2
Provisão de Reservas IBNR - Conceitos Básicos

Este capítulo trata dos conceitos básicos para organização dos dados utilizados para cálculo da reserva IBNR assim como apresenta a tradicional técnica *Chain Ladder*. Ele também estabelece a notação utilizada ao longo deste trabalho.

2.1
Organização dos Dados

Geralmente dados usados para o cálculo de reservas do tipo IBNR são organizados em formato de um *triângulo de desenvolvimento*. Os dados que compõem esse triângulo são os sinistros ocorridos e avisados até a data presente. Os dados podem estar dispostos em uma frequência anual, semestral, mensal, etc., de acordo com as necessidades da empresa ou o ramo em que ela se encontra.

Esse triângulo é parte de uma matriz $C_{n\times n}$, onde a linha i corresponde a data de ocorrência do sinistro (data de origem) e a coluna j corresponde a data em que o sinistro foi avisado à seguradora (data de aviso), para $i, j = 1, 2, \cdots$. Os elementos C_{ij} tal que $j \leq n - i + 1$ dessa matriz são conhecidos. Já os demais elementos abaixo da diagonal principal, correspondentes aos períodos futuros, são desconhecidos. A diferença entre a data de origem do sinistro e a data de aviso é chamada período de desenvolvimento. Ou seja, a entrada C_{ij} desse tipo matriz representa o valor pago pela seguradora relativo aos sinistros que ocorreram na data i e foram avisados na data j. A Tabela 2.1 mostra um triângulo de *desenvolvimento* em seu formato usual.

O grande objetivo dos métodos que utilizam o formato de *triângulo de desenvolvimento* para a previsão da reserva IBNR é preencher a parte inferior da matriz C, ou seja, estimar os valores C_{ij}, tais que $2 \leq i \leq n$ e $j \geq n-i+1$, que formam o triângulo abaixo da diagonal principal de C, conforme Figura 2.1. Tais valores correspondem aos pagamentos dos sinistros que já ocorreram mas ainda não foram avisados à seguradora. Após a estimativa desses valores, pode-se calcular a reserva IBNR para cada data de origem i e a reserva total para um determinado período de tempo.

Data de ocorrência	**Desenvolvimento (data de aviso)**				
$\boldsymbol{i}$	**1**	**2**	**3**	$\cdots$	**n-1**
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$\cdots$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$\cdots$	$C_{1,n-1}$	
3	$C_{3,1}$	$\vdots$			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
$\vdots$	$\vdots$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

Tabela 2.1: Entradas conhecidas da matriz C.

Data de ocorrência	**Desenvolvimento (data de aviso)**				
$\boldsymbol{i}$	**1**	**2**	**3**	$\cdots$	**n**
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$\cdots$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$\cdots$	$C_{1,n-1}$	
3	$C_{3,1}$	$\vdots$			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
$\vdots$	$\vdots$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

Figura 2.1: Triângulo da matriz C cujas entradas devem ser estimadas para o cálculo das reservas.

2.2 Notação Utilizada

Define-se como *triângulo incremental* a parte de uma matriz $I_{n\times n}$ cujas entradas $I_{i,j}$ correspondem a todos os pagamentos dos sinistros com data de origem i e data de aviso j. Como mencionado anteriormente, são conhecidos as entradas $I_{i,j}$ tais que $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq n-i+1$. Já os demais valores são desconhecidos.

O *triângulo incremental* é aqui denotado por I, pois suas entradas correspondem aos valores incrementais dos pagamentos efetuados em cada data. Em alguns métodos para cálculo de IBNR é utilizado o *triângulo acumulado*, que neste trabalho é denotado como parte de uma matriz $A_{n\times n}$ cujas entradas $A_{i,j}$ correspondem ao total dos pagamentos ocorridos na data i e avisados até a data j, portanto, $A_{i,j} = \sum_{k=1}^{j} I_{i,k}$.

Em resumo, nesta dissertação a notação $I_{i,j}$ corresponde à entrada (i,j) do *triângulo incremental* e a notação $A_{i,j}$ corresponde à entrada (i,j) do *triângulo acumulado*.

As Tabelas 2.2 e 2.3 mostram um possível *triângulo incremental* e seu respectivo *triângulo acumulado*.

A entrada $I_{4,3} = 4211$ da Tabela 2.2 corresponde aos pagamentos dos sinistros ocorridos 4 instantes de tempo após a data inicial das informações e

$$I = \left|\begin{array}{cccccccccc}
5012 & 3257 & 2638 & 898 & 1734 & 2642 & 1828 & 599 & 54 & 172 \\
106 & 4179 & 1111 & 5270 & 3116 & 1817 & -103 & 673 & 535 & \\
3410 & 5582 & 4881 & 2268 & 2594 & 3479 & 649 & 603 & & \\
5655 & 5900 & 4211 & 5500 & 2159 & 2658 & 984 & & & \\
1092 & 8473 & 6271 & 6333 & 3786 & 225 & & & & \\
1513 & 4932 & 5257 & 1233 & 2917 & & & & & \\
557 & 3463 & 6926 & 1368 & & & & & & \\
1351 & 5596 & 6165 & & & & & & & \\
3133 & 2262 & & & & & & & & \\
2063 & & & & & & & & &
\end{array}\right|$$

Tabela 2.2: *Triângulo de desenvolvimento* I para o caso de $n = 10$.

avisados 3 instantes de tempo depois da data de ocorrência.

$$A = \left|\begin{array}{cccccccccc}
5012 & 8269 & 10907 & 11805 & 13539 & 16181 & 18009 & 18608 & 18662 & 18834 \\
106 & 4285 & 5396 & 10666 & 13782 & 15599 & 15496 & 16169 & 16704 & \\
3410 & 8992 & 13873 & 16141 & 18735 & 22214 & 22863 & 23466 & & \\
5655 & 11555 & 15766 & 21266 & 23425 & 26083 & 27067 & & & \\
1092 & 9565 & 15836 & 22169 & 25955 & 26180 & & & & \\
1513 & 6445 & 11702 & 12935 & 15852 & & & & & \\
557 & 4020 & 10946 & 12314 & & & & & & \\
1351 & 6947 & 13112 & & & & & & & \\
3133 & 5395 & & & & & & & & \\
2063 & & & & & & & & &
\end{array}\right|$$

Tabela 2.3: *Triângulo acumulado* A referente ao *triângulo de desenvolvimento* I mostrado na Tabela 2.2. Dados da AFG - Triângulo RAA do pacote `Chain Ladder`, plataforma `R`.

A entrada $A_{4,3} = 15766$ da Tabela 2.3 corresponde ao total dos pagamentos dos sinistros ocorridos 4 instantes de tempo após a data inicial das informações e avisados em até 3 instantes de tempo depois da data de ocorrência.

2.3 Método de Estimação Chain Ladder

Umas da técnicas mais populares e usuais no mundo atuarial é o método determinístico *Chain Ladder*. Isto por causa de sua simplicidade e pelo fato de poder ser aplicado a quase todas as situações, uma vez que não assume nenhuma distribuição para os dados. Muitos modelos estocásticos para cálculo de reservas se baseiam nos princípios desta técnica com o objetivo de manter as mesmas capacidades de previsão, porém com o rigor estatístico de um modelo probabilístico que justifique sua implementação.

Este método utiliza dados acumulados, isto é, os valores $A_{i,j}$. Lembrando que os valores $A_{i,j}$ tais que $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq n-i+1$ são conhecidos. O objetivo principal é encontrar uma estimativa para os valores desconhecidos $A_{i,n}$ para $1 \leq i \leq n$, mais precisamente os últimos valores para cada ano de ocorrência $i = 2, \cdots, n$ e assim por conseqüência estimar a reserva IBNR por data de ocorrência. Por meio do somatório da diferença entre valores estimados $A_{i,n}$ e os valores da diagonal principal invertida da matriz A é possível obter uma estimativa para o IBNR total em um determinado período de tempo. Sem perda de generalidade, supõe-se que todos os sinistros sejam avisados até a data n. Assim denota-se a reserva IBNR como $R_{Total} = \sum_{i=2}^{n}(A_{i,n} - A_{i,n-i+1})$.

Para prever os valores desconhecidos, o modelo *Chain Ladder* padrão assume a existência de fatores de desenvolvimento $f_1, f_2, \cdots, f_{j-1} > 0$ entre as colunas da matriz A. A técnica consiste em estimar f_j, para $1 \leq j \leq n-1$, por meio da Equação 2-1:

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} A_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} A_{i,j}}. \tag{2-1}$$

Utilizando as estimativas para os fatores $\hat{f}_j$ é possível estimar todas as entradas desconhecidas do triângulo acumulado A fazendo $\hat{A}_{i,j+1} = A_{i,j}\hat{f}_j$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n-1$. Dessa forma, pode-se prever também os valores dos elementos da coluna n, considerando $2 \leq i \leq n$, por meio da Equação 2-2:

$$\hat{A}_{i,n} = A_{i,n-i+1} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_j, \tag{2-2}$$

e por consequência estimar $\hat{R}_i = A_{i,n-i+1} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_j - A_{i,n-i+1}$, que corresponde a reserva IBNR por data de ocorrência i.

Com os resultados das Equações 2-1 e 2-2, um estimador para a reserva IBNR total, $\hat{R}_{Total}$, é dado pela Equação 2-3:

$$\hat{R}_{Total} = \sum_{i=2}^{n} A_{i,n-i+1} \left(\left(\prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_j \right) - 1 \right) \tag{2-3}$$

Exemplo 2.3.1 *Este exemplo mostra os resultados de um cálculo de reserva através do método Chain Ladder. Para executar tal cálculo foi utilizado o pacote* `ChainLadder` *da* `plataforma R`. *Nesse cálculo o algoritmo Chain Ladder padrão foi aplicado ao triângulo* `RAA` *exposto na Tabela 2.3.*

Origem i	**Desenvolvimento (data de aviso)** 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012	8269	10907	11805	13539	16181	18009	18608	18662	18834
1982	106	4285	5396	10666	13782	15599	15496	16169	16704	*16857.95*
1983	3410	8992	13873	16141	18735	22214	22863	23466	*23863.43*	*24083.37*
1984	5655	11555	15766	21266	23425	26083	27067	*27967.34*	*28441.01*	*28703.14*
1985	1092	9565	15836	22169	25955	26180	*27277.85*	*28185.21*	*28662.57*	*28926.74*
1986	1513	6445	11702	2935	15852	*17649.38*	*18389.50*	*19001.20*	*19323.01*	*19501.10*
1987	557	4020	10946	12314	*14428.00*	*16063.92*	*16737.55*	*17294.30*	*17587.21*	*17749.30*
1988	1351	6947	13112	*16663.88*	*19524.65*	*21738.45*	*22650.05*	*23403.47*	*23799.84*	*24019.19*
1989	3133	5395	*8758.90*	*11131.59*	*13042.60*	*14521.43*	*15130.38*	*15633.68*	*15898.45*	*16044.98*
1990	2063	*6187.67*	*10045.83*	*12767.13*	*14958.92*	*16655.04*	*17353.46*	*17930.70*	*18234.38*	*18402.44*
$\hat{f}_j$	2.999	1.624	1.271	1.172	1.113	1.042	1.033	1.017	1.009	1.000

Tabela 2.4: Pagamentos futuros estimados para o Triângulo RAA disponível no pacote `Chain Ladder`, plataforma `R`.

Origem	**Pagamentos futuros**	**Pagamentos já realizados**	**Reserva Estimada**
1981	–	–	–
1982	16857.95	16704	153.95
1983	24083.37	23466	617.37
1984	28703.14	27067	1636.14
1985	28926.74	26180	2746.74
1986	19501.10	15852	3649.10
1987	17749.30	12314	5435.30
1988	24019.19	13112	10907.19
1989	16044.98	5395	10649.98
1990	18402.44	2063	16339.44
Total	194288.2	142153	52135.2

Tabela 2.5: Reserva Estimada.

Na Tabela 2.4 está descrito o preenchimento do *triângulo acumulado* exposto na Tabela 2.3, ou seja, a previsão para os pagamentos futuros por ano de origem, assim como os fatores de desenvolvimento usados para estimá-los. A última coluna dessa tabela apresenta a estimativa do custo total para cada ano de origem i. Na Tabela 2.5, a reserva estimada é calculada como a diferença entre o custo total (valores da última coluna) e os pagamentos acumulados até data atual (valores que se encontram na diagonal principal da Tabela 2.4).

O algoritmo apresentado nesta seção é o método determinístico que serve de base para muitos modelos estocásticos atuais desenvolvidos para avaliar a variabilidade das estimativas realizadas. Alguns desses modelos estão expostos no Capítulo 3.