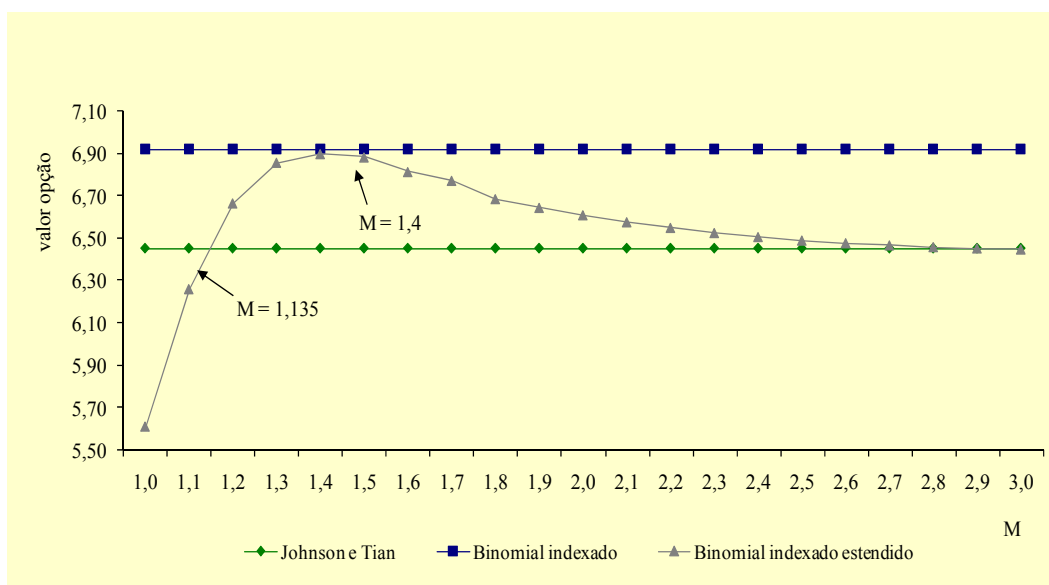


Figura 21 - Convergência da opção com  $M$  ( $\omega=0\%$ )

Para  $M < 1,135$  o valor do modelo binomial estendido é inferior ao da opção européia. Este resultado, a princípio surpreendente, pode ser interpretado da seguinte forma: para múltiplos muito pequenos, a opção é imediatamente exercida (logo após o fim do período de carência), e quase todo seu valor intertemporal é sacrificado. Com isso, seu valor é inferior ao da opção européia. À medida que  $M$  sobe e a ESO é mantida “viva” por mais tempo, existe um múltiplo que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido. Com todos os parâmetros do caso base inalterados (a exceção de  $\omega$  que nesse caso é igual a zero), o  $M$  que maximiza o valor da opção é igual a 1,4. Neste ponto o modelo binomial indexado estendido converge para o modelo binomial indexado. Este resultado é intuitivo: no ponto de máximo, os modelos são equivalentes; i.e., a política de exercício ótima é a mesma. Finalmente, para  $M > 1,4$  é possível ver que o modelo binomial indexado estendido converge gradativamente para a solução analítica de Johnson



e Tian (2000). Este fato é também consistente, já que na medida em que o executivo, por ter menor necessidade de liquidez, demanda um retorno maior para que o exercício valha a pena (maiores  $M$ 's), a opção é mantida “viva” por muito mais tempo. No limite, quando  $M$  tende a infinito, o valor desta opção convergirá para o da opção européia.

Em suma, o valor do modelo binomial indexado estendido é intermediário entre os modelos de Johnson e Tian (2000) e binomial indexado. Este fato é de extrema importância, pois mostra a consistência interna dos modelos. Ainda, na eventualidade de um erro na estimativa de  $M$ , o valor encontrado residiria entre 6,45 e 6,92, um range de apenas 0,47, o que reduz as imprecisões de uma estimativa equivocada.

Para o caso base ( $\omega = 1,5\%$ ), o modelo binomial indexado tem valor de 6,36 e a solução européia resulta em 5,55. O range aumenta ligeiramente para 0,81. O múltiplo  $M$  que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido é o mesmo (1,4). A figura abaixo mostra a tendência do caso base:

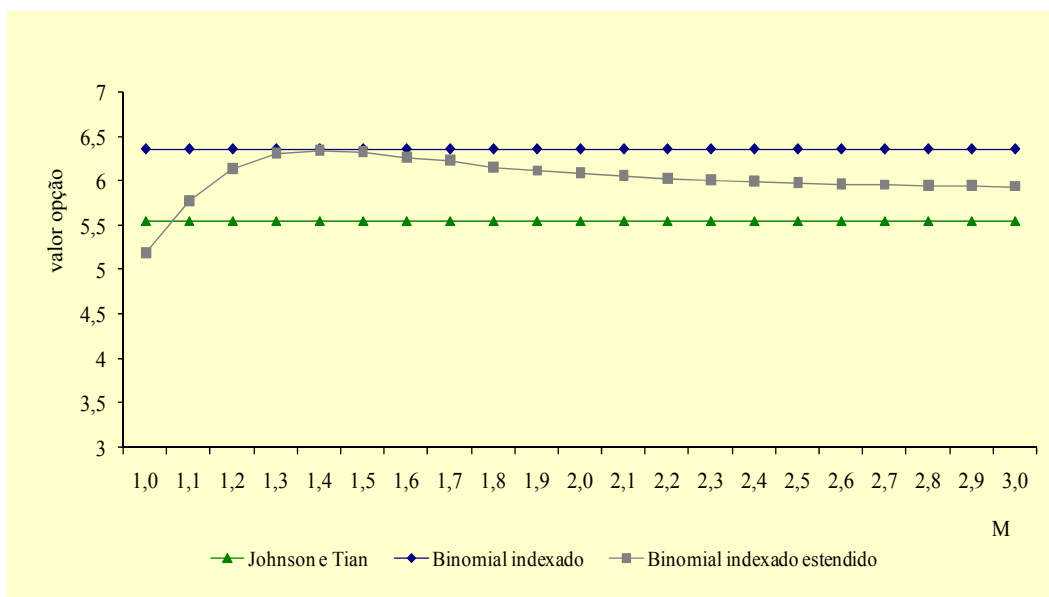


Figura 22 - Convergência da opção com  $M$  (caso base,  $\omega=1,5\%$ )

Quando a taxa de cancelamentos é maior que zero o valor do modelo estendido converge para um valor maior que o da opção européia, pois conforme expresso no segundo termo da fórmula (47), a cada período existe um percentual de opções que serão canceladas e, portanto exercidas. A fórmula de Johnson e

Tian (2000) não captura esse evento (pois considera uma opção européia – apenas o percentual de opções canceladas e não exercidas).

É importante mostrar que esta convergência não se restringe ao caso base. A figura a seguir mostra a convergência para diferentes múltiplos:

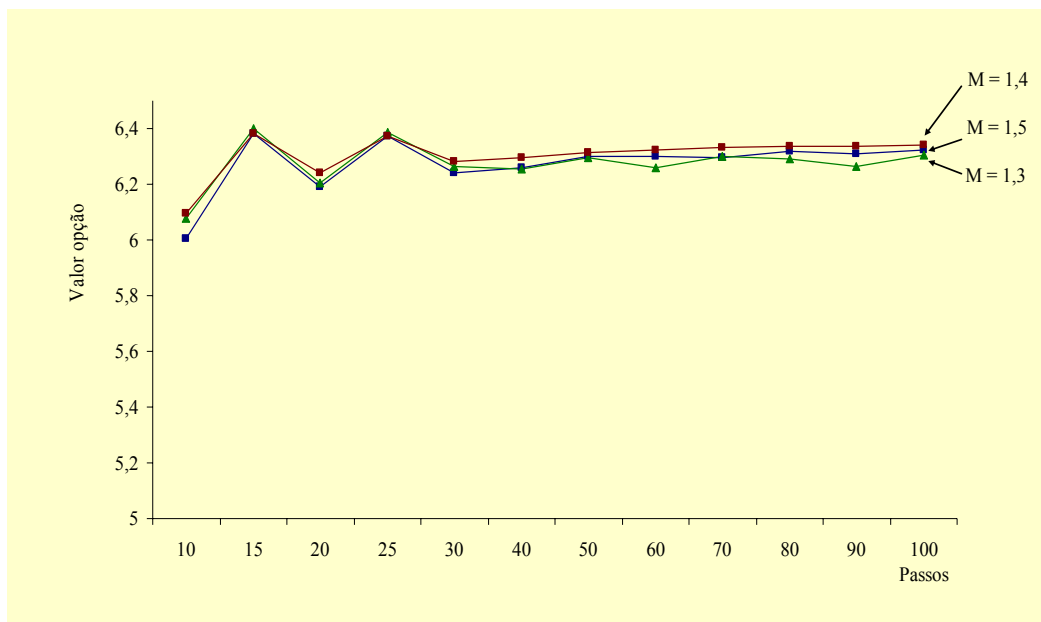


Figura 23 - Convergência para diferentes valores de M

Como esperado, o valor de  $M$  que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido é o valor de 1,4 encontrado na Figura 21. Neste valor, os modelos são praticamente equivalentes, inclusive no que concerne a tendência de convergência. Para múltiplos acima ou abaixo de 1,4 o valor do modelo binomial indexado estendido é menor (em linha com o resultado obtido na Figura 21).

### 7.2.3.2

#### Taxa de cancelamentos ( $\omega$ )

O efeito do aumento na taxa de cancelamentos das ESOs é absorvido de maneira semelhante nos modelos analisados.

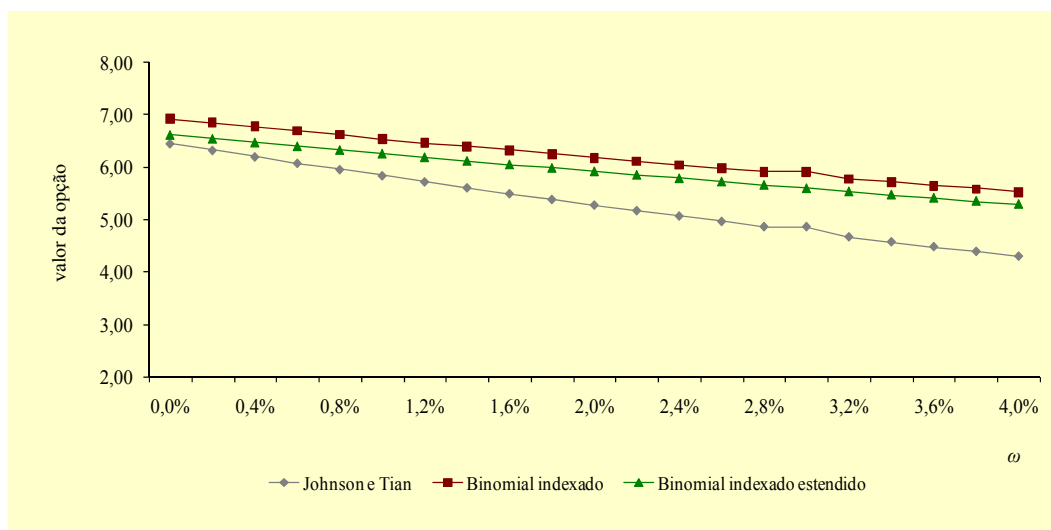


Figura 24 - Efeito do aumento da taxa de cancelamentos no valor das ESOs

Conforme dito na seção anterior, por considerar o efeito do exercício de uma parcela das opções (*in the money* e após o período de carência) no momento do cancelamento, os modelos binomial indexado e binomial indexado estendido são menos afetados pelo aumento no valor deste parâmetro.

### 7.2.3.3

#### Período de carência ( $v$ )

Por ser uma das principais particularidades de ESOs, o impacto da extensão do período de carência deve ser cuidadosamente analisado. A figura abaixo apresenta a evolução no valor dos modelos para diferentes carências:

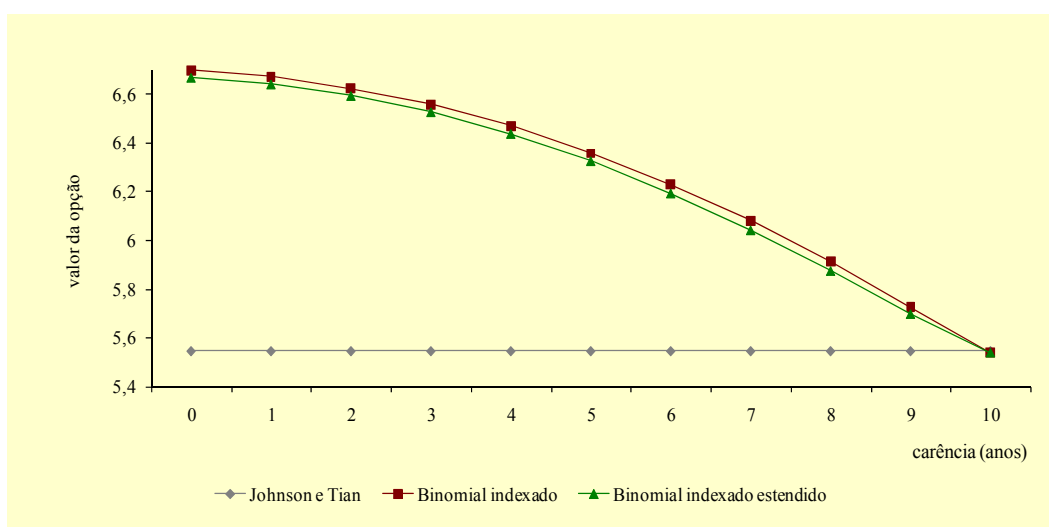


Figura 25 - Efeito da carência no valor das ESOs

Observação: Figura construída com parâmetros do caso base (exceto carência).

De acordo com o esperado, quando a carência é igual a 10 anos, o valor dos três modelos é o mesmo, pois isso é equivalente a fazer com que a ESO passe a ser européia. Cabe ressaltar que com o aumento da carência o valor do prêmio por exercício antecipado diminui gradativamente, já que a proporção da maturidade em que a ESO é exercível fica cada vez menor. Ainda, é interessante perceber que esta diminuição não é linear, tornando-se mais intensa à medida que a carência aumenta.

#### 7.2.3.4

#### Correlação ( $\rho$ )

O princípio por trás das ESOs indexadas é o de remunerar o executivo apenas pelo retorno gerado acima do índice de referência. Neste sentido, é de se esperar que quanto maior a correlação das ações da empresa com o índice, menor é o valor desta opção, i.e. fica cada vez mais difícil para as ações superarem o índice. Este efeito é bem observado a seguir:

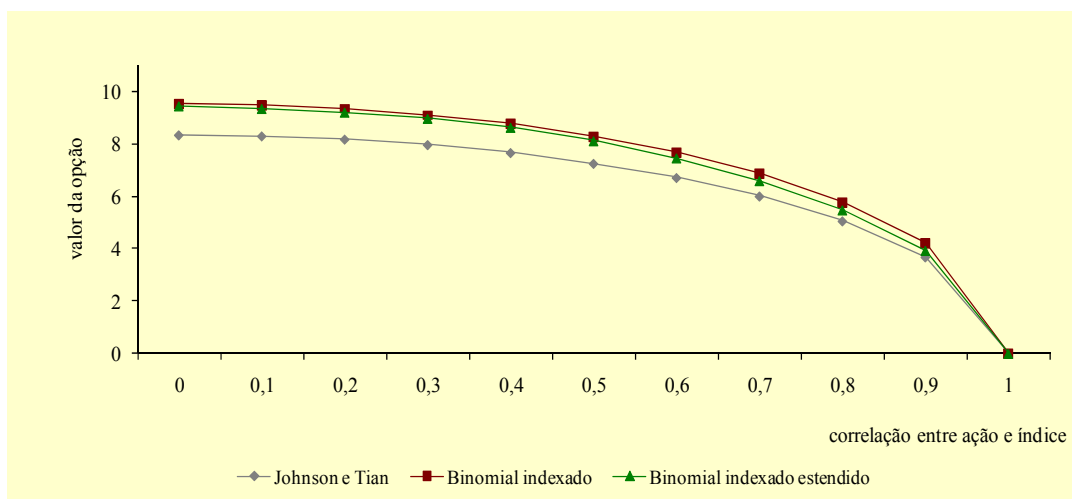


Figura 26 - Efeito da correlação entre a ação e o índice

Em caso de correlação perfeita entre a ação e o índice, o valor da opção indexada é nulo. Este resultado é consistente com o fato de o valor de uma ESO indexada ser dado pela diferença de desempenho entre a ação e o índice. Se ambos possuem trajetória idêntica, esta opção de nada valerá para o executivo.

É evidente que a escolha de índices negativamente correlacionados com a ação gerariam ESOs mais valiosas. O ponto aqui, no entanto, se refere aos incentivos gerados por tal contrato: se a remuneração do executivo for negativamente correlacionada com o desempenho do mercado, haverá incentivo à aceitação de projetos extremamente arriscados e que não necessariamente gerariam valor à firma. Considerando que na média os retornos históricos do mercado são positivos, a escolha de um índice negativamente correlacionado pode gerar incentivos tais que o retorno médio da firma no longo prazo seja negativo. Certamente tal contrato não maximizaria a renda dos acionistas, não sendo ótimo do ponto de vista do problema da agência.

A figura a seguir ilustra o comportamento da variância total para diferentes níveis de correlação:

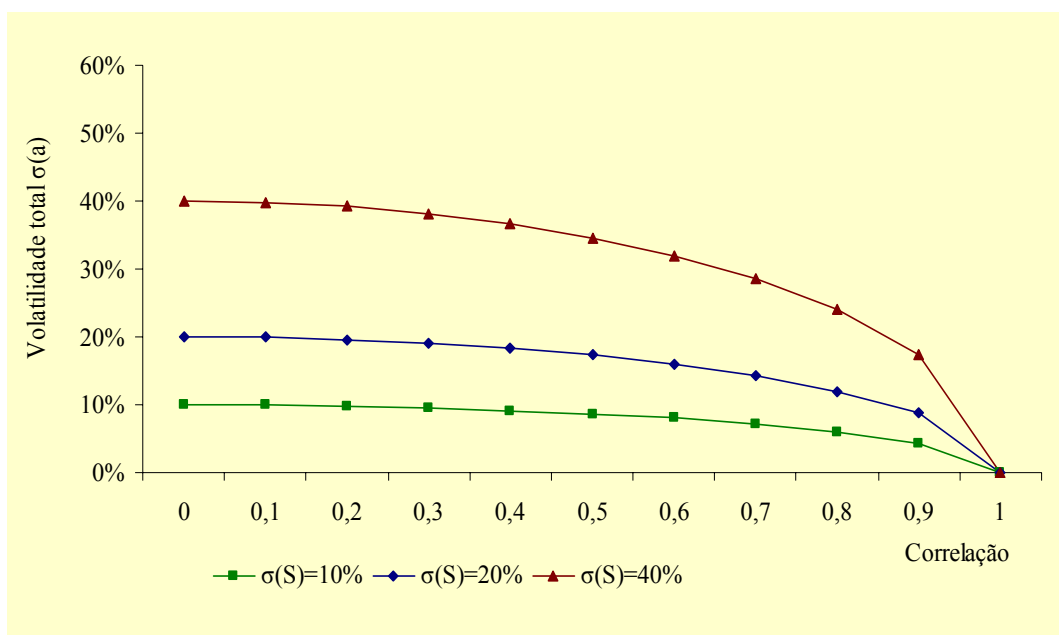


Figura 27 - Volatilidade total como função da volatilidade do índice

Para altos níveis de variância da ação o aumento da correlação gera uma queda mais acentuada da volatilidade total. Por outro lado, para níveis baixos de volatilidade da ação o aumento da correlação gera uma queda mais modesta na volatilidade total, e, portanto no valor da opção.

Ainda, a figura deixa claro que quanto menor a correlação, maior a volatilidade total, e, portanto, maior o valor da ESO, *ceteris paribus* – isto porque quanto menor a correlação, menor é a parcela do risco sistemático que está sendo filtrada do valor da opção. Este ponto será verificado empiricamente no estudo de caso do Capítulo 0.

### 7.2.3.5

#### Lambda ( $\lambda$ )

Este parâmetro, que define o *moneyness* da opção, é um dos *inputs* que mais afeta o valor. Para se ter uma idéia do mecanismo pelo qual o preço de exercício é ajustado quando  $\lambda$  varia, a tabela a seguir foi construída com base na equação (30):

Tabela 11 - Preços de exercício

Lambda	H(t)	Dif. %	Condição
0,1	5	-	<i>in the money</i>
0,5	25	400%	
1 (caso base)	50	100%	<i>at the money</i>
1,5	75	50%	<i>out of the money</i>
2	100	33%	

A Tabela 11 mostra que o aumento percentual em lambda gera um acréscimo percentual idêntico no preço de exercício,  $H(t)$ . Ainda, para maiores valores de  $\lambda$ , o aumento marginal em  $H(t)$  é cada vez menor. Este efeito é visualizado a seguir:

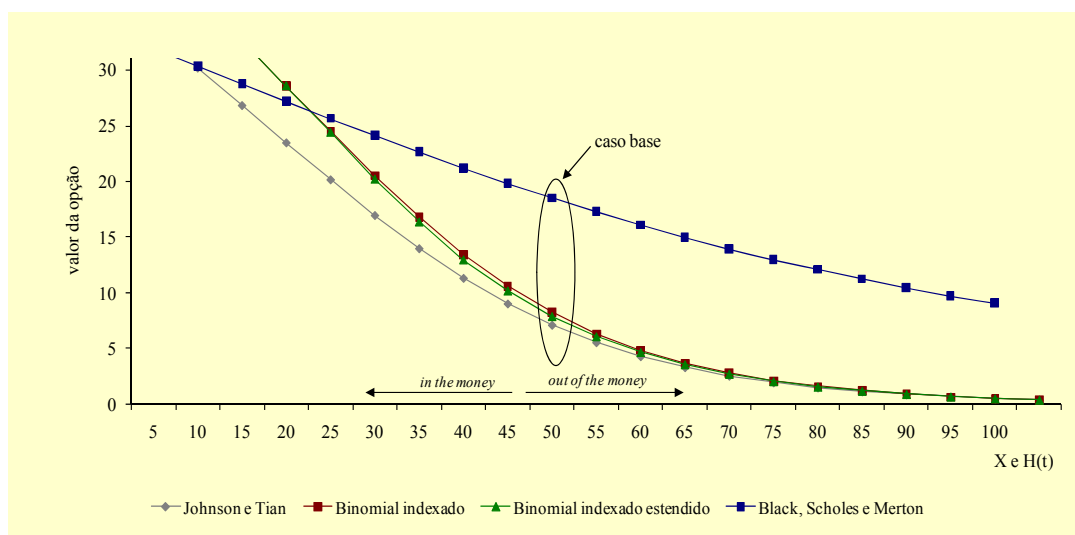


Figura 28 - Valor da opção para diferentes lambdas

A trajetória do modelo Black e Scholes (1973) e Merton (1973) foi colocada apenas como referência. No caso das opções indexadas, quando estão *in the money*, o aumento em lambda (e por conseguinte no preço de exercício) gera uma queda mais drástica no valor do que quando a mesma está *out of the money*. Este fenômeno se deve ao fato de que a opção indexada só possui valor na medida em que o retorno da empresa for maior que o retorno do índice. Quando a ESO está *out of the money*, o executivo terá primeiro que desempenhar melhor que o índice para que a ESO volte a estar *at the money*. Depois, um esforço adicional terá que ser feito para que a opção fique *in the money*. Por outro lado, para que uma ESO com preço de exercício fixo fique *in the money*, basta que o preço das

ações da empresa cresça de forma absoluta. Isto pode ser visto pela trajetória praticamente linear na queda do valor do modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973), representando que muito menos valor foi perdido com o aumento no preço de exercício.

## 7.2.4

### Incentivos

O último tópico deste capítulo diz respeito aos incentivos gerados por ESOs indexadas. Quanto mais fortes forem os incentivos, mais eficiente será o plano de opção no que concerne o problema entre agente e principal. De modo a medir os incentivos implícitos em cada modelo, será feita uma análise das derivadas parciais em relação ao preço da opção (conhecido como o “delta hedge” da opção).

Para o modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973), esta métrica é dada por:

$$\frac{\partial C_t^{BSM}}{\partial S_t} = N(d_1^{BSM}) > 0 \dots (63)$$

Para o modelo de Johnson e Tian (2000), o delta é expresso por:

$$\frac{\partial C_t^{JT}}{\partial S_t} = e^{-q_s \tau} \cdot N(d_1^{JT}) > 0 \dots (64)$$

Para o modelo binomial indexado e binomial indexado estendido, o delta é obtido numericamente através da seguinte expressão:

$$\Delta^{BI}, \Delta^{BIM} = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d} > 0 \dots (65)$$



A figura a seguir apresenta os deltas para diferentes valores de  $S_t$ :

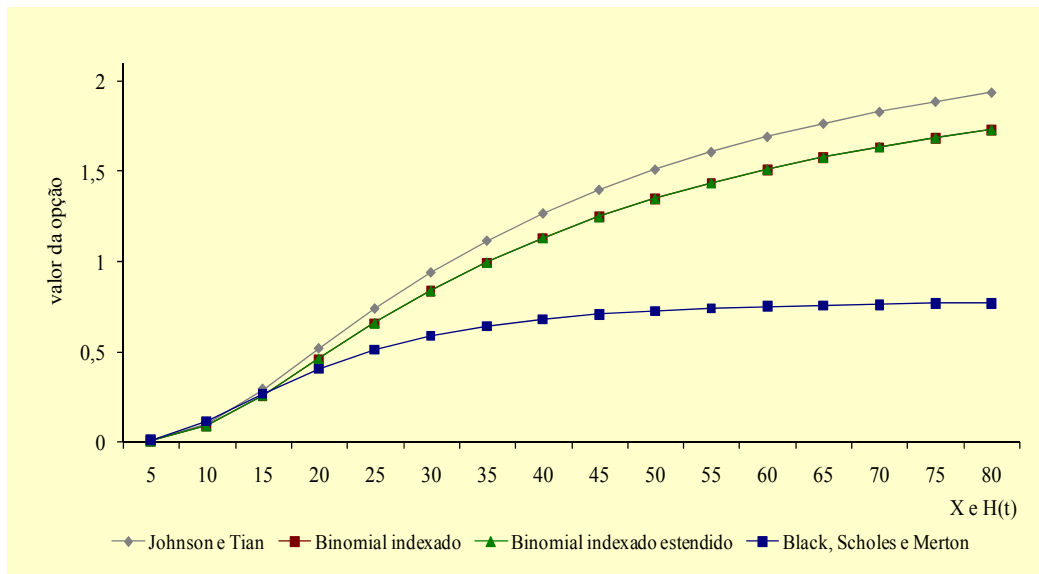


Figura 29 - Delta hedge dos modelos

Observação: Tendo em vista que o valor das opções indexadas é menor que o BSM, os deltas da opção indexada foram ajustados por um fator de modo a equalizar o valor total outorgado na data-base.

O único caso em que uma ESO com preço de exercício fixo apresenta incentivos mais fortes é quando a opção está muito *out of the money* (vide figura para o preço da ação de 5 a 10): neste caso, será muito mais difícil para o titular de uma ESO indexada tornar sua opção exercível. A partir de um preço de 10, no entanto, as opções indexadas fornecem incentivos muito mais poderosos. Estes resultados são consistentes com o debate entre retorno absoluto e relativo apresentado na seção 6.1.