



Leandro Carlos de Souza

**Simplificação de Malhas com Preservação de
Feições Baseada em Difusão Geométrica
Markoviana**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Geovan Tavares dos Santos

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2011



Leandro Carlos de Souza

**Simplificação de Malhas com Preservação de
Feições Baseada em Difusão Geométrica
Markoviana**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Geovan Tavares dos Santos

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Cláudio Esperança

COPPE — UFRJ

Prof. Liliane dos Santos Machado

Departamento de Informática — UFPB

Prof. Luiz Henrique de Figueiredo

Instituto de Matemática Pura e Aplicada — IMPA

Prof. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 21 de Fevereiro de 2011

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Leandro Carlos de Souza

Graduou-se em Ciências da Computação na UFPB — Universidade Federal da Paraíba. Participou da construção de diversos *softwares* que abordam temas interdisciplinares relacionados com a simulação de problemas físicos, matemáticos e estatísticos.

Ficha Catalográfica

Souza, Leandro Carlos de

Simplificação de Malhas com Preservação de Feições Baseada em Difusão Geométrica Markoviana / Leandro Carlos de Souza; orientador: Geovan Tavares dos Santos. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2011.

v., 52 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Simplificação de Malhas. 3. Difusão Geométrica Markoviana. 4. Probabilidades de Transição. I. Santos, Geovan Tavares dos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

A Deus, por sempre me guiar nas escolhas que fiz e que me permitiram chegar até aqui.

À tia Zefinha por seus incentivos e apoios oferecidos ao longo destes anos.

Aos irmãos Leonildo, Lucenildo, Luciene, Leidjane e Rafael que sempre se mostraram prestativos.

Ao meu orientador, Geovan Tavares, que me ofereceu a oportunidade de realizar este trabalho e que muito me estimulou com novas formas de encarar a matemática.

Aos amigos André, Feliciano e Leandro por suas participações diretas na elaboração deste trabalho.

A Danilo que muito me ajudou no momento de escrita.

À Sueli, por suas palavras de perseverança e apoio.

À Creuza e à Kátia que muito me auxiliaram nos processos burocráticos da universidade.

À Capes, ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, e sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Souza, Leandro Carlos de; Santos, Geovan Tavares dos. **Simplificação de Malhas com Preservação de Feições Baseada em Difusão Geométrica Markoviana**. Rio de Janeiro, 2011. 52p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O uso de modelos computacionais baseados em malhas 3D se torna cada vez mais frequente em diversas áreas da computação como em jogos, animações e simuladores de realidade virtual, por exemplo. Entretanto, malhas que possuem uma grande quantidade de elementos exigem um alto poder computacional para serem manipuladas. A fim de resolver este problema são utilizados métodos de simplificação para reduzir o número de elementos, preservando a topologia que o modelo apresenta. Neste trabalho é introduzido um método de Difusão Geométrica Markoviana - difusão calculada na forma de probabilidades de transição e construída sobre um conjunto de pontos organizados geometricamente - aplicado na malha. Esse método combina uma estratégia baseada em uma Cadeia de Markov de base geométrica, que controla probabilisticamente o comportamento das normais na malha, com métodos de simplificação que são capazes de avaliar o impacto que a remoção de um elemento provoca na estrutura da malha. Métricas de avaliação são utilizadas para comparar o erro cometido em relação à malha original.

Palavras-chave

Simplificação de Malhas. Difusão Geométrica Markoviana. Probabilidades de Transição.

Abstract

Souza, Leandro Carlos de; Santos, Geovan Tavares dos. **Feature Preserving Mesh Simplification Based on Markov Geometric Diffusion**. Rio de Janeiro, 2011. 52p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Computational models based on 3D meshes are ubiquitous in areas such as games, animations and virtual reality. However, very large data sets are frequently produced, e.g. by scanners 3D and fluid dynamics simulations, which require high computer power to be handled. Mesh simplification techniques, preserving the topology and the geometry of the mesh, are then implemented to bring the data to a size suited to be used in such areas. In this work we introduce a new technique which we call Markov Geometric Diffusion based on probability transition matrix techniques and built upon a data set organized geometrically as a mesh. This method puts together a strategy based on a geometrically constructed Markov chain, which controls, in a probabilistic way, a normal vector field to the mesh, with a simplification method capable of estimating the impact of element removal in the mesh structure. Several error evaluation metrics are used to compare the error of the simplified mesh with the original one.

Keywords

Mesh Simplification. Markov Geometric Diffusion. Probability Transition Matrix.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Trabalhos Correlatos	13
1.2	Contribuição	14
1.3	Organização do Trabalho	15
2	Simplificação de Malhas	16
2.1	Conceitos	16
2.2	Avaliação de Erro	19
3	Cadeias de Markov Geométricas	21
3.1	Cadeias de Markov	21
3.2	Núcleos Geométricos	22
3.3	Propriedades Espectrais	23
3.4	Algoritmo	24
4	Simplificação por Difusão Geométrica Markoviana	26
4.1	O Contexto da Álgebra Linear	26
4.2	Difusão Geométrica Markoviana	27
4.3	Critério de Parada	33
4.4	Ordem de Complexidade	35
5	Resultados	36
6	Conclusão e Trabalhos Futuros	47
	Referências Bibliográficas	49

Lista de figuras

1.1	Exemplo de modelo obtido pela digitalização de um objeto real. Em (a) o objeto original e em (b) o modelo computacional obtido com o uso de <i>scanner</i> .	12
2.1	Exemplos de malhas que não são 2-variedades, sendo (b) uma não-variedade.	17
2.2	Resultado de uma troca de aresta aplicada a uma porção da malha. Em (a) o original e em (b) o resultado obtido.	18
2.3	Decimação de um vértice de uma malha. Em (a) a malha original com o vértice a ser removido (central) e em (b) a malha obtida com a triangulação da região delimitada por seu elo.	19
2.4	Mudanças que ocorrem na estrutura de triângulos e como elas estão associadas aos valores assumidos pela razão de aspecto.	20
3.1	Comportamento dos autovalores de uma matriz de transição .	24
4.1	Representação gráfica do modelo gaussiano. Um mapa de cores é utilizado para especificar, graficamente, a representatividade de seus vértices.	30
4.2	Modelo <i>bunny</i> e a representatividade de seus vértices definida pelo mapa de cores da Figura 4.1.	31
4.3	Exemplos de configurações topológicas para os elos de vértices presentes na malha. Em (a) um simples, em (b) o próprio vértice está no elo, denotando um vértice de bordo e tornando-o não-simples, e em (c) um elo complexo.	32
4.4	Elo de estrela com ponto não-convexo em relação ao seu centro. Observa-se o ponto considerado destacado em vermelho e também o triângulo externo formado por ele e seus vizinhos.	32
4.5	Em vermelho estão destacados os pontos selecionados para serem removidos. Em (a) observa-se uma configuração inválida para remoção: os pontos selecionados pertencem a uma mesma aresta; em (b) os pontos estão em estrelas diferentes.	33
4.6	Malha representativa de um toro e os resultados de sua simplificação. Em (a) o modelo original, em (b) resultado da simplificação que utiliza a melhoria proposta e em (c) quando nenhuma melhoria é aplicada.	34
4.7	Gráfico de comportamento da média e variância do modelo <i>bunny</i> .	35
5.1	Modelo <i>sphere</i> . Em (a) original, com 127.006 vértices e 254.008 triângulos e em (b) seu mapa de representatividade dos vértices. Em (c) o modelo simplificado, com 9.658 vértices e 19.312 triângulos e em (d) as novas representatividades obtidas.	37

5.2	Modelo <i>cow</i> . Em (a) original, com 2.904 vértices e 5.804 triângulos e em (b) seu mapa de representatividade dos vértices. Em (c) o modelo simplificado, com 1.673 vértices e 3.342 triângulos e em (d) as novas representatividades obtidas.	38
5.3	Modelo <i>angel</i> . Em (a) original, com 237.018 vértices e 474.048 triângulos e em (b) seu mapa de representatividade dos vértices. Em (c) o modelo simplificado, com 8.411 vértices e 16.823 triângulos e em (d) as novas representatividades obtidas.	39
5.4	Modelo <i>armadillo</i> . Em (a) original, com 172.974 vértices e 345.944 triângulos e em (b) seu mapa de representatividade dos vértices. Em (c) o modelo simplificado, com 7.914 vértices e 15.824 triângulos e em (d) as novas representatividades obtidas.	40
5.5	Modelo <i>xyz dragon</i> original formado por 3.609.600 vértices e 7.219.045 triângulos.	41
5.6	Representatividades dos vértices do modelo <i>xyz dragon</i> .	42
5.7	Modelo <i>xyz dragon</i> simplificado formado por 35.658 vértices e 71.117 triângulos.	43
5.8	Representatividades obtidas pela simplificação modelo <i>xyz dragon</i> .	44

Lista de tabelas

- 5.1 Tabela com os erros avaliados nas malhas simplificadas, a taxa de redução de cada uma delas e o tempo, em segundos, requerido para o processo de simplificação feito pela difusão geométrica markoviana. 45
- 5.2 Tabela com os erros avaliados nas malhas simplificadas, a taxa de redução de cada uma delas e o tempo, em segundos, requerido para o processo de simplificação feita pelo *software meshlab*. 46

Se eu dissesse que eu queria ser o último, eu não seria. Se você atacar uma pedra com a intenção de acertar numa trave, não acertará, mas se você atirar sem a intenção de acertar, vai acertar. Esta é a lei que eu uso! É a Psicologia Reversa!

Masashi Kishimoto, *Naruto Mangá*.