



Luana Sá de Azevedo

**Visualização por pontos de superfícies
implícitas no R^4**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Sinesio Pesco
Co-Orientador: Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Rio de Janeiro
Agosto de 2011



Luana Sá de Azevedo

**Visualização por pontos de superfícies
implícitas no R^4**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Sinesio Pesco

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Co-Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Luiz Henrique de Figueiredo

IMPA-OS

Prof. Alex Laier Bordignon

UFF

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Agosto de 2011

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Luana Sá de Azevedo

Graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Ensino de Matemática e Computação Gráfica.

Ficha Catalográfica

Azevedo, Luana Sá de

Visualização por pontos de superfícies implícitas no R^4 / Luana Sá de Azevedo; orientador: Sinesio Pesco; co-orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2011.

v., 64 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Visualização em altas dimensões. 3. Visualização por pontos. 4. Aritmética Intervalar. I. Pesco, Sinesio. II. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Visualização por pontos de superfícies implícitas no R^4 .

CDD: 510

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela oportunidade concedida e por toda força nos momentos de maior dificuldade.

A meus pais, Dayse e Sérgio, meu irmão Leandro e minha avó Edna pela torcida, incentivo e compreensão.

Ao meu quase marido Diego, pelo ombro amigo, pelas palavras de incentivo nos momentos de dificuldade e pela grande compreensão e amor que sempre me dedicou.

A minha tia Nelly, que da onde estiver torce por mim e tenho certeza que vibra junto comigo e se orgulha de mais essa vitória.

A tia Dete, tio Sérgio e vó Carmem, a segunda família que Deus me deu, pela acolhida e amor.

A todos os meus amigos, que sempre torceram por esse momento. A Andrea, Rogério, Jocélia e Leandro, amigos de mestrado que seguem para a vida. Aos amigos da ONG Grupo Luz do Sol, à amiga Cristina e ao amigo Gilberto que muito me ouviu.

A todos os professores que participaram da minha formação. Ao Sinesio e ao Hélio que muito me apoiaram e, em especial, a professora Ana Kaleff pelo incentivo e pelo dedo amigo que aponta o caminho.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

A todos aqueles que de alguma forma contribuíram para mais essa conquista, meu muito obrigada!

Resumo

Azevedo, Luana Sá de; Pesco, Sinesio; Lopes, Hélio Côrtes Vieira. **Visualização por pontos de superfícies implícitas no \mathbb{R}^4** . Rio de Janeiro, 2011. 64p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O principal objetivo desse trabalho é apresentar uma nova técnica de visualização por pontos para superfícies implícitas no \mathbb{R}^4 . A principal contribuição dessa técnica de visualização, que foge dos métodos tradicionais de visualização por aproximação poligonal, é a sua simplicidade de implementação e eficiência computacional. A técnica escolhida traz uma boa aproximação da superfície por combinar a Aritmética Intervalar com a subdivisão espacial por intermédio de uma KD-tree, garantindo tanto a *robustez topológica* como a *adaptatividade geométrica* da superfície.

Palavras-chave

Visualização em altas dimensões; Visualização por pontos; Aritmética Intervalar;

Abstract

Azevedo, Luana Sá de; Pesco, Sinesio (Advisor); Lopes, Hélio Côrtes Vieira (Co-Advisor). **Point-based visualization of implicit surfaces in \mathbb{R}^4** . Rio de Janeiro, 2011. 64p. MSc. Dissertation — Department of Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this thesis is to a point-based visualization scheme for implicit surfaces in \mathbb{R}^4 . The main contribution of this new visualization technique, that avoids the methods traditional display by polygonal approximation, is its simplicity of implementation and computational efficiency. The technique chosen brings a good approximation of the surface, thanks to interval arithmetic in combination with the subdivision of space through a KD-tree that ensure both the topological robustness and geometric adaptation of the surface.

Keywords

High-dimensional visualization; Point-based visualization; Interval Arithmetic;

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Objetivos e contribuições	13
1.2	Organização da Dissertação	13
2	Aritmética Intervalar - Conceitos Básicos	15
3	Geração Robusta de Pontos para Superfícies Implícitas no \mathbb{R}^4	23
3.1	Descrição Geral do Algoritmo	23
3.2	Construção da KD-tree	24
3.3	Geração dos Pontos	29
4	Visualização por pontos	39
4.1	Ângulos de Euler no \mathbb{R}^4	39
4.2	Projeção e Observadores	41
4.3	Silhueta	42
4.4	Visualização	43
4.5	Interface Gráfica	58
5	Conclusão e Trabalhos Futuros	59
	Referências Bibliográficas	60
A	Tabelas de parâmetros	63

Lista de figuras

- 3.1 Amostragem da variação do parâmetro K_{max} para superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$. **(a)** $K_{max} = 0.5$, **(b)** $K_{max} = 1.2$. 27
- 3.2 Amostragem da variação do parâmetro K_{max} para a superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = ((y - 0.2w)^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 0.49)$. **(a)** $K_{max} = 0.5$, **(b)** $K_{max} = 1.2$. 28
- 3.3 Hipercaixas projetadas sobre o plano XY e originadas da subdivisão da KD-tree nos níveis de profundidade 0 (acima), 1, 2, 3 e 4 (abaixo), respectivamente. 29
- 3.4 Geração dos pontos sementes da superfície implícita $f(x, y, z, w) = (x^2 + y^2 + z^2 + w^2 - 4, x^2 + y^2 + z^2 + (w - 1)^2 - 4)$ nos níveis de profundidade da KD-tree 5, 10 e 15, respectivamente. 30
- 3.5 Hipercaixa com indicação dos vértices e projetada sobre o plano XY 30
- 3.6 Amostragem das sementes sobre uma hipercaixa folha da KD-tree. 33
- 3.7 Comparação da superfície definida pela função implícita $f(x, y, z, w) = (x^2 + z^2 + w^2 - 0.64, y^2 + z^2 + w^2 - 0.64)$ com diversos refinamentos. **(a)** pontos sementes; **(b)** visualização da superfície com 1 refinamento; **(c)** dois refinamentos; **(d)** 3 refinamentos. 34
- 3.8 Representação da geração de novos pontos: **(a)** Pontos sementes, **(b)** em vermelho, pontos gerados; quadrado, representação de parte dos planos tangentes a superfície nas sementes e **(c)** resultado de um de refinamento. 35
- 3.9 Representação da projeção dos novos pontos gerados sobre a superfície: **(a)** Em preto, ponto semente; em vermelho pontos sobre o plano tangente e antes da projeção, **(b)** em vermelho, pontos depois da projeção. 36
- 3.10 Passo a passo do processo de refinamento da superfície. A esquerda, pontos sementes; ao centro, novos pontos colocados antes de serem projetados sobre a superfície; a direita, pontos já projetados sobre a superfície. **(a)** Superfície implícita $f(x, y, z, w) = (x^2 + y^2 + z^2 + w^2 - 4, x^2 + y^2 + z^2 + (w - 1)^2 - 4)$ e **(b)** Superfície implícita $f(x, y, z, w) = (x^2 + z^2 + w^2 - 0.64, y^2 + z^2 + w^2 - 0.64)$ 37
- 3.11 Processo de aproximação da superfície implícita $f(x, y, z, w) = ((y - 0.2w)^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 0.49)$. 37
- 4.1 Rotação da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \mathbf{z}^2$. 41
- 4.2 Diagrama de coloração de domínio. 43
- 4.3 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \mathbf{z}^2$. 45
- 4.4 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$. 45
- 4.5 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = (\mathbf{z} + 1)^2(\mathbf{z} - 2)$. 46

- 4.6 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \mathbf{z}^2 - 2$. 46
- 4.7 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = e^z$. 47
- 4.8 Ilustração do ângulo formado entre as normais da superfície e o obs_1 . 47
- 4.9 Variação de cores da superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = ((y - 0.2w)^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 0.49)$ conforme os valores de S_1 e S_2 . 49
- 4.10 Variação de cores da superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = (y^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 1.44)$ conforme os valores de S_1 e S_2 . 49
- 4.11 Variação de cores da superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = (y^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 1)$ conforme o valor de S . 50
- 4.12 Variação de cores da superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = (x - z^2 + w^2, y - 2zw)$ conforme o valor de S . 50
- 4.13 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = (\mathbf{z} + 1)^2(\mathbf{z} - 2)$ conforme o valor de S . 50
- 4.14 Variação de cores da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$ conforme o valor de S . 51
- 4.15 Variação de cores da superfície definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$ conforme o valor da coordenada w_r de cada ponto. 52
- 4.16 Variação de cores da superfície definida pela equação complexa $\mathbf{w} = e^z$ conforme o valor da coordenada w_r de cada ponto. 52
- 4.17 Variação de cores para superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \mathbf{z}^2$. **(a)** Variação para superfície implícita com valores complexos; **(b)** variação conforme os valores de S_1 e S_2 ; **(c)** variação conforme os valor de S ; **(d)** variação conforme o valor da coordenada w_r de cada ponto. 53
- 4.18 Amostragem da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$ (à esquerda) e somente de sua silhueta quando é atribuído valor zero ao parâmetro λ (à direita). 54
- 4.19 Amostragem da superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = e^z$ (à esquerda) e somente de sua silhueta quando é atribuído valor zero ao parâmetro λ (à direita). 54
- 4.20 Superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = (y^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 1.44)$ renderizada com diferentes valores de λ . Acima à esquerda, $\lambda = 0.1$; acima à direita, $\lambda = 0.5$; abaixo à esquerda, $\lambda = 1.0$; e abaixo à direita, $\lambda = 3.0$. 55
- 4.21 Superfície implícita definida pela função $f(x, y, z, w) = (y^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 + (z + w)^2 - 1)$ renderizada com diferentes valores de λ . Acima à esquerda, $\lambda = 0.1$; acima à direita, $\lambda = 0.5$; abaixo à esquerda, $\lambda = 1.0$; e abaixo à direita, $\lambda = 1.8$. 56
- 4.22 Superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = \cos(\mathbf{z})$ renderizada com as técnicas de visualização apresentadas neste trabalho. 57
- 4.23 Superfície implícita definida pela equação complexa $\mathbf{w} = e^z$ renderizada com as técnicas de visualização apresentadas neste trabalho. 57

Lista de tabelas

2.1	Multiplicação de intervalos	18
2.2	Divisão de intervalos	18
4.1	Distribuição das cores do Diagrama de coloração de domínio.	44
4.2	Variação de cores conforme os valores de S_1 e S_2	48
4.3	Variação de cores conforme os valores da coordenada w_r de cada ponto.	51
A.1	Parâmetros e informações dos modelos amostrados no capítulo 3 desse trabalho.	63
A.2	Parâmetros e informações dos modelos amostrados no capítulo 4 desse trabalho.	64