1
Introdução

A visualização de objetos geométricos, como curvas e superfícies, em espaços euclidianos com dimensão maior do que 3 tiveram como inspiração os trabalhos de Henry (10) e Forsyth (8). Outros trabalhos um pouco mais recentes investem seus estudos na visualização do $\mathbb{R}^4$, entre eles está o livro de Banchoff (2) que contém um rico material sobre a história e abordagens para a visualização nesse espaço. Em outros momentos Banchoff et al. [(1), (13)] usaram computação gráfica e animação para investigar fenômenos geométricos relacionados a funções complexas e sistemas dinâmicos, amostrando superfícies no espaço com dimensão 4 através de duas projeções. Da mesma forma, Zhou e Hoffman [(23), (11)] abordaram várias técnicas para visualização de superfícies no $\mathbb{R}^4$, onde fazem uso de métodos de poligonalização de superfícies implícitas e da amostragem da curva silhueta.

A abordagem da modelagem implícita também se faz presente em muitos trabalhos. Miranda et al. (15) apresentam uma representação simplicial de curvas e superfícies definidas implicitamente através da triangulação CFK. De forma mais geral, Castelo (7) apresenta uma representação combinatória para a triangulação J_1^a de $\mathbb{R}^m$, aplicando-a em modelagem implícita para aproximar silhuetas de forma mais precisa, para composição de hipersuperfícies e para decomposições celulares de domínios multiplamente conexos.

Ainda no campo de visualização de superfícies definidas implicitamente, Paiva et al. (21) desenvolvem um algoritmo para calcular boas aproximações dessas superfícies, com uma preocupação especial na sua robustez e adaptatividade. O método proposto por eles faz uso da Aritmética Intervalar para a avaliação da função implícita no processo de subdivisão de uma octree, afim de garantir a robustez e para a diferenciação automática intervalar garantindo a adaptatividade da octree para a geometria da superfície. Tal método é uma generalização do trabalho de Lopes et al. (14) para curvas implícitas no $\mathbb{R}^2$.

Fugindo dos métodos de poligonalização do espaço para a modelagem implícita pode-se citar o recente trabalho de Brazil et al. (3) que apresenta técnicas para a renderização de superfícies implícitas em diferentes estilos de caneta e tinta (*pen-and-ink*), através da aplicação de técnicas de visualização não-foto-realistas (Non-photorealistic rendering, NPR) diretamente sobre a representação implícita.

1.1 Objetivos e contribuições

O principal objetivo desse trabalho é o de apresentar uma nova técnica de visualização por pontos de superfícies implícitas no $\mathbb{R}^4$, que é aplicável a visualização de superfícies definidas por funções complexas.

A principal contribuição dessa nova técnica, que foge dos métodos tradicionais de visualização por aproximação poligonal, é a sua simplicidade de implementação e eficiência computacional.

A técnica escolhida traz uma boa aproximação da superfície pelo fato de se valer do uso da Aritmética Intervalar em combinação com a subdivisão espacial por intermédio de uma KD-tree, garantindo tanto a *robustez topológica* como a *adaptação geométrica* da superfície.

Dizer que o algoritmo é robusto topologicamente significa dizer que a subdivisão captura até um certo nível a topologia da superfície. Isso é possível porque ao combinar a Aritmética Intervalar com os testes de subdivisão da KD-tree é garantido que nenhuma célula da subdivisão que contém uma parte da superfície será descartada, ou seja, em todas as partes da superfície haverá amostra de pontos. Por outro lado, dizer que o algoritmo é adaptativo geometricamente significa dizer que mesmo com a redução do número de pontos a geometria da superfície ainda é descrita com eficiência, o que é possibilitado pelo fato do algoritmo fazer uso de estimativas intervalares para o gradiente da função implícita que define a superfície.

1.2 Organização da Dissertação

O capítulo 2 traz uma breve apresentação da Aritmética Intervalar descrevendo suas principais definições e operações com intervalos reais, estes são conceitos básicos para um bom entendimento dos capítulos seguintes.

No capítulo 3 é apresentado com detalhes o método proposto para a geração robusta dos pontos da superfície implícita a ser visualizada. Primeiramente é descrito como o algoritmo proposto faz uso da Aritmética Intervalar para subdividir um domínio Ω contido no $\mathbb{R}^4$. Após é detalhado o processo de construção da KD-tree e seus critérios de subdivisão. A geração dos pontos pertencentes a superfície é exposta, começando pela geração de pontos sementes, que faz uso do Método de Newton para encontrar os pontos pertencentes a superfície que estão sobre as arestas das hipercaixas que passaram nos testes de subdivisão da KD-tree, depois refinando a superfície gerando novos pontos e projetando-os sobre a mesma, através de um operador de projeção aproximado.

No capítulo 4 primeiramente são relatados os cálculos feitos para a determinação de quais pontos gerados anteriormente pertencem a curva silhueta da superfície implícita. Em seguida são expostos os métodos de renderização usados para estes pontos criando efeitos de cor, opacidade e tamanho.

O capítulo 5 relata uma conclusão do que foi apresentado e cita os trabalhos que se almeja realizar no futuro dando prosseguimento a este.