2 Desenvolvimento

2.1. Modelo

Começaremos aqui a descrever o nosso modelo simplificado de regulação dinâmica, de dois períodos. Primeiro, descreveremos a tecnologia disponível à firma monopolista.

A cada período a firma é capaz de produzir um bem indivisível, cujo valor para a sociedade são dados por S_1 e S_2. Este bem indivisível pode ser interpretado de diversas maneiras, como a implementação de um projeto ou até mesmo de uma etapa de um projeto maior, etapa esta que apresenta um benefício social dado por S_t. Este bem indivisível possui um custo de produção para a firma. Denotaremos os custos de produzir o bem por C_1 e C_2. Adotaremos uma convenção contábil que C_t será inteiramente arcado pelo regulador e não pela firma produtora. Assim, as transferências que houverem entre regulador e firma serão todas transferências líquidas, tendo descontado já o custo de produção do bem.

Os custos de produção são dados por:

$$C_1 = z_1(\theta_1) - e_1 \tag{2.1}$$

A variável $e_t \geq 0$ representa os esforços da firma em reduzir o custo de produção do bem naquele período. Este esforço em redução de custos pode ser interpretado de várias formas, desde uma política administrativa mais cuidadosa e eficiente na hora de negociar com fornecedores até a contratação de profissionais mais capazes para realizar a produção naquele período. As funções $z_1(.), z_2(.)$ são funções crescentes e positivas que representam os custos brutos da firma a cada período; já as variáveis θ_t são variáveis aleatórias representando informações acerca da eficiência da firma. Essas variáveis aleatórias são independentes entre si e distribuidas dentro de um intervalo $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ de acordo com funções log-côncavas $F_1(.), F_2(.)$. Além disso, para validar algumas técnicas que utilizaremos nas sessões seguintes, precisaremos adotar uma hipótese de que $z_2(.)$ é separável em suas componentes, ou seja, que $z_2(\theta_1, \theta_2) = j(\theta_1) + l(\theta_2)$ em que $j(.), l(.)$ são funções crescentes e positivas.

Como foi dito, este custo de produção a cada período é arcado inteiramente pelo regulador. Além disso, ao final dos dois períodos o regulador pagará a firma uma transferência líquida de valor P. O nível de utilidade da firma é então dado por:

$$U^A = v(P) - \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\, \varphi(e_t) \tag{2.2}$$

em que $v(.)$ é uma função que dá sua utilidade sobre transferências monetárias e, como P pode ser aleatório, ela também representará, mediante sua concavidade ou convexidade, as preferências da firma em relação ao risco. A função $\varphi(.)$ representa sua desutilidade sobre o esforço, representando coisas como os salários a serem pagos para os técnicos mais experientes que trabalharão na redução dos custos de produção naquele período, ou a desutilidade do dono da firma oriunda de ter de gerenciar e negociar melhores contratos com seus fornecedores. Nós assumimos que φ é uma função continuamente diferenciável e que existem escalares $\bar{e} in \Re_{++}$ e $K \in \Re_{++}$ tais que $\varphi(e) = 0$ para todo $e \leq 0$ e que a função é trêsvezes continuamente diferenciável em $(0, \bar{e})$, com $\varphi'(e) > 0$, $\varphi''(e) > 0$ e $\varphi'''(e) \geq 0$ para todo $e \in (0, \bar{e})$ e $\varphi(e) = Ke$ para todo $e > \bar{e}$. Estas hipóteses são necessárias para assegurar soluções interiores e validar um forma de teorema do envelope dinâmico que faremos uso.

A transferência total a ser feita pelo regulador, portanto, é $(C_1 + C_2 + P)$. Nós assumimos que o regulador é capaz de levantar estes fundos somente através de formas distorcivas (como impostos), de forma que o custo social de cada unidade arrecadada pelo regulador seja dado por $(1 + \lambda)$. Supomos que o regulador é do tipo benevolente e procura regular de forma a maximizar o bem-estar total da sociedade, levando em conta tanto as utilidades dos consumidores quanto da firma produtora, durante ambos os períodos de produção. Por simplicidade, assumimos que o regulador pondera da mesma maneira o bem-estar dos consumidores e da firma produtora, de forma que ele maximiza simplesmente a soma de ambas as utilidades. Entretanto, ele aplica uma ponderação sobre as utilidades e custos ao longo do tempo, atribuindo mais peso a gastos e utilidades presentes do que suas contrapartes futuras. Isto é representado pela taxa de desconto intertemporal δ, $0 < \delta < 1$. Desta forma, a função utilidade que o regulador busca maximizar é dada por:

$$U^P = \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\, (S_t - (1 + \lambda)C_t) - (1 + \lambda)P + U^A \tag{2.3}$$

A interação entre o regulador e a firma acontece em dois estágios, o estágio de negociação e o estágio de produção, que ocorrem nesta ordem. Durante o estágio de negocição, a firma aprende a primeira informação sobre custos (também chamada, por força do hábito, de tipo inicial), θ_1. Apenas a firma aprende sobre a variável, permanecendo o regulador ignorante sobre seu valor. Em seguida, ela e o regulador se encontram para assinar um contrato de produção, concluindo o estágio de negociação. O regulador é plenamente comprometido com o contrato assinado. Segue-se o estágio de produção, que decorre da seguinte maneira:

- Firma envia uma mensagem para o regulador a respeito de θ_1.
- Regulador faz uma recomendação acerca de e_1 e firma faz sua escolha de e_1. O regulador não observa esta escolha de e_1.
- Produz-se o bem e realizam-se custos.
- Regulador e firma observam C_1.
- Firma observa θ_2 e envia uma mensagem para o regulador a respeito de θ_2. O regulador observa apenas a mensagem enviada pela firma.
- Regulador faz uma recomendação acerca de e_2 e firma faz sua escolha de e_2. O regulador não observa esta escolha de e_2.
- Produz-se o bem e realizam-se custos.
- Regulador e firma observam C_2.
- Regulador e firma realizam a transferência P.

2.2. Contrato Ótimo com Informação Simétrica (benchmark)

Antes de computar a solução do problema do regulador no cenário proposto acima, calcularemos um caso mais simples, para servir de base de comparação no modelo, o caso em que não há assimetria de informação entre regulador e firma acerca dos tipos θ_1 e θ_2. Note também que, como o regulador observa o custo final de cada período, ao observar os tipos da firma, ele é capaz de deduzir também os níveis de esforço escolhidos por ela, então também não há ações ocultas neste cenário.

Suponha então que sempre que a firma observar um de seus tipos, o regulador também observa-o ao mesmo tempo que a firma. O problema do regulador é fazer com que a firma produza de forma eficiente. Matematicamente, o regulador gostaria de escolher níveis de esforço e transferências que maximizassem sua função objetivo. Ele está sujeito a apenas uma classe de restrições em suas escolhas de transferências e esforços, chamada “restrições de participação" ou *“Individual Rationality"*. Esta classe de restrições diz que qualquer par de esforços e transferência escolhidos pelo regulador deve garantir a firma uma utilidade mínima igual a sua utilidade de reserva, aqui tomada como zero. A análise deste problema compõe nossa primeira proposição:

Proposição 1. *Suponha que o regulador observa os tipos* θ_1 e θ_2 *juntamente com a firma, bem como é capaz de inferir os níveis de esforço escolhidos* e_1 e e_2. *Assim, o nível ótimo de esforço a ser contratado pelo regulador é dado por:*

$$\frac{\varphi'(e_t^*)}{\nu'(\nu^{-1}(\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi(e_t^*)))} = 1 \qquad (2.4)$$

E o esquema de pagamentos que implementa este esforço é dado por:

$$P = \nu^{-1}(\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,(\varphi(e_t^*)))) \qquad (2.5)$$

Prova: O primeiro passo para resolver o problema do regulador é mostrar que, num ótimo, a restrição de participação da firma é ativa. Para ver isto, note que podemos usar (2.2) reescrever (2.3) como:

$$U^P = \sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,(S_t - (1+\lambda)(C_t + \varphi(e_t))) - (1+\lambda)(P - \nu(P)) \qquad (2.6)$$

Vemos que, para $\lambda > 0$, esta função é decrescente em $\nu(P) - \sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi(e_t)$, que é a utilidade que a firma aufere do contrato com o regulador, descontando os gastos dela com investimentos. Assim, para maximizar sua funçãoobjetivo, o regulador deve prover o menor nível de utilidade para as firmas - isto é, sua utilidade de reserva, zero. Para isto, ele paga uma transferência cujo valor compensa exatamente a firma pela desutilidade incorrida no contrato. Feita esta substituição na equação acima, a função de bem-estar social a ser maximizada pelo regulador se torna:

$$E[U^P] = E[\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,(S_t - (1+\lambda)C_t) - (1+\lambda)\nu^{-1}(\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi(e_t))]$$

Esta expressão pode ser maximizada ponto a ponto para encontrarmos a seguinte condição de primeira ordem, que define implicitamente o nível ótimo de esforço:

$$\frac{\varphi'(e_t^*)}{\nu'(\nu^{-1}(\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi(e_t^*)))} = 1 \tag{2.7}$$

♣

Esta solução apresenta o *"first best"* para o regulador, pois nela o custo marginal social do esforço é igualado ao seu benefício marginal social. A função objetivo do regulador coincide com o excedente total gerado, não havendo então perdas de bem-estar. É por isto que esta solução será importante ao comparar os efeitos da assimetria de informação.

Um ponto interessante e importante desta solução é que ela é completamente independente dos anúncios que a firma fizer sobre θ_t - a firma terá o mesmo pagamento e exercerá o mesmo nível de esforço, independentemente das informações θ_t que observar ou reportar. As razões pelas quais esta solução independe das informações θ_t são duas: a primeira delas é que θ_t não possui qualquer influência nem sobre o efeito marginal de e_t sobre os custos de produção nem sobre a desutilidade do esforço para a firma. Assim, a decisão socialmente ótima de esforço não varia de acordo com θ_t. Além disso, como no momento em que o contrato foi assinado a firma sabia tanto quanto o regulador acerca de θ_t, a esperança de ambos em relação às realizações futuras de θ_t eram idênticas no momento em que o contrato foi assinado. Será esta hipótese que descartaremos na sessão a seguir e que obrigará o regulador a oferecer contratos diferentes, contingentes à informação inicial $theta_1$ das firmas.

2.3. Contrato Ótimo com informação assimétrica

Voltamos agora ao cenário inicialmente proposto, em que o regulador não é capaz de observar os tipos da firma. Como apenas a firma conhece o seu primeiro tipo, θ_1, antes dela assinar o contrato com o regulador, cria-se agora uma necessidade do regulador oferecer diferentes contratos com base na informação inicial acerca dos custos que a firma possui. Como vimos anteriormente, uma das razões pelas quais os contratos eram independentes dos tipos reportados é que firma e regulador possuíam a mesma esperança acerca dos tipos futuros. Agora, as esperanças de ambos poderão ser diferentes, e esta possibilidade de diferença dá à firma margem para negociar melhores contratos, pois ela pode alegar que o contrato ofertado pelo regulador não lhe provê uma utilidade esperada igual a sua utilidade de reserva (de fato, caso a restrição de racionalidade individual não existisse, a assimetria de informação não teria nenhum efeito no modelo). [1]

Vamos começar a resolução deste contrato com um exemplo em que a firma é neutra ao risco, ou seja $\nu(P) = P$.

Proposição 2. *Suponha que a função z_2 é separável e que $j(\theta_1)$ seja diferenciável. Suponha que exista um $M \in \Re_+$ tal que $sup|z_1'(\theta_1)| < M$ e $sup|z_1'(\theta_2)| < M$ para todo θ_1. Denote por $D_t(\theta_1)$ a derivada parcial $\frac{\partial z_t}{\partial \theta_1}$ e suponha que, para qualquer $t = 1{,}2$ e qualquer $\theta_1 \in \Theta_1$ tem-se $D_t(\theta_1) \geq 0$. Finalmente, suponha que F_1 é absolutamente contínua com densidade $f_1(\theta_1) > 0$, log-côncava e denote por $\eta(\theta_1)$ a função $\frac{F_1(\theta_1)}{f_1(\theta_1)}$. O esforço (segundo) ótimo e_t^{SBNR} a ser exercido pela firma quando $\nu(P) = P$ (neutralidade ao risco) é dado por:*

$$\varphi'(e_t^{SBNR}(\theta_1)) = 1 - \lambda/(1+\lambda)\eta(\theta_1)D_t(\theta_1)\varphi''(e_t^{SBNR}(\theta_1)) \tag{2.8}$$

E o esquema de pagamentos que implementa tal política é dado por:

$$P = \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\, \varphi(e_t^{SBNR}(\theta_1)) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\, D_t(s)\varphi'(e_t^{SBNR}(s))ds \tag{2.9}$$

Prova: O nosso primeiro passo na resolução do problema é caracterizar esta condição de primeira ordem no problema da firma. Para isto, nós primeiramente consideraremos um ambiente fictício em que apesar da firma ainda ter a possibilidade de mentir sobre os seus tipos, ela agora precisa “esconder" estas mentiras, esforçando-se de forma a obter o mesmo custo que seria esperado para tipo que ela anunciou. Fazemos isto da seguinte forma: seja $\hat{C}_1(\widehat{\theta_1})$ o custo de equilíbrio para o período 1 após os relatórios de $(\hat{\theta}_1)$ e $\hat{C}_2(\widehat{\theta_1}, \widehat{\theta_2})$ o equivalente para o segundo período. A nossa condição é que $\hat{C}_t = C_t$. Manipulando a expressão do custo do período t, chegamos a:

$$\hat{e}_1(\hat{\theta}_1, \theta_1) = z_1(\theta_1) - \hat{C}_2(\hat{\theta}_1)$$

[1]Uma hipótese importante e forte que assumiremos é que a informação que a firma possui sobre seus tipo inicial é exatamente igual ao seu tipo inicial futuro, de forma que o espaço de informações que a firma pode conhecer no momento de assinar o contrato é exatamente igual ao espaço de tipos futuros Θ_1. Todavia, uma extensão do modelo para permitir sinais com espaços e graus diferentes de correlação é possível de ser feita.

A partir desta expressão, podemos substituí-la na função utilidade da firma, que se torna:

$$E[U^A] = E[P - \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} (\varphi(z_t(\theta^t) - \hat{C}_t(\hat{\theta}^t)))].$$

Com esta expressão para a função de utilidade da firma, podemos aplicar uma versão do Teorema do Envelope apresentada por Pavan, Segal e Toikka [?]. Seja $D_t(\theta_1) = \frac{\partial z_t(\theta^t)}{\partial \theta_1}$. Este resultado afirmaque, em qualquer mecanismo compatível com incentivos, a derivada da função valor da firma $\frac{dV(\theta_1)}{d\theta_1}$ deve satisfazer a seguinte condição para quase todo θ_1:

$$\frac{dV(\theta_1)}{d\theta_1} = E[\frac{\partial \hat{U}^A(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1}]$$

Em que $\hat{U}^A(\theta_1, \theta_2)$ denota o payoff da firma quando ela segue uma estratégia honesta e obediente.

Assim, temos a condição de primeira ordem para o problema do agente neste ambiente. Como qualquer mecanismo que seja compatível a incentivos para o caso em que ela pode escolher qualquer nível de esforço também o será neste cenário em que a firma deve escolher esforço para “esconder" suas mentiras, temos que esta caracterização vale também para o ambiente mais geral que estamos considerando.

Esta condição de primeira ordem pode ser integrada para se obter a função valor da firma:

$$E[V(\theta_1)] = V(\bar{\theta}) + E[\eta(\theta_1) \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} D_t(\theta_1) \varphi'(e_t)]$$

Em que $\eta(\theta_1) = \frac{F_1(\theta_1)}{f_1(\theta_1)}$.

Esta função valor não é igual a zero neste caso porque aqui a firma deve receber alguma recompensa (chamada renda informacional) em troca de abrir mão de sua informação a cerca de seu tipo inicial e a possibilidade de mentir para o Regulador. Esta renda deve ser tão maior quanto maior forem para a firma os benefícios (em termos de esforço poupado) de se fazer passar por uma firma que possui custos mais altos de produção (isto é, firmas com tipos menores recebem mais renda). Vale lembrar que esta forma para a função valor não depende da nossa hipótese para $\nu(.)$, sendo a mesma para firmas avessas ao risco.

Como a função valor deve ser, no ótimo, idêntica a função utilidade da firma, podemos substituí-la na função de utilidade do regulador. Além disso, uma rápida análise mostra que a função objetivo do planejador será decrescente em $V(\bar{\theta})$, portanto, em qualquer solução, devemos ter $V(\bar{\theta}) = 0$. Realizando portanto estas substituições, o problema (relaxado) do planejador torna-se escolher um nível de esforço que maximize a seguinte função:

$$E[U^P] = E[\sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} (S_t - (1+\lambda)(C_t(\theta^t) + \varphi(e_t)) - \lambda\eta(\theta_1)D_t(\theta_1)\varphi'(\hat{e}_t))]. \tag{2.10}$$

O resultado da maximização ponto a ponto nos dá a seguinte condição, que define implicitamente o nível ótimo de esforço:

$$\varphi'(e_t^{SB}(\theta_1)) = 1 - \lambda/(1+\lambda)\eta(\theta_1)D_t(\theta_1)\varphi''(e_t^{SB}(\theta_1)). \tag{2.11}$$

O termo no lado esquerdo da equação nos dá o custo marginal em termos de desutilidade para a firma em se aumentar o esforço. Já o lado direito da equação apresenta o benefício marginal do esforço em termos de redução no custo do projeto, menos o custo marginal de se aumentar a renda informacional da firma. O regulador a cada período efetivamente pesa os benefícios de se aumentar o esforço daquele período contra o quanto a mais de renda informacional ele terá de deixar para a firma como resultado disso. O resultado final é que em períodos cuja influência do tipo inicial sobre o custo final é muito grande (e, portanto, a margem da firma para requerer uma renda informacional também é grande) o regulador acaba distorcendo mais a alocação ótima de esforço e exigindo um nível inferior ao ótimo, justamente para que ele não se veja forçado a pagar uma renda informacional muito grande à firma. Por fim, note que este pagamento de renda informacional à firma só é um problema porque há um custo social – representado pelo λ - em o Regulador arrecadar verbas. Se ele pode tributar sem custos sociais, isto é, se $\lambda = 0$, então deixar renda para a firma não é mais algo com que ele tenha de se preocupar. Neste caso, ele pode requerer mais uma vez o nível de esforço ótimo e pagar à firma tanta renda quanto for necessária para induzí-la a se esforçar de maneira ótima.

Agora, precisamos definir um esquema de pagamentos que implemente este nível de esforço e mostrar que de fato a solução do nosso problema relaxado satisfaz o problema mais restrito, isto é, que a firma efetivamente reporta de maneira honesta os seus tipos usando o esquema de pagamentos proposto e a política de esforço calculada. O esquema de pagamentos que nós adotaremos é similar ao adotado no modelo anterior. Realizaremos um único pagamento no final do estágio de negociação, pagando ao agente por sua desutilidade do esforço, sua renda informacional e o valor esperado de uma fração dos custos, cobrando depois essa mesma fração dos custos realizados a cada período, de forma a prover incentivos ao agente para realizar a cada período o esforço ótimo. De forma mais precisa, o nosso pagamento é o seguinte:

$$P = \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} \varphi(e_t^{SB}(\theta_1, I)) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta_1}} \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} D_t(s)\varphi'(e_t^{SB}(s, I))ds \tag{2.12}$$

Resta-nos agora checar se, de fato, esse esquema de pagamentos e política de esforço atendem as retrições do modelo. Primeiramente, vamos conferir se a nossa solução atende a uma certa condição de single-crossing. Especificamente, queremos mostrar que:

$$[\delta^{t-1} D_t(\theta_1)[\varphi'(e_t^{SB}(\theta_1)) - \varphi'(e_t^{SB}(\widehat{\theta_1}))]][\theta_1 - \widehat{\theta_1}] \leq 0$$

Para mostrar que esta condição vale, basta mostrar que a política de esforço ótimo é não-crescente em θ_1. Isto decorre do fato que o problema do regulador possui diferenças crescentes em e_t e $-\eta(\theta_1)D_t(\theta_1)$ e que, por hipótese, $\eta(\theta_1)D_t(\theta_1)$ é não-decrescente.

Agora, vamos considerar os incentivos da firma. Primeiramente, como nem a política de esforço ou o pagamento da firma dependem da informação do segundo período, θ_2, é imediato que a firma os reporta de forma honesta. Além disso, é fácil verificar que, condicional a reportar um anúncio qualquer no primeiro período $\hat{\theta}_1$, a firma achará ótimo seguir a recomendação do principal sobre esforço, dada com base no anúncio. Para isto, basta ver que a recompensa marginal do esforço da firma será exatamente $\varphi'(e_t^{SB}(\hat{\theta}_1))$. Agora, resta-nos mostrar que cada tipo tem incentivos para reportar verdadeiramente o seu tipo no primeiro período.

Para isto, seja $U(\theta_1, \hat{\theta}_1)$ a função que representa o payoff que uma firma de tipo θ_1 pode obter ao imitar uma firma de tipo $\widehat{\theta_1}$, dado por:

$$U(\theta_1, \hat{\theta}_1) = \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} \int_{\hat{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} D_t\,(s)\varphi'(e_t^{SB}(s))ds - E[\sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\, \varphi'(e_t^{SZ}\hat{\theta}_1)[z_t(\theta^t) - z_t(\hat{\theta}^t)]]$$

A partir desta função, podemos computar:

$$\frac{\partial U(\theta_1, \hat{\theta}_1)}{\theta_1} = -\sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1}\,[\varphi'(e_t^{SB}(\hat{\theta}_1))D_t(\theta_1)]$$

Segue então da nossa condição de single-crossing a seguinte condição de monotonicidade:

$$[\frac{\partial U(\theta_1, \theta_1)}{\theta_1} - \frac{\partial U(\theta_1, \hat{\theta}_1)}{\theta_1}][\theta_1 - \hat{\theta}_1] = -[\delta^{t-1} D_t(\theta_1)[\varphi'(e_t^{SB}(\theta_1))$$

O resultado segue agora de Pavan, Segall e Toikka [10]. Basicamente, mostra-se que, com esta condição, o problema que a firma se depara no primeiro período é análogo a um caso estático, para o qual os resultados clássicos de desenho de mecanismos se aplicam. ♣

Isto conclui o nosso exemplo de contrato ótimo com informação assimétrica e neutralidade ao risco. Dele podemos já tirar algumas conclusões sobre a política ótima de esforço e o esquema ótimo de pagamentos à firma. A primeira é que, quanto maior o custo dos fundos públicos, maiores serão as distorções na política de esforços relativa ao ótimo social. Isto decorre do fato de que, quanto maior forem os custos dos fundos públicos, maiores serão os custos sociais das rendas informacionais e, no intuito de minimizar estas rendas, o regulador precisará distorcer mais as regras de esforço das firmas. De fato, se não há nenhum custo em tributar a sociedade, $\lambda = 0$, então não há nenhuma distorção e a política primeiro ótima poderá ser implementada. Neste caso, o regulador pagará à firma tanto quanto for necessário para que ela se esforce de maneira ótima, transferindo todo o bem estar gerado pela relação para a firma.

A segunda conclusão extraída é que firmas com custos maiores devem se esforçar menos no primeiro período. Isto ocorre, novamente, por causa da necessidade de se minimizar as rendas informacionais deixadas para as firmas mais eficientes. Com uma redução no esforço exigido de uma determinada firma diminuem as rendas informacionais a serem pagas não só a ela, como também à todas as firmas mais eficientes que ela, de forma que aumentar o esforço exigido de uma firma pouco eficiente é bem mais custoso para o regulador do que aumentar o esforço de uma firma muito eficiente.

A terceira conclusão que podemos tirar do modelo é que as distorções nas políticas de esforço do segundo período serão tão maiores quanto maior for o impacto da informação privada da firma (ou seja, θ_1) sobre os custos do segundo período. Se esta informação é muito importante para determinar os custos no segundo período, então a firma pode extrair uma renda informacional maior dela e, portanto, o regulador terá de distorcer mais as alocações do segundo período para minimizar a renda informacional paga à firma. Por outro lado, se a informação é irrelevante para determinar os custos do segundo período (ou seja, se $\frac{\partial}{\partial\theta_1}z_2 = 0$), o regulador pode implementar a política ótima de esforço no segundo período sem que com isto a renda informacional da firma seja alterada.

Estas considerações com a renda informacional também se refletem no esquema de pagamentos ótimo do modelo: firmas agora recebem apenas uma fração do benefício marginal de seu esforço, e firmas mais eficientes, que precisam se esforçar mais, recebem uma fração maior destes benefícios, de forma a garantir que ela tenha incentivos a se esforçar adequadamente (e as firmas menos eficientes não tenham incentivos a se esforçarem como ela).

Vamos agora analisar mais um exemplo de contrato ótimo, desta vez com aversão ao risco. Consideraremos aqui desta vez que $v(c) = (1/a)\sqrt{2\alpha c + \beta^2} - \frac{\beta}{\alpha}$ com $\alpha, \beta > 0$ e $K > 1/\beta$. Note que esta função tem por inversa $v^{-1}(u) = (\alpha/2)u^2 + \beta u$. Suporemos também que z_2 é tal que, para qualquer $t \geq 2$, $z_2(\theta_1, \theta_2) = D_1\theta_1 + D_2\theta_2$ com $D_t \geq 0$ para qualquer t. Por fim, adotaremos a hipótese que δ, a taxa de desconto intertemporal, é igual a um.

Proposição 3. *Em adição às hipóteses da última proposição, suponha que z_2 é tal que, para qualquer $t \geq 2$, $z_2(\theta_1, \theta_2) = D_1\theta_1 + D_2\theta_2$ com $D_t \geq 0$ para qualquer t e que δ, a taxa de desconto intertemporal,é igual a um e finalmente que $log\varphi'$ é estritamente côncava em $(0, \bar{e})$.*

Então, nível de esforço ótimo quando a firma apresenta $v(c) = (1/$

$a)\sqrt{2\alpha c+\beta^2}-\frac{\beta}{\alpha}$, *com* $\alpha,\beta>0$ *e* $K>1/\beta$ *(aversão ao risco), é dado por:*

$$\varphi'(e_t^{SB}(\theta_1,I))[\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(e_s^{SB}(\theta_1,I))+\int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2}D_s\,\varphi'(e_s^{SB}(r,I))dr)+\beta]\geq$$

$$1-\frac{\varphi''(e_t^{SB}(\theta_1,I))}{f_1(\theta_1,I)}D_t\int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1}\frac{1}{(1+\lambda)}[(1+\lambda)(\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(e_s^{SB}(q,I))$$

$$+\int_{q}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2}D_s\,\varphi'(e_s(r,I))dr)+\beta)-1]f_1(q,I)dq$$

$$-\varphi''(e_2^{SB}(\theta_1,I))[[\varphi'(e_2^{SB}(\theta_1,I))]]Var(\theta_2)1_{\{t=2\}}$$

Por sua vez, o esquema de pagamentos que implementa este nível de esforço é dado por:

$$P=\nu^{-1}(\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi(e_t^{SB}(\theta_1,I))+\int_{\theta_1}^{\bar{\theta_1}}E\,[\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,D_t\varphi'(e_t^{SB}(s,I))|I]ds$$

$$+\sum_{t=1}^{2}\delta^{t-1}\,\varphi'(e^{SB}(\theta_1,I))(C_t(\theta^t)-E[C_t(\theta^t)|I]))$$

Prova:

Começamos, novamente, procurando obter uma forma para caracterizar os pagamentos feitos a firma. Sabemos que, em qualquer história *verdadeira* (θ_1), a função valor em (θ_1,θ_2), $V(\theta_1,\theta_2)$ equivale à utilidade da firma em equilíbrio com probabilidade um (isto é implicado por compatibilidade de incentivos na história verdadeira (θ_1)). Assim, temos que:

$$U^A=\nu(P)-\sum_{t=1}^{2}(\varphi(e_t))=V(\theta_1,\bar{\theta}_2)+\int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2}\frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial\theta_2}\varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds=V(\theta_1,\theta_2)$$

$$P=\nu^{-1}[\sum_{t=1}^{2}\varphi\,(\hat{e}_t(\theta^t))+V(\theta_1,\bar{\theta}_2)+\int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2}\frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial\theta_2}\varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds]$$

Esta expressão para o pagamento total P, porém, depende da história (θ_1), o que não é desejável. Esta dependência pode ser eliminada da seguinte forma. Primeiramente, note que, por compatibilidade de incentivos, $E_{\widetilde{\theta}_2}[V(\theta_1,\widetilde{\theta}_2)]=V(\theta_1)$ numa história verdadeira (θ_1). Assim:

$$E_{\tilde{\theta}_2}[V(\theta_1,\bar{\theta}_2)] = E_{\tilde{\theta}_2}[V(\theta_1,\tilde{\theta}_2) - \int_{\tilde{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} \frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial \theta_2} \varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds]$$

$$V(\theta_1,\bar{\theta}_2) = V(\theta_1) - E_{\tilde{\theta}_2}[\int_{\tilde{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} \frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial \theta_2} \varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds]$$

De forma que então:

$$P = \nu^{-1}[\sum_{t=1}^{2} \varphi\,(\hat{e}_t(\theta^t)) + V(\theta_1) - E_{\tilde{\theta}_2}[\int_{\tilde{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} \frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial \theta_2} \varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds] +$$

Ou, de forma mais compacta,

$$P = \nu^{-1}[\sum_{t=1}^{2} \varphi\,(\hat{e}_t(\theta^t)) + V(\theta_1) + H]$$

Em que $H = -E_{\tilde{\theta}_2}[\int_{\tilde{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} \frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial \theta_2} \varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds] + \int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2} \frac{\partial z_2(\theta_1,s)}{\partial \theta_2} \varphi'(\hat{e}_2(\theta_1,s))ds$

Por sua vez, $V(\theta_1)$ pode, como vimos, ser escrito como $V(\bar{\theta}_1) + E[\eta(\theta_1) \sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} D_t(\theta_1)\varphi'(\hat{e}_t)]$.

Com isto, a função objetivo do regulador num mecanismo compatível a incentivos pode ser escrita como:

$$E[U^P] = E[\sum_{t=1}^{2} (S_t - (1+\lambda)C_t - \varphi(e_t)) - (1+\lambda)P + \nu(P)]$$

Substituindo a forma que foi calculada para P, teremos que:

$$E[U^P] = E[\sum_{t=1}^{2} (S_t - (1+\lambda)C_t - \varphi(e_t))$$

A esta função, aplicamos a estrutura admitida anteriormente para $\nu(P)$ e z_t e ficamos com:

$$E[(S_1 + S_2 - (1+\lambda)(\theta_1 + D_2\theta_1 + \theta_2 - e_1 - e_2)) - (1+\lambda)\alpha/2(\sum_{t=1}^{2} \varphi\,(\tilde{e}_t(\theta^t))$$

O programa (relaxado) do principal consiste em escolher um vetor de funções de esforço $\hat{e}: \Theta_1 \longrightarrow \Re$, $t = 1{,}2$ juntamente com um escalar $V(\bar{\theta}_1) \geq 0$ de forma a maximizar o valor esperado da expressão acima. É imediato que, em qualquer solução, devemos ter $V(\bar{\theta}_1) = 0$. Além disso, como $\varphi'(\bar{e}) = 1/\beta$, é também imediato que qualquer política de esforços que resolva o problema deve ter a propriedade que, para qualquer $t, \hat{e}_t(\theta_1) \in [0, \bar{e}]$ para quase todo $\theta_1 \in \Theta_1$.

Agora, para transformar este problema num problema de controle ótimo, defina as seguintes funções:

- $g: [0, K] \longrightarrow \Re$ tal que $g(0) = 0$, $g(y) = \varphi'^{-1}(y)$ para todo $y \in (0, K)$ e $g(K) = \bar{e}$
- $u_t(\theta_1) \equiv \varphi'(\hat{e}_t(\theta_1))$ para todo $t = 1{,}2$ e qualquer $\theta_1 \in \Theta_1$
- $x_t(\theta_1) \equiv \int_{\theta_1}^{\bar{\theta_1}} u_t\,(z)dz$ para todo $t = 1{,}2$ e qualquer $\theta_1 \in \Theta_1$
- $L(\theta_1, u, x) \equiv f(\theta_1)[(1 + \lambda) \sum_{s=1}^{2} g\,(u_s) + \sum_{s=1}^{2} D_s\, x_s - (1 + \lambda)[\alpha/2(\sum_{s=1}^{2} \varphi\,(g(u_s)) + \sum_{s=1}^{2} D_s\, x_s)^2 + \alpha/2\, \sigma_2^2 (u_2)^2 + \beta(um_{s=1}^{2}\varphi(g(u_s)) + \sum_{s=1}^{2} D_s\, x_s)]]$ para qualquer $(\theta_1, u, x) \in \Theta_1 \times [0, K]^2 \times \Re_+^2$

Com isso, nosso problema pode ser escrito como maximizar

$$\int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta_1}} L\,(s, u(s), x(s))d_s$$

Sujeito a

$$x_t(\theta_1) = \int_{\theta_1}^{\bar{\theta_1}} u_t\,(z)dz \quad \forall \theta_1 \in \Theta_1$$

Este é um problema que, como dissemos, pode ser resolvido aplicando as técnicas de controle ótimo, tratando u como o vetor de variáveis de controle e x como o vetor de variáveis de estado. Primeiro, verificamos que uma solução deste problema existe aplicando o Teorema de Tonelli [11] Para tanto, primeiro mostramos que, para qualquer $(\theta_1, x) \in \Theta_1 \times R_+^2$ a função $L(\theta_1, ., x)$ é estritamente côncava.

Primeiramente, note que, para qualquer $y \in (0, K)$,

$$g''(y) = \frac{d}{dy}[\frac{1}{\varphi''(g(y))}] = \frac{-\varphi'''(g(y))}{[\varphi''(g(y))]}.$$

Isto implica que $\sum_{s}^{2} g\,(u_s)$ é estritamente côncava em u. Em seguida, note que, para qualquer $y \in (0, K)$,

$$\frac{d^2}{du^2}\varphi(g(u)) = \frac{d}{du}[\frac{\varphi'(g(u))}{\varphi''(g(u))}] = \frac{h'(g(u))}{\varphi''(g(u))}$$

onde $h(z) \equiv \frac{\varphi'(z)}{\varphi''(z)}$ e portanto $h'(z) = \frac{d}{dz}(\frac{\varphi'(z)}{\varphi''(z)}) = (\{\frac{dlog\varphi'(z)}{dz}\}^{-1}) > 0$ uma vez que $log\varphi'$ é côncava. Assim, $\varphi(g(y))$ é convexa. Desta forma, $\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(g(u_s))$ é convexo em u. Além disso, como $y = x^2$ é convexa e crescente sempre que seu argumento x for não negativo, $-(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(g(u_s)) + \sum_{s=1}^{2} D_{1,s}\, x_s)^2$ é côncavo em u também. O mesmo argumento também implica que, para qualquer s, a função $-(\sum_{k=s}^{2} D_{s,k}\, u_k)^2$ é cônvava em u, de tal forma que $-\frac{\alpha}{2}\sum_{s=2}^{2}\sigma_s^2\,(\sum_{k=s}^{2} D_{s,k}\, u_k)^2$ é fracamente côncava. Em conjunto, estas observações implicam que L é estritamente côncava em u, como requerido. Mais ainda, L é contínua. Por fim, como u é limitado, a “condição de coercividade" do Teorema de Tonelli é desnecessária. Uma solução existe. Finalmente, como L é fraca e conjuntamente côncava em (u, x) e estritamente côncava em u implica que a solução é essencialmente única.

Resolvendo então por métodos de controle ótimo, chegamos a uma condição de primeira ordem, que define implicitamente a função esforço:

$$\varphi'(e_t^{SB}(\theta_1, I))[\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(e_s^{SB}(\theta_1, I)) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s^{SB}(r, I))dr) + \beta] \geq$$

(Com igualdade se o esforço ótimo for maior que zero). ♣

Aqui, vemos que, além dos efeitos vistos para o caso de neutralidade ao risco, temos um efeito novo: a aversão ao risco distorce os esforços do segundo período. A razão para isto é que, como devemos lembrar, o grau de exposição da firma ao risco varia de acordo com o seu tipo, sendo que firmas mais eficientes estão mais expostas ao risco (por receberem uma fatia maior das recompensas de seu esforço) do que as firmas menos eficientes. Porém, isto também dá direito a elas a um prêmio de risco agora. Assim, a escolha ótima de esforço também é afetada por esse impacto no prêmio de risco das firmas.

Além disso, notamos que o custo líquido dos fundos públicos é diferente. Este custo é dado pela diferença entre o custo social dos fundos públicos e a utilidade auferida pela firma da transferência destes fundos. No caso de neutralidade ao risco, esse custo líquido era dado por λ. Agora, este custo marginal líquido é dado pela diferença entre $1 + \lambda$ e $v'(P)$. Quando a utilidade marginal da renda para a firma é menor que um, intensificam-se as perdas de bem-estar decorrentes de uma transferência feita pelo regulador, de forma que ele passa a distorcer mais as alocações. Além disso, mesmo quando o custo dos fundos públicos é zero, se a utilidade marginal da renda para a firma for menor que um, então o custo social líquido das transferências ainda será negativo e portanto o regulador desejará limitar a renda informacional deixada para a firma.

Caracterizada a política ótima de esforço para um determinado nível de investimento, queremos agora entender como estas duas variáveis interagem entre si e como respondem a variações num importante parâmetro, o nível de informatividade que o primeiro período possui acerca dos custos do segundo período, $\frac{\partial z_2}{\partial \theta_1}$. Chamaremos esse nível de informatividade de D. Primeiro, analisaremos os efeitos dele e do investimento sobre a decisão ótima de esforço que o regulador irá impor.

Proposição 4. *O efeito marginal do investimento e do parâmetro de informatividade, D, sobre o nível ótimo de esforço quando há assimetria de informação são ambos negativos nos exemplos considerados de neutralidade ao risco e aversão ao risco.*

Prova: Aplicando o teorema da função implícita, podemos computar os efeitos marginais. O efeito marginal do investimento no esforço requerido pelo regulador, quando há assimetria de informação e neutralidade ao risco, é dado por:

$$\frac{\partial e_t}{\partial I} = \frac{-\lambda/(1+\lambda)\frac{\partial}{\partial I}\eta(\theta_1, I)D_t(\theta_1)\varphi''(e_t(\theta_1))}{\varphi''(e_t(\theta_1)) + \lambda/(1+\lambda)\eta(\theta_1, I)D_t(\theta_1)\varphi'''(e_t(\theta_1))}.$$

Como $\lambda, \eta, D_t, \varphi'', \varphi'''$ são todos positivos, o efeito final é negativo.

Já o efeito marginal do índice de informatividade, D na política ótima de esforços é dado por:

$$\frac{\partial e_2}{\partial D_2} = \frac{-\lambda/(1+\lambda)\eta(\theta_1, I)\varphi''(e_2(\theta_1))}{\varphi''(e_t(\theta_1)) + \lambda/(1+\lambda)\eta(\theta_1, I)D_t(\theta_1)\varphi'''(e_t(\theta_1))}$$

Da mesma forma que o anterior, como o denominador é todo positivo e os termos do produto do numerador também são positivos, o sinal de menos torna este efeito marginal negativo.

Para computar os efeitos marginais do caso de aversão ao risco, procedemos por partes. Primeiro, denote por

$$X(e,D) = \varphi'(e_t^{SB}(\theta_1,I))[\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(e_s^{SB}(\theta_1,I)) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s^{SB}(r,I))dr) + \beta]$$

a desutilidade marginal do esforço,

$$Y(e,I,D) = \frac{\varphi''(e_t^{SB}(\theta_1,I))}{f_1(\theta_1,I)} D_t \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} 1\,/(1+\lambda)[(1+\lambda)(\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi\,(e_s^{SB}(q,I))$$

o efeito marginal na renda informacional e

$$Z(e) = \varphi''(e_2^{SB}(\theta_1,I))[[\varphi'(e_2^{SB}(\theta_1,I))]]Var(\theta_2)1_{\{t=2\}}$$

o efeito marginal no prêmio de risco.

Desta forma, quando o esforço é maior que zero, a equação do esforço ótimo anteriormente computada pode ser escrita como $X + Y + Z = 1$, de forma que ao aplicar mais uma vez o teorema da função implícita, teremos que os efeitos desejados serão dados por:

$$\frac{\partial e_t}{\partial I} = -\frac{\dfrac{\partial Y}{\partial I}}{\dfrac{\partial X}{\partial e_t} + \dfrac{\partial Y}{\partial e_t} + \dfrac{\partial Z}{\partial e_t}}$$

$$\frac{\partial e_t}{\partial D_2} = -\frac{\dfrac{\partial X}{\partial D_2} + \dfrac{\partial Y}{\partial D_2}}{\dfrac{\partial X}{\partial e_t} + \dfrac{\partial Y}{\partial e_t} + \dfrac{\partial Z}{\partial e_t}}$$

Precisamos agora, portanto, computar cada uma das seis componentes envolvidas nestas expressões. Com mais algumas contas, mostra-se que:

$$\frac{\partial X}{\partial e_t} = \varphi''[\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi' dr) + \beta] + \varphi'[\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi' + \int_{a_1}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'' dr) + \beta]$$

$$\frac{\partial Y}{\partial e_t} = \frac{\varphi'''}{f_1} D_t \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} 1\,/(1+\lambda)[(1+\lambda)(\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi + \int_{q}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s(r,I))dr) +$$

$$\beta) - 1]f_1(q,I)dq + \frac{\varphi''}{f_1} D_t \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} 1\,/(1+\lambda)[(1+\lambda)\alpha(\sum_{s=1}^{2}\varphi'$$

$$+ \int_{q}^{\bar{\theta}_1}\sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi''(e_s(r,I))dr)]f_1(q,I)dq$$

$$\frac{\partial Z}{\partial e_t} = \varphi'''(e_2^{SB}(\theta_1, I))[\varphi'(e_2^{SB}(\theta_1, I))]Var(\theta_2)1_{\{t=2\}}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{\varphi''(e_t^{SB}(\theta_1, I))}{f_1(\theta_1, I)} D_t \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} 1/(1+\lambda)[(1+\lambda)(\alpha(\sum_{s=1}^{2} \varphi\,(e_s^{SB}(q, I))$$

$+$

$$\int_q^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s(r, I))dr) + \beta) - 1] \frac{\partial f_1(q, I)dq}{\partial I}$$

$$- \frac{\frac{\partial f_1(q, I)dq}{\partial I} \varphi''(e_t^{SB}(\theta_1, I))}{(f_1(\theta_1, I))^2} D_t * er \tag{13}$$

$$* \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} 1/(1+\lambda)[(1+\lambda)(\alpha(\sum_{s=1}^{2} \varphi\,(e_s^{SB}(q, I))$$

$$+ \int_q^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s(r, I))dr) + \beta) - 1] f_1(q, I)dq$$

$$\frac{\partial X}{\partial D_2} = \varphi'(e_2^{SB})\alpha \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} \varphi'\,(e_2^{SB}(r, I))dr$$

$$\frac{\partial Y}{\partial D_2} = \frac{\varphi''(e_t^{SB}(\theta_1, I))}{f_1(\theta_1, I)} \int_{\underline{\theta_1}}^{\theta_1} \lambda/(1+\lambda)[\alpha(\sum_{s=1}^{2} \varphi + \int_q^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s(r, I))dr)$$

Como estas seis componentes são todas positivas, temos que os efeitos marginais sobre o esforço são ambos negativos, da mesma forma que no caso de neutralidade ao risco.♣

O efeito marginal negativo do investimento sobre a decisão ótima de esforço que o regulador toma ocorre porque um nível mais alto de investimento implica em custos esperados do esforço mais altos, uma vez que a renda informacional esperada será mais alta.O regulador responde então a isto baixando o esforço requerido para todos os tipos. O efeito é similar para aumentos em D_2; um índice informacional maior leva a um aumento na renda informacional esperada a ser paga para a firma, o que faz com que o regulador contrabalanceie isto escolhendo um nível de esforço menor para todos os tipos.

Com este resultado, teremos concluído nossa análise das decisões de contratação e produção do modelo dinâmico. Podemos estabelecer agora algumas breves comparações com o caso estático, de forma a salientar e clarificar alguns pontos do trabalho.

Ao adicionar um período a mais de produção ao modelo, nós dotamos a firma não apenas de mais uma “modalidade" de esforço que ela pode exercer, mas também adicionando uma dimensão adicional ao seu conjunto de informações. Além disso, tanto esta nova dimensão de informação quanto a nova modalidade de esforço guardam entre si uma relação ditada tanto por sua precedência temporal como também pelo índice informacional $D_2(\theta_1)$. Estas adições tornam o problema do regulador mais complicado, pois agora a firma possui mais opções de estratégias em suas mensagens e como há tanto uma relação estatística entre as duas informações e elas também são reveladas em períodos distintos, prover incentivos de forma adequada torna-se mais complexo. A firma agora pode explorar as relações existentes entre ambos os períodos para conseguir se beneficiar seja no primeiro, seja no segundo período, mentindo algum deles para se beneficiar no outro.

Apesar de (usando uma versão própria do teorema do envelope para casos dinâmicos) sermos capazes de resolver este problema de forma similar ao problema estático, a solução do modelo também apresenta diferenças, refletindo a nova característica incorporada. Os esforços do futuro são distorcidos de forma a prover incentivos no presente para que a firma reporte corretamente a sua informação inicial. Esta é a principal diferença do contrato no modelo dinâmico para o modelo estático: a provisão de incentivos éfeita levando em conta não apenas distorções (e informações) no período atual, mas sim pensando em todos os períodos, de acordo com o quanto cada período é afetado pela informação que a firma detém. Embora a análise tenha sido feita para um modelo de dois períodos, para maior clareza, sua idéia poderia ter sido estentida para um modelo com um número arbitrário de períodos, de acordo com o mesmo princípio: a provisão de incentivos para o primeiro período é feita distorcendo os diversos períodos futuros, de acordo com o impacto da informação inicial para aquele período.

No caso de firmas avessas ao risco, a introdução de um período adicional também traz ao problema um risco moral (*moral hazard*) neste segundo período, em que o tipo futuro da firma será desconhecido para ela no momento da contratação. Além disso, como as preferências da firma sobre a renda nesse caso variam de acordo com a renda total e esta renda total engloba o pagamento por todos os esforços, as escolhas de esforços de todos os períodos estão ainda mais inter-relacionadas. Mesmo no primeiro período, em que a firma não enfrenta nenhuma incerteza, a escolha do nível ótimo de esforço é indiretamente afetada pelo efeito que os prêmios de risco de períodos futuros terão em sua utilidade marginal da renda.

2.4. Investimentos em tecnologia

Introduzimos agora uma característica adicional em nosso modelo: a possibilidade da firma realizar um investimento em uma tecnologia. Este investimento em tecnologia difere da escolha de esforço que a firma faz ao início de cada período em dois aspectos. O primeiro é que ele é decidido antes da firma observar seu primeiro tipo. O segundo aspecto é que, diferentemente do impacto temporário que os esforços tem sobre a produção, este investimento teria um impacto duradouro sobre a produtividade da firma. Essa decisão de investimento pode ser interpretada como uma escolha de uma tecnologia de produção ou um investimento em capital.

Seguindo Laffont e Tirole (1993) [8], modelaremos esta decisão de tecnologia da seguinte forma: seja I o montante investido pela firma. O impacto que este investimento terá nos custos de produção será dado via o impacto dele na distribuição do tipo inicial da firma. Quanto maior for o montante investido, maior será a probabilidade da firma pertencer a um tipo inicial mais eficiente. Como esse tipo inicial influencia também as probabilidades dos tipos futuros da firma serem também mais eficientes, temos que o efeito do investimento perdura além do período inicial (em nosso modelo de dois períodos, ele impacta o segundo período via $D_2(\theta_1)$; caso extenda-se o modelo para mais de um período, o investimento afetaria todos os períodos em que $D_t(\theta_1)$ é positivo). Especificamente, teremos que $F_{1I} > 0$ e $F_{1II} < 0$ representando que quanto maior for o investimento, maior a probabilidade da firma ter uma informação favorável sobre os custos.

Queremos computar qual será a decisão ótima de investimento para a firma. A decisão primeiro-ótima é aquela em que o investimento é contratável pelo regulador. Quando isto acontece, é fácil ver que o regulador escolherá contratar um montante de I tal que o custo marginal de investir (neste caso, igual a 1) iguale o benefício marginal social do investimento, dado por $E[\sum_{t=1}^{2} F_{1,I}\,(\theta_1, I) D_t]$. Quando o investimento não é contratável, a decisão torna-se menos trivial, pois agora a firma comparará o custo marginal do investimento com o efeito que o investimento possui sobre a renda informacional que ela antecipa ter. No caso de informação simétrica, a renda informacional é sempre zero e portanto a decisão também é trivial: a firma nunca investirá. Porém, quando há assimetria de informação, o impacto do investimento sobre a renda informacional é composto de dois efeitos de sinais opostos e a firma escolherá *I* de acordo com eles:

Proposição 5. *A decisão de investimento da firma, quando há assimetria de informação, é dada implicitamente por:*

$$\int_{\underline{\theta}_1}^{\overline{\theta}_1} (F_1(s,I) \frac{\partial}{\partial I} [\sum_{t=1}^{2} \delta^{t-1} D_t(\theta_1) \varphi'(e_t^{SB}(s,I))]$$

Prova: Uma vez que o único efeito do investimento é melhorar as probabilidades da firma possuir um primeiro tipo mais eficiente, os impactos do investimento na utilidade da firma estarão todos ligados ao impacto de seu tipo inicial sobre sua utilidade: isto é, a firma escolherá o nível de investimento de forma a maximizar a renda informacional esperada dela. No caso de informação assimétrica, como vimos, a expressão que ela busca maximizar é então dada por:

$$E[V(\theta_1)] = E[\eta(\theta_1) \sum_{t=1}^{T} \delta^{t-1} D_t(\theta_1) \varphi'(\hat{e}_t)]$$

Maximizando ponto a ponto a expressão acima, chegamos na condição de primeira ordem apresentada na proposição. ♣

Como dissemos anteriormente, há dois efeitos atuando sobre a renda informacional esperada quando há um aumento no montante investido. O primeiro deles é o efeito direto do investimento sobre a distribuição de probabilidade do tipo da firma: quanto mais se investe, maior a probabilidade da firma ter uma grande renda informacional, associada a um tipo muito eficiente. Porém, há um segundo efeito, o efeito que o nível de investimento tem sobre a política de esforço e, por conseguinte, sobre a renda informacional. Como veremos a seguir, quanto maior é o investimento realizado pela firma, menor é o esforço requerido pelo principal de todos os tipos e, por sua vez, menor é também a renda informacional paga. Desta forma, há dois efeitos contrários atuando sobre a renda informacional da firma quando há um aumento no investimento. Uma analogia que pode ser traçada para entender estes dois efeitos é o aumento do número de participantes numa corrida: uma corrida com poucos participantes dá ao corredor uma chance maior de vitória, mas um prêmio menor. Já uma corrida com muitos participantes diminui as chances do corredor vencer, mas dá um prêmio maior caso ele vença. O único caso em que a decisão de investimento da firma corresponde a decisão socialmente ótima, que seria tomada por um regulador caso ele pudesse contratar sobre investimento, será quando o custo dos fundos públicos for igual a zero. Neste caso, o regulador deixa de se importar em reduzir a renda informacional da firma e o lucro dela passa a ser igual ao bem estar total, de forma que ela faz escolhas (primeiro-)ótimas de esforço e investimento.

Ainda sobre a decisão de investimento, há alguns pontos adicionais e sutis que merecem destaque. O primeiro deles é a função do investimento para a firma. O monopolista possui um interesse diferente do regulador sobre a decisão de tecnologia. Enquanto para o regulador o investimento em tecnologia é importante porque poderá minimizar os custos de produção, para a firma este impacto nos custos de produção é pouco relevante. O que realmente importa para ela na decisão de investir é o quanto o investimento poderá melhorar o sinal que ela recebe antes de assinar o contrato: o valor do investimento está puramente no ganho informacional que ela pode auferir dele; a redução dos custos de produção é importante apenas porque esta é a informação que o regulador valoriza e está disposto a pagar mais por ela.

O segundo ponto importante é que o investimento não possui qualquer impacto direto sobre o risco que a firma está sujeita no modelo. Este risco, devemos lembrar, é dado por θ_2, enquanto o investimento afeta apenas θ_1, que é de conhecimentoda firma no momento em que ela assina o contrato com o regulador. De fato, firmas avessas ao risco podem investir menos que firmas neutras ao risco, embora este efeito não tenha a ver com as preferências dela sobre o risco e sim com o fato de sua utilidade marginal da renda ser menor que a unidade. Quando isto ocorre, os incentivos do regulador em deixar menos renda informacional para a firma serão mais fortes, ocasionando portanto menos incentivos para esta firma investir:

Proposição 6. *Suponha as mesmas condições da Proposição 3 e, adicionalmente, que* $[\alpha(\sum_{s=1}^{2} \varphi\,(e_s^{SB}(\theta_1, I)) + \int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} D_s\, \varphi'(e_s^{SB}(r, I))dr) + \beta] > 1 \quad all \theta_1 \in \Theta_1, I, \lambda, D_2$. *Então, a decisão de investimento da firma será menor do que a decisão de investimento que ela teria caso* $v(P) = P$.

Prova: Nós queremos mostrar que ambos os termos dentro da integral do lado esquerdo da igualdade são menores quando há aversão ao risco. Para isto, precisamos mostrar que $\varphi'(e_t^{SBRN}) > \varphi'(e_t^{SBRA})$ e $\frac{\partial}{\partial I}\varphi'(e_t^{SBRN}) > \frac{\partial}{\partial I}\varphi'(e_t^{SBRA})$. Começaremos mostrando que $\varphi'(e_t^{SBRN}) > \varphi'(e_t^{SBRA})$.

Para ver isto, veja que

$$\varphi'(e_t^{SBRA}) = [\alpha(\sum_{s=1}^{2} \varphi\,(e_s^{SBRA}(\theta_1, I)) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} \sum_{s=1}^{2} D_s\,\varphi'(e_s^{SBRA}(r, I))dr) + \beta$$

Como o primeiro fator do produto é menor que um e no segundo fator do produto o termo dentro da integral que multiplica $f_1(q, I)$ será sempre maior que $\frac{\lambda}{1+\lambda}$ por hipótese, mostramos que $\varphi'(e_t^{SBRN}) > \varphi'(e_t^{SBRA})$.

Queremos mostrar agora que $\frac{\partial}{\partial I}\varphi'(e_t^{SBRN}) > \frac{\partial}{\partial I}\varphi'(e_t^{SBRA})$. Quando $\lambda = 0$, $\frac{\partial}{\partial I}\varphi'(e_t^{SBRN}) = 0$ e é fácil notar que esta desigualdade vigora. Calculando agora $\frac{\partial^2}{\partial I \partial \lambda}\varphi'(e_t^{SBRN})$ e $\frac{\partial^2}{\partial I \partial \lambda}\varphi'(e_t^{SBRA})$, nota-se que são ambos iguais e que portanto a diferença manter-se-á constante para qualquer valor de λ. ♣

Desejamos agora estudar como esta decisão de investimento da firma responde a variações em diferentes parâmetros do modelo. Por simplicidade, analisaremos as respostas da decisão de uma firma neutra ao risco. Para fazer isto, realizamos algumas simulações das curvas de investimento em relação a D_2 para diferentes combinações de parâmetros. As figuras abaixo ilustram essas escolhas de investimento da firma. Nelas usamos a seguinte forma para a função de desutilidade do esforço: $\varphi(e_t) = e_t^2/2$.Além disso, supusemos que $z_2 = D_2\theta_1 + \theta_2$. Para a distribuição $F_1(\theta_1, I)$, escolhemos a distribuição distribuição normal, truncada entre 0 e 1 por ser log-côncava e bem conhecida. Fixamos o desvio padrão em 1 e média dada em $1 - 10^5 I/(10^5 I + 1)$, de forma que um invetimento igual a zero gera uma média também igual a zero e investimentos maiores aumentam a média da distribuição. Admitindo esta estrutura, as simulações que realizamos podem ser encontradas no apêndice A.

Analisando agora os efeitos marginais de D sobre a escolha de investimento da firma, podemos notar que, para valores baixos do custo dos fundos públicos, o investimento aumenta à medida que o índice de informatividade aumenta, para valores de D entre zero e um. A interpretação disso é que quando D cresce, a renda informacional aumenta de tal forma que mesmo que o regulador responda a um alto investimento diminuindo o esforço requerido da firma, ainda vale a pena para ela tentar melhorar a sua probabilidade de conseguir um tipo mais eficiente. Outra forma de entender isto é que, quando λ é próximo de zero, a decisão de investimento (e esforço) da firma é próxima da socialmente ótima, pois o regulador não se preocupa tanto em limitar a renda informacional da firma. Neste caso, ela receberá uma fração muito grande do excedente social total e portanto, se beneficiará mais dos efeitos do investimento em redução de custo. Como este efeito do investimento em reduzir o custo do segundo período é maior quanto maior for D_2, o impacto do primeiro tipo sobre o segundo custo, a sua decisão de investimento também aumentará com D_2. Para valores em torno $\lambda = 0.12$ ou maiores, o efeito de D sobre a escolha de I torna-se menos bem definido, sendo positivo em algumas regiões e negativo em outras, mudando rapidamente de sinal e podendo apresentar descontinuidades. Isto ocorre porque a medida que o custo social líquido das transferências (que no caso de neutralidade ao risco são dados por da) vão ficando maiores, o regulador tentará limitar mais a renda deixada para a firma e o efeito do investimento sobre o nível de esforço (e, por extensão, sobre a renda informacional recebida pela firma) ficará mais forte também, influenciando agora de maneira relevante as decisões da firma.