# 1
# Introdução

Neste trabalho, consideraremos curvas simples fechadas que limitam regiões convexas do plano, ou simplesmente *ovais*, e estudaremos algumas desigualdades isoperimétricas afins associadas a esta classe de curvas.

A primeira desigualdade, e também a menos conhecida, é a desigualdade de Blaschke, a ser demonstrada no capítulo 3, que afirma,

*Denotando por $\Delta$ a maior área de algum triângulo inscrito em uma oval $\mathcal{C}$, de área $S$, temos que*

$$\frac{\Delta}{S} \geq \frac{3\sqrt{3}}{4}, \tag{1-1}$$

*com a igualdade valendo apenas no caso de $\mathcal{C}$ ser uma elipse.*

Em sequência, estudaremos outras duas desigualdades isoperimétricas afins, envolvendo conceitos da geometria diferencial afim de curvas planas. Estes conceitos de geometria diferencial serão definidos e estudados no capítulo 2. Uma destas desigualdades, que será demonstrada no capítulo 4, afirma,

*Denotando por $L_a$ o comprimento afim de uma oval $\mathcal{C}$, de área $S$,*

$$\frac{L_a^3}{S} \leq 8\pi^2, \tag{1-2}$$

*com igualdade somente no caso de $\mathcal{C}$ ser uma elipse.*

A última desigualdade isoperimétrica afim que estudaremos será demonstrada no capítulo 5, como um corolário da desigualdade de Minkowski. A maior parte do capítulo 5 consiste na demonstração da desigualdade de Minkowski e na definição de áreas mistas, elemento fundamental na demonstração das desigualdades deste capítulo. Assim, a desigualdade isoperimétrica afim, tratada neste capítulo, afirma, *Denotando por $\mu$ a curvatura afim e por $ds$ o comprimento de arco afim de uma oval $\mathcal{C}$, de área $S$,*

$$\int_{\mathcal{C}} \mu \, ds \leq \frac{L_a^2}{2S}, \tag{1-3}$$

*com igualdade apenas no caso de $\mathcal{C}$ ser uma elipse.*

Um outro corolário da desigualdade de Minkowski é a desigualdade isoperimétrica clássica. Esta desigualdade, apesar de não ser afim, decorre de forma simples da desigualdade de Minkowski.

*Denotando por $L$ o comprimento euclideano da oval $\mathcal{C}$ e por $S$ a área da região limitada por $\mathcal{C}$,*

$$\frac{L^2}{S} \geq 4\pi, \tag{1-4}$$

*com a igualdade valendo apenas quando $\mathcal{C}$ for um círculo.*