



Silhuetas de Superfícies no \mathbb{R}^4

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Sinésio Pesco
Co-Orientador: Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Rio de Janeiro
Setembro de 2011



Silhuetas de Superfícies no \mathbb{R}^4

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Sinésio Pesco

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Co-Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Marcos de Oliveira Lage Ferreira

Instituto de Computação – UFF

Prof. Dirce Uesu Pesco

Instituto de Matemática – UFF

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 02 de Setembro de 2011

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Graduou-se em Matemática na UFF - Universidade Federal Fluminense (Niterói, Brasil).

Ficha Catalográfica

Souza, Andréa Lins e Lins

Silhuetas de Superfícies no R^4 / ; orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2011.

v., 62 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Visualização;. 3. Silhueta;. 4. Aritmética Intervalar.. I. Pesco, Sinésio. II. Lopes, Hélio C. V.. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Sou grata a Deus pelos dons que me deste, principalmente o dom da vida.

Agradeço aos meus pais, João e Marinalva, pelo exemplo de vida, pela dedicação, carinho e amor.

Agradeço aos meus irmãos e cunhadas, Alex, Adelson, Carla e Edvânia, por todo o afeto e carinho dedicado.

Agradeço ao meu esposo, Antonio Cláudio, porque fez, faz e sempre fará parte de minha história!

Agradeço de forma especial ao meu orientador, Sinésio Pesco, pelos ensinamentos e pela paciência e benevolência e ao meu co-orientador, Hélio Lopes, por todo o apoio dedicado.

Agradeço aos funcionários e professores do departamento de Matemática da PUC-Rio.

Agradeço a Luana, Maria, Jocélia, João, Leandro e Rogério, pela amizade construída e aos demais colegas.

Agradeço a professora Dirce Uesu, pelo grande incentivo durante a minha graduação.

Agradeço a CAPES e a PUC-Rio, pelas bolsas concedidas.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram para que este momento pudesse acontecer.

Resumo

Souza, Andréa Lins e Lins; Pesco, Sinésio; Lopes, Hélio C. V.. **Silhuetas de Superfícies no \mathbb{R}^4** . Rio de Janeiro, 2011. 62p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

No presente trabalho são apresentados métodos para gerar e visualizar silhuetas de superfícies em \mathbb{R}^4 definidas implícita e parametricamente. Para superfícies definidas implícitamente um método de continuação numérica determina o caminho que a curva silhueta percorrerá a partir de um ponto inicial sobre a superfície. Para superfícies definidas na forma paramétrica, a curva silhueta é obtida através de uma subdivisão robusta do domínio por uma quadtree utilizando aritmética intervalar. Duas aplicações dessas curvas serão também estudadas: a de curvas *offset* e a de detecção de colisão.

Palavras-chave

Visualização; Silhueta; Aritmética Intervalar.

Abstract

Souza, Andréa Lins e Lins; Pesco, Sinésio (Advisor); Lopes, Hélio C. V. (Co-Advisor). **Silhouettes of Surfaces in \mathbb{R}^4** . Rio de Janeiro, 2011. 62p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work we will present methods to generate and visualize silhouettes of surfaces parametrically and implicitly defined in \mathbb{R}^4 . For implicit surfaces, a numerical continuation method determines the path in which the silhouette curve will go through, starting at an initial point in the surface. For parametric surfaces, the silhouette curve is obtained through a robust subdivision of the domain by a quadtree using interval arithmetic. Two different applications of these curves will be studied: offset curves and collision detection.

Keywords

Visualization; Silhouette; Interval Arithmetic.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Motivação	12
1.2	Trabalhos Correlatos	13
1.3	Organização da dissertação	14
2	Aritmética Intervalar	15
2.1	Intervalo	15
2.2	Funções definidas em intervalos	16
3	Silhuetas	19
3.1	Orientação em \mathbb{R}^4 através dos ângulos de Euler	19
3.2	Curva silhueta no \mathbb{R}^3	22
3.3	Superfícies no \mathbb{R}^4	24
3.4	Silhueta	25
4	Geração das Silhuetas	27
4.1	Caso implícito	27
4.2	Caso paramétrico	32
5	Aplicações	38
5.1	Visualização da curva silhueta em \mathbb{R}^4	38
5.2	Colisão	51
5.3	Curva <i>offset</i>	55
5.4	Interface gráfica	59
6	Conclusão e Trabalhos Futuros	60
	Referências Bibliográficas	61

Lista de figuras

1.1	Hipercubo.	12
3.1	Superfície em \mathbb{R}^4 rotacionada através dos ângulos de Euler.	19
3.2	Silhueta do toro a partir do ponto de vista O .	23
3.3	Silhueta do toro a partir da direção fixa \mathbf{v} .	23
3.4	Curva Silhueta.	23
3.5	Silhueta de uma superfície em \mathbb{R}^3 aproximada por uma malha.	23
3.6	Superfície S em \mathbb{R}^4 dada na forma paramétrica.	24
4.1	Método de Newton	30
4.2	Método de Euler	30
4.3	Método preditor-corretor Euler-Newton	31
4.4	Domínio de S .	33
4.5	Curva silhueta.	34
4.6	Domínio D .	34
4.7	<i>Quadtree</i> .	35
4.8	Divisão do domínio utilizando <i>quadtree</i> .	36
4.9	Subregiões de R .	37
5.1	$z = x^2$.	40
5.2	Curva silhueta com observadores no eixo y e w .	40
5.3	$f(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^2$ com distribuição de cor do determinante.	41
5.4	$f(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^2$.	42
5.5	Curva silhueta do toro <i>flat</i> .	43
5.6	Curva silhueta do toro <i>flat</i> .	44
5.7	Silhueta implícita (laranja) e superfície paramétrica do toro <i>flat</i> .	45
5.8	Curva silhueta do toro <i>flat</i> .	46
5.9	Curva silhueta e superfície do toro <i>flat</i> .	47
5.10	Superfície toro <i>flat</i> com distribuição de cor do determinante.	47
5.11	$f(\mathbf{z}) = \log(\mathbf{z})$.	48
5.12	$f(\mathbf{z}) = \text{sen}(\mathbf{z})$.	49
5.13	Superfície de <i>Steiner</i> e sua curva silhueta paramétrica.	50
5.14	Ponto de colisão	51
5.15	Colisão entre um cilindro fixo e uma esfera em movimento, ambos com o mesmo raio.	52
5.16	Colisão entre um cilindro fixo e uma esfera em movimento.	53
5.17	Colisão entre um cilindro e uma esfera, ambos em movimento.	54
5.18	Colisão entre duas esferas em movimento.	54
5.19	Curva <i>offset</i> através do método do envelope.	55
5.20	$f(z, w) = w - z^2$.	56
5.21	$f(z, w) = w^2 - z^3$.	57
5.22	$f(z, w) = z^2 - w^2 - 1$.	57
5.23	$f(z, w) = 2z^2 + w^2 - 1$.	58
5.24	$f(z, w) = 4w^2 - 9(z - z^3)$.	58

Lista de tabelas

4.1	Método de Newton modificado	29
4.2	Método de Euler	30
4.3	Método Preditor-Corretor Euler-Newton	31

Algumas coisas só podem acontecer através do tempo. Elas apenas acontecem – o tempo as transporta.

M. C. Richards, *O poder da paciência.*