

## 2

### O Modelo Padrão

O Modelo Padrão é a teoria mais bem sucedida até agora para descrever as partículas elementares<sup>1</sup> das quais está composta a matéria, bem como as interações entre elas. As partículas elementares que compõem o Modelo Padrão estão agrupadas em *quarks*, *léptons* e *bósons de gauge*.

Os quarks e léptons são férmions com spin 1/2, divididos em 4 grupos com distintos valores de carga elétrica  $Q$ :

$$Férmions \left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\begin{array}{cc} u, c, t & d, s, b \\ Q=2/3 & Q=-1/3 \end{array}}^{Quarks} \\ \overbrace{\begin{array}{cc} e, \mu, \tau & \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \\ Q=-1 & Q=0 \end{array}}^{Léptons} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Eles são chamados respectivamente (como suas iniciais sugerem): *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* e *bottom* para o caso dos quarks; *elétron*, *múon*, *tau*, e seus correspondentes neutrinos, no caso dos léptons.

Os quarks e léptons podem ser agrupados em três famílias de ordem crescente na massa, de maneira que para os quarks a distribuição fica :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

e correspondentemente para os léptons:

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Os quarks nunca foram encontrados livres na natureza; eles sempre são observados em estados ligados formando as partículas conhecidas como

<sup>1</sup>Uma partícula elementar é aquela que não está composta por nenhuma outra partícula.

*hádrons*: os *mésons*, que estão compostos por um quark e um anti-quark ( $q_1, \bar{q}_2$ ) com carga oposta de cor; e os *bárions* que são estados de três quarks.

Exemplos de hádrons são:

$$Hadrons \left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\pi^\pm, K^+, D^+, \rho, J/\Psi, \dots}^{Mésons(q\bar{q})} \\ \underbrace{p, n, \Delta^\pm, \Sigma, \Lambda, \Lambda_b, \Omega, \dots}_{Bárions} \end{array} \right. \quad (2.4)$$

As partículas que têm a função de serem as mediadoras entre as interações são chamadas de *bósons de gauge* e são:

**Glúon** ( $g$ ) Mediador da interação forte.

**Fóton** ( $\gamma$ ) Mediador da interação eletromagnética.

**Bósons**  $W^\pm$  e  $Z^0$  Mediadores da interação fraca .

**Higgs** Partícula que media as interações de Yukawa, responsável pela aquisição de massa das demais partículas.

Em termos do formalismo matemático da teoria de grupos, o Modelo Padrão está descrito pelo grupo de simetria [2]:

$$SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

A componente  $SU(3)$  é a teoria de calibre que descreve as interações de quarks coloridos e glúons (Cromodinâmica Quântica). No setor da interação forte há um octeto de campos gluônicos  $G_\mu^{1,\dots,8}$  que corresponde aos oito geradores do grupo  $SU(3)$ .

O modelo que descreve as interações eletrofracas está definido [1] pelo grupo de simetria  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  segundo a teoria de Goldstone-Weinberg-Salam [8] [3] .

Em resumo, o Modelo Padrão tem 3 tipos de campos:

**Campos de matéria:** as três gerações de quarks e léptons.

**Campos de gauge:** correspondem aos bósons de spin 1 que mediam as interações (bósons vetoriais).

**Setor de Higgs:** Campo quântico que faz com que as partículas se comportem como dotadas de massa, produto da interação com o bóson de Higgs (campo escalar).

Esta teoria é descrita pela lagrangiana fundamental [9]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(SU(3)_C) + \mathcal{L}(SU(2)_L \times U(1)_Y) + \mathcal{L}(\text{Higgs}) + \mathcal{L}(\text{Yukawa}) \quad (2.5)$$

A interação de Yukawa é usada para descrever o acoplamento entre o bóson de Higgs, os quarks e os léptons. A simetria é quebrada espontaneamente pelo valor esperado de vácuo do campo de Higgs, que permite aos férmions e aos bósons  $W^\pm$  e  $Z^0$  adquirirem suas massas.

## 2.1 Simetrias

Em física, os conceitos de simetria e leis de conservação estão intimamente relacionados à invariância de um sistema sob um conjunto de transformações (translações, rotações, deslocamentos temporais). A simetria de um sistema descreve-se a partir de um conjunto de transformações que constituem um grupo; estas transformações se associam a operadores determinados que atuam sob os vetores de estados, não alterando o estado físico do sistema. Quando um sistema apresenta uma simetria determinada, a lagrangeana deste permanece inalterada sob a ação do grupo de transformações. Isto implica a existência de uma magnitude conservada por trás de cada lei fundamental.

O Teorema de Noether afirma que se um sistema se comporta de forma idêntica no que diz respeito a algum tipo de transformação (ou seja, sua *Lagrangeana*  $\mathcal{L}$  é simétrica em relação a alguma transformação como translação, rotação ou deslocamento temporal), então deve existir uma grandeza conservada dentro do sistema que está associada a esta simetria. Ou dito em outras palavras, *para cada simetria contínua existe uma lei de conservação correspondente*. Algumas das simetrias mais fundamentais estão mostradas na tabela 2.1

Simetria	grandeza conservada
Translação no Espaço	Momento Linear
Translação no Tempo	Energia
Rotação no Espaço	Momento Angular

**Tabela 2.1:** Simetrias e as grandezas conservadas associadas a estas.

As simetrias dividem-se em contínuas e discretas; as simetrias discretas mais importantes são C, P, T e as combinações destas, CP e CPT, que serão estudadas a seguir.

### 2.1.1 Paridade

O conceito de Paridade foi introduzido no contexto da física atômica em 1927 pelo físico Eugene Wigner [10], para descrever a inversão das coordenadas espaciais das partículas de um sistema:

$$P|\psi(t, \vec{r})\rangle = |\psi(t, -\vec{r})\rangle \quad (2.6)$$

Numa inversão espacial, conhecida também como reflexão especular, a simetria da lagrangiana do sistema em relação a tal reflexão implica, através do Teorema de Noether, a conservação de uma grandeza conhecida como paridade. A simetria de paridade ou inversão espacial, ainda que aplicada em sistemas clássicos, tem a sua maior importância no estudo de sistemas descritos pela Mecânica Quântica. Na descrição clássica, inversão espacial envolve uma mudança no referencial de mão direita para outro de mão esquerda. Assim, invariância sob paridade é equivalente à indistinguibilidade de esquerda e direita.

Se considerarmos uma partícula num campo de força central, as funções de onda de Schrödinger que descrevem os autovalores são funções pares ou ímpares da coordenada  $r$ , ou seja para uma Hamiltoniana do tipo

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) \quad (2.7)$$

as auto-funções de energia são da forma:

$$\psi_{nlm}(r) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.8)$$

Se fizermos uma transformação na origem,

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \quad (2.9)$$

o que em coordenadas esféricas significa:

$$r \rightarrow r \quad \theta \rightarrow \pi - \theta \quad \phi \rightarrow \theta + \pi \quad (2.10)$$

desta maneira encontramos que

$$Y_{lm}(\pi - \theta, \theta + \pi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.11)$$

$$\psi_{nlm}(-r) = (-1)^l \psi_{nlm}(r) \quad (2.12)$$

O termo  $(-1)^l$  é chamado a paridade do estado e neste caso é determinado pelo momento angular orbital. Estados com  $\psi(-r) = +\psi(r)$  são chamados estados com paridade positiva ou par, enquanto que aqueles com  $\psi(-r) = -\psi(r)$  são conhecidos como estados com paridade negativa ou ímpar. A paridade de um sistema em qualquer momento não pode ser determinada a partir das distribuições gerais de massa ou carga pois estas são funções de  $|\psi|^2$ .

A operação de paridade tem a propriedade de ser equivalente à transformação identidade quando aplicada duas vezes no mesmo sistema:

$$P^2 = 1 \quad (2.13)$$

portanto  $P$  é unitária e hermitiana:

$$P^\dagger = P = P^{-1} \quad (2.14)$$

Todas as autofunções de  $P$  satisfazem  $P\psi(r) = \eta\psi(r)$  onde  $\eta$  é chamada a paridade do estado e  $P$  é conhecido como o operador de paridade

$$P^2\psi(r) = \eta^2\psi(r) \quad (2.15)$$

$$P^2\psi(r) = \psi(r) \quad (2.16)$$

$$\eta^2 = 1 \quad (2.17)$$

$$\eta = \pm 1 \quad (2.18)$$

Vê-se imediatamente que funções pares e ímpares de  $r$  são as autofunções de  $P$  com autovalores  $+1$  e  $-1$  respectivamente.

A aplicação do conceito de paridade em processos elementares, onde partículas são criadas e destruídas, revela novos aspectos como a noção de paridade intrínseca de uma partícula. A partir dos estudos de Wigner, acreditava-se que a paridade era conservada nas reações nucleares; em outras palavras, as leis da física não deveriam distinguir entre direita e esquerda, ou entre tempo positivo e negativo, assim sendo a conservação de paridade era tida como um princípio central da física. No entanto, em 1956, ao observar os decaimentos piônicos<sup>2</sup> dos mésons  $K$ , Lee e Yang [11] tiveram as primeiras indicações de que certos tipos de decaimentos que envolvem forças fracas não conservam paridade, fato que os levou a fazer um estudo completo de

---

<sup>2</sup>Experiência que ficou conhecida como o “quebra-cabeça  $\tau - \theta$ ”, nome usado para se referir a estes mésons que decaem em dois e três píons, respectivamente, mas têm paridade oposta, como demonstrado por Dalitz.

experimentos nos quais supunha-se conservação de paridade. Eles chegaram à conclusão inicial que, enquanto nas interações forte e electromagnética tinha-se forte evidência da conservação de paridade, não existia tal evidência para sua conservação nas interações fracas, sugerindo, portanto, experimentos nos quais a hipótese acima podia ser testada. Isto levou à prova feita em 1957 por C. S. Wu et al [12] da violação de paridade no decaimento- $\beta$  do Cobalto-60 ( $Co^{60} \rightarrow Ni^{60*} + e^- + \bar{\nu}_e$ ) ao observar que, se admitida a conservação de paridade e polarizando o eixo magnético dos núcleos de Cobalto, a taxa de elétrons emitidos numa direção não era igual àquela dos elétrons emitidos na direção da transformação especular.

Em resumo, as correntes fracas carregadas acoplam-se apenas com estados de mão esquerda ou “canhotos” (partículas com projeção do spin antiparalela ao momento), o que representa uma violação máxima da simetria de paridade.

### 2.1.2

#### Conjugação de Carga

A essência da operação de conjugação de carga  $C$  é mudar o sinal das cargas internas de uma partícula. Originalmente foi concebida como aquela operação que troca elétrons por pósitrons e depois foi generalizada como uma substituição de partículas por antipartículas.

Podemos descrever o efeito da conjugação de carga de uma partícula num estado com momento  $p$  e spin  $\lambda$  pela relação:

$$C|\Psi(p, \lambda, A)\rangle = |\Psi(p, \lambda, -A)\rangle \quad (2.19)$$

$C$  é o operador unitário correspondente à conjugação de carga, que não muda os valores de  $p$  e  $\lambda$ , mas faz o valor da carga  $Q$  mudar para  $-Q$ ; a grandeza  $A$  denota o conjunto de números quânticos aditivos; assim sendo em princípio, a mudança

$$A \rightarrow -A$$

implica que

$$C|\Psi(p, \lambda, A)\rangle \neq a|\Psi(p, \lambda, +A)\rangle.$$

Sistemas eletricamente carregados transformam-se em suas partículas opostas sob a operação de conjugação de carga, e por consequência não são auto-estados do operador  $C$ , pois da equação acima, pode-se ver que um auto-estado deste, deve ter valor zero em todos seus números quânticos internos.

Mésons neutros podem ser auto-estados de  $C$  com auto-valores para a paridade de conjugação de carga  $\eta_C = \pm 1$ , como no caso dos mésons  $\pi^0(u\bar{u}-d\bar{d})$  e  $\Psi(c\bar{c})$ ; mas não é uma condição suficiente para ser auto-estado, como no caso do méson  $K^0(s\bar{d})$ , que, não obstante ser neutro, não é um auto-estado de  $C$ . De acordo com as análises de Lee, Oehme e Yang [13], foi demonstrado que os decaimentos leptônicos do pión violam a conservação de carga:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.20a)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.20b)$$

No decaimento de  $\pi^-$  encontra-se que  $\mu^-$  está polarizado na direção do seu momento, enquanto no decaimento de  $\pi^+$ , o  $\mu^+$  tem o seu spin antiparalelo ao seu momento. A comparação destes processos conjugados mostra claramente a violação na invariância da conjugação de carga.

### 2.1.3 Inversão Temporal

A operação de inversão temporal corresponde à mudança no sinal de  $t$  numa equação de movimento, e teremos invariância de inversão temporal na teoria de Dirac, no caso que a função de onda transformada satisfaça a equação que leva o mesmo nome. Em termos gerais para um operador  $T$  que agindo numa função que descreve o estado de uma partícula no tempo  $t$ :

$$\Psi'(x', t') = T\Psi(x, t) = \Psi'(x, -t) \quad t' = -t \quad x' = x \quad (2.21)$$

Se usamos a equação de Schrodinger

$$i\frac{\partial\Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = H\Psi(\vec{x}, t) \quad (2.22)$$

a conjugação complexa dessa equação fornece a expressão:

$$-i\frac{\partial\Psi^*(\vec{x}, t)}{\partial t} = H^*\Psi^*(\vec{x}, t) \quad (2.23)$$

e se aplicarmos uma mudança temporal de  $t \rightarrow -t$  obteremos:

$$i\frac{\partial\Psi^*(\vec{x}, -t)}{\partial t} = H^*\Psi^*(\vec{x}, -t) \quad (2.24)$$

Comparando esta equação com a primeira das três (equação 2.22) vê-se que, se fornecida uma hamiltoneana do tipo  $H = H^*$ , então  $\Psi^*$  tem que ser a mesma função de  $-t$  como  $\Psi$  é de  $t$ .

O operador de inversão deve agir de maneira que

$$T\Psi = \Psi^* \quad (2.25)$$

ou seja que de maneira geral para qualquer função  $F$  este operador deve ter a forma

$$T(F)T = (F)^* \quad (2.26)$$

$$T^2 = 1 \quad (2.27)$$

Vemos que não se tem invariância temporal a menos que  $H$  seja real; contudo, se por exemplo  $H$  depende dos spins, então expressa-se em função das matrizes de Pauli e, portanto, contém termos em  $\sigma_y$ , que é puramente imaginária<sup>3</sup>, de maneira que  $H^* \neq H$ .

Com o intuito de manter a invariância em  $T$ , temos que requerer a existência de uma transformação que chamaremos  $T_i$  que preserva as amplitudes de probabilidade e atua no sistema da hamiltoneana  $H^*$  executando o processo inverso  $H^* \rightarrow H$ :

$$T_i H^* T_i^{-1} = H \quad (2.28)$$

Pode-se mostrar que o operador de reversão temporal  $T$  é não unitário (anti-unitário), e portanto, não pode ser um observável, dado que não origina a conservação de um número quântico, como no caso da conjugação de carga.

## 2.2

### Violação de Carga e Paridade

De acordo com o explicado acima, a interação fraca viola ambas as simetrias  $C$  e  $P$  separadamente, mas acreditava-se que a combinação delas, a simetria  $CP$ , fosse conservada; neutrinos estão orientados apenas no sentido da mão esquerda, enquanto suas anti-partículas têm orientação direita (estados com apenas  $C$  ou  $P$  aplicadas separadamente não existem na natureza, por exemplo anti-neutrinos de mão esquerda)<sup>4</sup>, portanto surgiu naturalmente a ideia de que a combinação das simetrias de carga e paridade ( $CP$ ) fosse uma

---


$${}^3\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

<sup>4</sup>Considerando neutrinos de massa nula



simetria da natureza. Entretanto, observou-se que CP era violada a partir do estudo dos decaimentos de káons neutros, como explicamos a seguir.

Com o intuito de explicar o estranho comportamento dos káons neutros<sup>5</sup>, à época do  $\theta - \tau$  puzzle, de maneira independente Gel-Mann [14] e Nishijima [15] explicaram tal observação por meio da atribuição de um número quântico de “estranheza” ao  $K^0$ , que se conserva em processos de produção mas é violado nos decaimentos fracos. Este esquema implicava que o  $K^0$  não podia ser a sua própria anti-partícula (em contraste com outras partículas neutras como o fóton e o pión neutro  $\pi^0$ ), pois carrega um número quântico aditivo  $S = 1$ , requerendo-se a existência de um káon neutro com  $S = -1$ , o  $\bar{K}^0$ .

Em 1955 Gell-man e Pais [16] propuseram o estado  $K_1 = (K^0 + \bar{K}^0)/\sqrt{2}$ , uma combinação linear<sup>6</sup> de  $K^0$  e  $\bar{K}^0$  que podia decair para estados de dois píons, enquanto a combinação ortogonal destes,  $K_2 = (K^0 - \bar{K}^0)/\sqrt{2}$  era proibida de decair para tal estado, como explicado a seguir por meio da análise da conjugação de carga, de paridade e de combinação destas CP.

Um káon é anti-partícula do outro, assim

$$C|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad C|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (2.29)$$

Como os káons são pseudo-escalares, a sua paridade intrínseca é:

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.30)$$

Aplicando conjuntamente ambas as operações anteriores obtemos:

$$CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad CP|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \quad (2.31)$$

Pela proposta de Gell-man e Pais explicada acima, segue-se que estados próprios de CP são:

$$|K_1\rangle = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad |K_2\rangle = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (2.32)$$

os quais sob uma transformação de CP comportam-se como:

$$|K_1\rangle \xrightarrow{CP} |\bar{K}_1\rangle \quad |K_2\rangle \xrightarrow{CP} -|\bar{K}_2\rangle \quad (2.33)$$

De acordo com as nossas suposições iniciais, estes são estados correspondentes às partículas observadas e, enquanto  $K_1$  deve decair

<sup>5</sup>O káon neutro  $K^0$  foi identificado pela primeira vez em 1947 nas radiações cósmicas via seu decaimento em um par de píons carregados  $\pi^+\pi^-$

<sup>6</sup> $K^0$  pode-se transformar em  $\bar{K}^0$  através da interação fraca e, como consequência, as partículas observadas no laboratório não são estas, senão apenas algumas combinações lineares delas.

totalmente para estados com  $CP = +1$ , o méson  $K_2$  deve decair totalmente para estados com  $CP = -1$ ; assim os decaimentos piônicos

$$|K_1\rangle \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0 \quad |K_2\rangle \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0 \quad (2.34)$$

são permitidos por conservarem CP, enquanto que os decaimentos

$$|K_1\rangle \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0 \quad |K_2\rangle \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0 \quad (2.35)$$

são proibidos de acontecer.

Experimentalmente foram observados dois tipos de káons neutros, chamados de  $K_S$  e  $K_L$  respectivamente (curto e longo, pelas vidas médias e tipos de decaimento de cada um):

$$\Gamma(K_S) = 0.89 \times 10^{-10} s \quad \Gamma(K_L) = 0.52 \times 10^{-7} s \quad (2.36)$$

Levando em consideração as regras de seleção, o caminho natural era supor que

$$|K_S\rangle = |K_1\rangle \quad e \quad |K_L\rangle = |K_2\rangle$$

Porém, em 1964 Cronin e Fitch [17] realizaram uma experiência com káons neutros para investigar o comportamento destes e encontraram que  $K_L$  decai também para dois píons

$$K_L \rightarrow \pi^+\pi^- \quad (2.37)$$

com uma taxa de decaimento da ordem de  $10^{-3}$ , o que representa clara evidência de violação de CP, pois o estado final de dois píons tem estado de  $CP = 1$ , enquanto o estado permitido de três píons tem  $CP = -1$ .

Dado que a simetria CP não se conserva, os estados físicos  $K_S$  e  $K_L$  não podem corresponder aos auto-estados de CP,  $K_1$  e  $K_2$ , como tinha sido proposto no início, mas contêm pequenas componentes de estados com valor de CP oposto:

$$|K_S\rangle = \frac{1}{(1 + |\epsilon|^2)^{\frac{1}{2}}} [ |K_1\rangle - \epsilon |K_2\rangle ] \quad (2.38)$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{(1 + |\epsilon|^2)^{\frac{1}{2}}} [ \epsilon |K_1\rangle + |K_2\rangle ] \quad (2.39)$$

onde  $\epsilon$  é um parâmetro complexo.

Os decaimentos de violação de CP

$$K_L \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$$

podem, por conseguinte, ocorrer em duas maneiras distintas:

1) A componente  $K_1$  proibida por CP nos decaimentos de  $K_L$  por meio

dos processos permitidos por CP da equação 2.34, fornecendo uma contribuição proporcional à probabilidade  $|\epsilon|^2/(1+|\epsilon|^2) \approx |\epsilon|^2$  de encontrar a componente  $K_1$  em  $K_L$ .

- 2) A componente  $K_2$  permitida por CP no decaimento de  $K_L$  por meio dos processos não permitidos por CP da equação 2.35.

Análises detalhadas dos dados mostraram que este último mecanismo é o dominante, com valor de assimetria:

$$|\epsilon| = 2.2 \times 10^{-3} \quad (2.40)$$

Isto é, violação de CP ocorre principalmente através da mistura dos auto-estados de CP nos estados físicos das equações 2.38 e 2.39 ao invés de decaimentos que violam CP diretamente, como na equação 2.35.

Em resumo, na seção 2.1 estudamos as três simetrias discretas fundamentais C, P, T e as condições para que elas sejam conservadas se aplicadas sob uma função que descreve o estado de um sistema dado, enquanto que, na seção 2.2, foi mostrado que as interações fracas não são invariantes sob transformação de CP, de maneira que esta simetria não pode ser considerada uma grandeza fundamental da natureza. Entretanto, existe um princípio conhecido como *Teorema CPT*, o qual supondo apenas interações locais, invariância de Lorentz e Causalidade, expressa que o produto das três simetrias CPT é sempre uma simetria que deve ser conservada; conseqüentemente a simetria CPT é uma propriedade fundamental das leis físicas. Se, como visto, a simetria CP é violada, então T também é violada para manter a simetria CPT. Até em dia, o teorema CPT é consistente com todos os experimentos realizados.

No Modelo Padrão a violação de CP é causada por uma fase complexa na matriz de mistura dos quarks, como explicado a seguir.

## 2.3

### Violação de CP no Modelo Padrão

O entendimento da dinâmica da geração de assimetria matéria-antimatéria é um dos objetivos fundamentais da física das partículas elementares, por conseguinte o estudo do fenômeno conhecido como violação de CP tem uma importância essencial para tentar compreender o comportamento da natureza ao nível básico dos hádrons.

É sabido que para léptons as correntes fracas carregadas são caracterizadas por acoplarem unicamente membros de uma mesma família  $l \rightarrow W + \nu_l$  no limite de massa nula para os neutrinos. Porém, da observação

de decaimentos do tipo  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ , que ocorrem via  $u + \bar{s} \rightarrow W^+$ , conclui-se que o setor dos quarks se comporta de maneira diferente do que o dos léptons; o decaimento acima envolve acoplamentos de  $u$  com um quark  $\bar{s}$ .

Glashow, Iliopoulos e Maiani [18] propuseram a existência do quark *charmoso*<sup>7</sup>  $c$  tal que os estados  $d'$  e  $s'$  são estados rotacionados dos quarks  $d$  e  $s$ :

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \quad s' = -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c \quad (2.41)$$

onde introduziu-se um parâmetro dito ângulo de Cabibbo ( $\theta_c \sim 13^\circ$ ) [6], por ter sido ele quem em 1963 o introduziu (ainda no contexto de apenas mesons  $K$  e  $\pi$ ) para considerar decaimentos que não conservam estranheza. A matriz unitária que realiza a rotação na expressão 2.41 para os estados de quarks  $s$  e  $d$  é:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

que contém apenas o parâmetro  $\theta_c$  exposto acima e expressa a probabilidade de um quark com sabor  $i$  mudar para o sabor  $j$ :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Considerando a generalização do mecanismo de GIM para mais de duas famílias de quarks, antes mesmo do quark  $c$  ser descoberto, Kobayashi e Maskawa [19] propuseram particularmente incluir uma terceira geração de quarks, o *top* e o *bottom*, para tentar explicar os resultados de violação de CP obtidos por Cronin e Fitch como explicado na seção anterior.

Com seis sabores de quarks, as correntes fracas podem ser descritas por transformações unitárias entre os três dubletos de quarks. Em analogia com a equação 2.43 obtemos a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM):

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

A fim de manter a conservação de probabilidade, a matriz CKM tem que ser unitária ( $V^\dagger V = 1$ , onde  $V^\dagger$  é a matriz adjunta de  $V$ ). Pode-se mostrar que, pelo fato de  $V_{CKM}$  ser uma matriz  $3 \times 3$  ortonormal, deve conter três parâmetros reais ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ ) -a generalização dos ângulos de mistura de Cabibbo- e uma fase complexa  $-e^{i\delta}$ - responsável pela violação de CP. Em termos destes quatro parâmetros são possíveis várias parametrizações. Na parametrização standard

<sup>7</sup>Conhecido como o mecanismo de GIM.

[20],  $V_{CKM}$  é descrita pelos ângulos de mistura entre gerações de quarks e a fase  $\delta$ :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

com  $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$  e  $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ .

No entanto, a matriz CKM pode também ser escrita na parametrização de Wolfenstein [21] como a expansão em quatro parâmetros, baseada na observação experimental de que os elementos diagonais da matriz são próximos da unidade. O elementos da matriz são expandidos em termos de  $\lambda \equiv \sin\theta_c \approx 0.22$  até termos de  $\lambda^5$  e maiores, se necessário.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda + \frac{1}{2}A^2\lambda^5[1 - 2(\rho + i\eta)] & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4(1 + 4A^2) & A\lambda^2 \\ A\lambda^3[1 - (1 - \frac{1}{2}\lambda^2)(\rho + i\eta)] & -A\lambda^2 + \frac{1}{2}A\lambda^4[1 - 2(\rho + \eta)] & 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 \end{pmatrix}$$

aqui  $A$ ,  $\rho$  e  $\eta$  são números reais.

A condição de unitariedade de  $V_{CKM}$  e a ortogonalidade entre as colunas  $\sum_{j=1}^3 V_{ij}V_{jk}^* = 0$  fornece um sistema de nove equações, seis delas podendo ser representadas geometricamente no plano complexo:

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (2.46)$$

$$V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{cs}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0 \quad (2.47)$$

$$V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{ub}^* = 0 \quad (2.48)$$

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (2.49)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (2.50)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2.51)$$

Tais equações são muito importantes para compreendermos as predições do Modelo Padrão ao serem representadas como triângulos com áreas iguais à metade do *Invariante de Jarlskog* [22]:

$$A_{T_{unit}} = \frac{J}{2} = \frac{1}{2} \text{Im}(V_{11}V_{22}V_{12}^*V_{21}^*) = \frac{1}{2}s_1^2s_2s_3c_1c_2c_3\sin\delta \quad (2.52)$$

Se escolhermos apenas a relação 2.51, vemos que, ela é formada por

termos da mesma ordem em  $\lambda$ , criando um triângulo com os lados da mesma magnitude:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 = \mathcal{O}(\lambda^3) + \mathcal{O}(\lambda^3) + \mathcal{O}(\lambda^3) \quad (2.53)$$

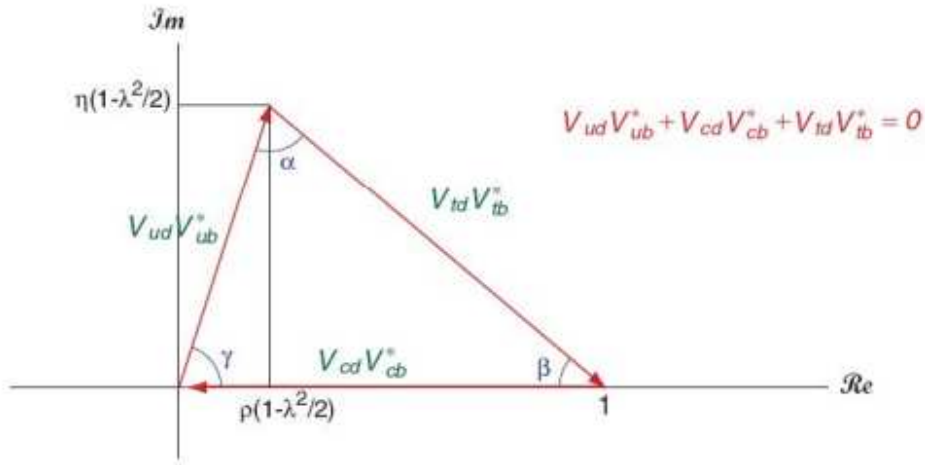
Por convenção, fazemos com que o triângulo esteja normalizado em relação ao termo real  $V_{cd}V_{cb}^*$  e obteremos o conhecido triângulo unitário apresentado na figura 2.1.

Desta maneira, temos que os três ângulos do triângulo unitário conhecidos como  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são:

$$\alpha = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) = \arg\left(-\frac{1 - \rho - i\eta}{\rho + i\eta}\right) \quad (2.54)$$

$$\beta = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) = \arg\left(\frac{1}{1 - \rho - i\eta}\right) \quad (2.55)$$

$$\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) = \arg(1 - \rho - i\eta) \quad (2.56)$$



**Figura 2.1:** Triângulo unitário de CKM fornecido pela relação 2.53 com os respectivos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  obtidos do sistema de equações 2.54 a 2.56.

Estas grandezas físicas representam a parte responsável pela violação de CP na matriz CKM. Em ordem  $\lambda^3$ , os ângulos do triângulo unitário se relacionam com a fase que viola CP na matriz CKM de acordo com

$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}, \quad V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma} \quad (2.57)$$

Em conclusão, a possibilidade que alguns dos elementos da matriz CKM possam ser complexos fornece um mecanismo para a violação da simetria de

carga e paridade -violação CP- da qual se tem evidência para káons e mésons  $B$ . De acordo com o Modelo Padrão, Violação de CP no setor de charme seria nula ou muito pequena, como discutiremos a seguir.

### 2.3.1 Mecanismos de Violação de CP em Charme

Como discutido na seção anterior, a única fonte possível de violação de CP predita no Modelo Padrão é devida à presença de uma fase complexa na matriz de mistura que descreve as interações fracas via correntes carregadas dos quarks. Especificamente no setor de charme, a observação de violação de CP com assimetrias entre  $D^+$  e  $D^-$  da ordem de 1% significaria evidência clara de nova física.

Definimos as amplitudes de decaimento de um méson pseudoescalar  $D$  que poderia ser carregado ou neutro, e  $\bar{D}$  -seu conjugado CP- a um estado final de multi-partícula  $f$ , e  $\bar{f}$  -seu conjugado CP- como sendo:

$$A_f = \langle f | \mathcal{H} | D \rangle \quad \bar{A}_f = \langle f | \mathcal{H} | \bar{D} \rangle \quad (2.58)$$

onde  $\mathcal{H}$  é a Hamiltoniana que rege as interações fracas.

Como no caso dos mésons K e B, no setor de charme existem três maneiras pelas quais podemos encontrar violação de CP:

- 1) O decaimento de mésons carregados fornece a possibilidade de obter violação de CP direta no setor de charme. Para uma partícula decaindo no mesmo estado final através de dois mecanismos diferentes com fases distintas fraca e forte

$$A_f = |A_1| e^{i\delta_1} e^{i\phi_1} + |A_2| e^{i\delta_2} e^{i\phi_2} \quad (2.59)$$

com  $\phi_i$  a fase fraca ( $\phi_i \rightarrow -\phi_i$  sob conjugação CP) e  $\delta_i$  a fase forte ( $\delta_i \rightarrow \delta_i$  sob conjugação CP), fazendo com que a amplitude de CP conjugada  $\bar{A}_f$  seja distinta de  $A_f$ .

No caso de várias amplitudes  $A_k$  contribuindo ao mesmo estado final, teríamos:

$$\left| \frac{\bar{A}_f}{A_f} \right| = \left| \frac{\sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{-i\phi_k}}{\sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{i\phi_k}} \right| \quad (2.60)$$

Se CP é conservada, as fases fracas são iguais. Então se obtivermos

$$\left| \bar{A}_f / A_f \right| \neq 1 \quad (2.61)$$

significa que a simetria de CP é violada.

Este tipo de violação de CP é chamado de *violação de CP direta ou violação de CP em decaimentos* e muitas vezes resulta da interferência entre as amplitudes dos chamados diagramas *árvore* e *pinguim* nos distintos modos de decaimento que levam ao mesmo estado final. Processos envolvendo este tipo de diagramas serão estudado com maior detalhe no capítulo 3.

Por exemplo, no caso do méson  $D^\pm$  define-se a assimetria entre  $\Gamma(D^+ \rightarrow f^+)$  e  $\Gamma(D^- \rightarrow f^-)$  causada<sup>8</sup> pela violação de CP como sendo:

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(D^- \rightarrow f^-) - \Gamma(D^+ \rightarrow f^+)}{\Gamma(D^+ \rightarrow f^+) + \Gamma(D^- \rightarrow f^-)} = \frac{|\bar{A}_{f^-}/A_{f^+}|^2 - 1}{|\bar{A}_{f^-}/A_{f^+}|^2 + 1} \quad (2.62)$$

Em outras palavras, se um méson decaindo em seu estado final  $f$  tem uma largura de decaimento distinta daquela que tem o seu conjugado  $\bar{D}$ , existira uma assimetria que pode ser determinada segundo a relação acima. Geralmente define-se assim para decaimentos em dois corpos. No próximo capítulo discutiremos a definição de assimetria para decaimentos em três corpos.

- 2) Outra causa de violação de CP é dada pela mistura (*mixing com  $\Delta C = 2$* ) de mésons neutros. Se considerarmos um estado  $|\Psi\rangle$  que é uma superposição de dois mésons neutros  $D^0$  e  $\bar{D}^0$ , teremos:

$$|\Psi(0)\rangle = a(0)|D^0\rangle + b(0)|\bar{D}^0\rangle \quad (2.63)$$

Este irá evoluir no tempo até adquirir componentes que descrevam em qualquer tempo  $t$  todos os estados finais possíveis  $f_1, f_2, \dots$ , ou seja,

$$|\Psi(t)\rangle = a(t)|D^0\rangle + b(t)|\bar{D}^0\rangle + \sum c_i(t)|f_i\rangle \quad (2.64)$$

se este tempo  $t$  é maior do que a escala típica da interação forte<sup>9</sup>, a evolução temporal do sistema é determinada por uma hamiltoneana  $2 \times 2$  não hermitiana -pois de outra maneira os mésons somente oscilariam sem decair- da forma:

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma \quad (2.65)$$

<sup>8</sup> $\Gamma$  é a largura de decaimento do méson  $D$ .

<sup>9</sup>Da ordem de  $10^{-23}$  segundos.



onde  $M$  e  $\Gamma$  são matrizes hermitianas associadas às transições  $(D^0, \bar{D}^0) \rightarrow (D^0, \bar{D}^0)$  de estados intermediários. Os elementos diagonais destas matrizes estão associados com as transições que conservam sabor  $D^0 \rightarrow D^0$  e  $\bar{D}^0 \rightarrow \bar{D}^0$ .

Os auto-vetores de  $H$  tem massas e larguras de decaimento  $\Gamma$  bem definidas. Se introduzimos parâmetros complexos  $p$  e  $q$  para especificar as componentes dos auto-estados da interação forte,  $D^0$  e  $\bar{D}^0$ , nos auto-estados de massa:

$$|D\rangle = p|D^0\rangle \pm q|\bar{D}^0\rangle \quad (2.66)$$

sabemos, da condição de normalização, que  $|p|^2 + |q|^2 = 1$ .

Se a simetria CP (ou  $T$ , independentemente, de  $CPT$ ) é uma simetria de  $H$ , então  $M_{11} = M_{22}$  e  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$  e, resolvendo o problema de auto-valores para  $H$ , obtemos:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{M_{12}^* - (i/2)\Gamma_{12}^*}{M_{12} - (i/2)\Gamma_{12}} \quad (2.67)$$

Para que CP seja simetria de  $H$ , é preciso que  $M_{12}$  e  $\Gamma_{12}$  sejam relativamente reais, levando à conhecida expressão:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = e^{2i\delta} \implies \left|\frac{q}{p}\right| = 1 \quad (2.68)$$

sendo  $\delta$  a fase arbitrária introduzida anteriormente.

$$\langle P_i | P_j \rangle = |p|^2 - |q|^2 = 0 \quad (2.69)$$

ou, de outra maneira,

$$\left|\frac{q}{p}\right| \neq 1 \implies \text{Violação CP} \quad (2.70)$$

que é conhecida como *Violação CP em mistura ou Violação CP indireta*, como resultado dos auto-estados de massa serem distintos dos auto-estados de CP.

- 3) Existe ainda uma terceira fonte de violação CP no charme, que é causada pela interferência entre decaimentos com mistura e decaimentos diretos, que acontece no caso de um méson  $D$  decair para estados finais que são comuns para ele e seu conjugado  $\bar{D}$ , incluindo todos os seus autoestados de CP. Para um dado estado final  $f$  a contribuição de violação de CP pode ser expressa no parâmetro:

$$\lambda_f = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f} \quad (2.71)$$

### 2.3.2

#### Mésons Charmosos e Violação de CP

Os mésons são agrupados em escalares, pseudoescalares, vetoriais, axiais e tensoriais segundo os seus números quânticos  $J^{PC}$ , sendo  $J = L + S$ , o momento angular total,  $L$  o momento angular orbital e  $S$  o spin total do par  $q_1\bar{q}_2$ .  $P$  e  $C$  são os autovalores de paridade e conjugação de carga, estudados na seção 2.1.

Todos os mésons são instáveis: decaem por interações fortes, fracas ou eletromagnéticas dependendo de suas características, e a maior parte de sua massa provém da energia de ligação e não da soma das massas dos seus componentes. Um caso particular de estudo são os mésons charmosos. Em 1974 dois experimentos, no Laboratório Nacional de Brookhaven (BNL) [23] e no Acelerador Linear de Stanford (SLAC) [24] anunciaram simultaneamente a descoberta da ressonância  $J/\Psi$ , interpretada como um estado ligado do par  $c\bar{c}$ .

Em nosso caso estudamos o méson  $D^+(1869) = (c\bar{d})$  ou  $D_s^+(1969) = (c\bar{s})$  decaindo em três corpos.<sup>10</sup> Segundo o Modelo Padrão, o quark  $c$  decai fracamente<sup>11</sup> em um quark  $s$  ou em um quark  $d$  por meio da troca de um bóson virtual  $W^+$ . Este tipo de decaimento  $c\bar{q}$  pode ser representado segundo algum dos diagramas de aniquilação, troca ou mixing de quarks.

No diagrama de aniquilação o quark  $c$  interage com um antiquark inicial aniquilando-se e produzindo um bóson  $W^\pm$  que logo pode produzir um par leptônico ou hadrônico. No diagrama de troca de  $W^\pm$ , quarks do estado inicial trocam um bóson  $W^\pm$  e suprimem-se reciprocamente. O diagrama de mixing consiste na dupla troca de bósons e são muito suprimidos em relação aos diagramas anteriores.

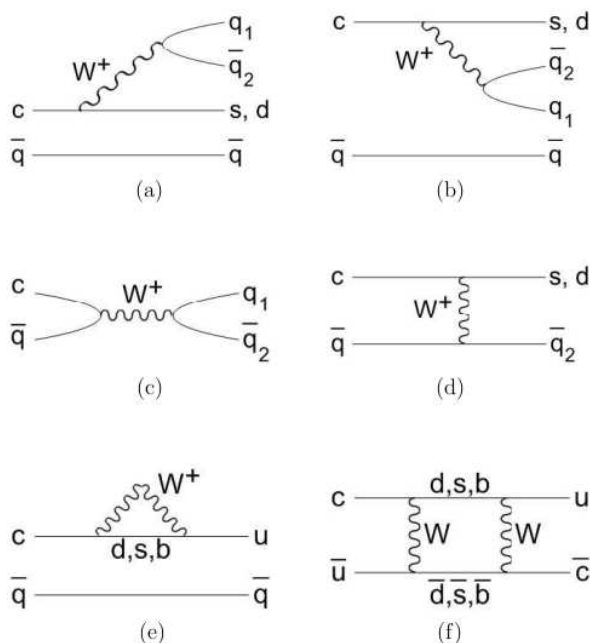
<sup>10</sup>Na expressão  $D^+(1869)$  o valor 1869 representa a massa do méson  $D^+$  em unidades de  $\text{MeV}/c^2$  ( $c = 1$  em unidades naturais).

<sup>11</sup>O que se conhece como troca de sabor.

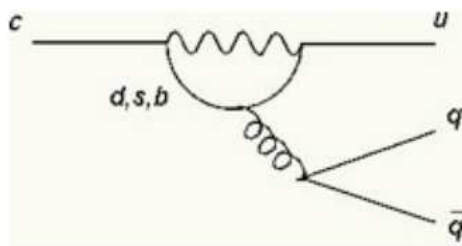
No Modelo Padrão, o decaimento de qualquer méson que contém um quark pesado pode ocorrer via interações de correntes carregadas, nos quais as amplitudes são divididas em duas classes chamadas *árvore* e *pinguim*, os diagramas *árvore* podendo ser de espectador interno e externo. O chamado diagrama espectador externo pode acoplar o bóson  $W^\pm$  tanto a um par de léptons num decaimento semileptônico, como a um par quark-antiquark num decaimento hadrônico no qual o quark leve inicial comporta-se como um espectador. No diagrama espectador interno não existe liberdade de escolha de cor, deste modo o bóson pode apenas acoplar-se com um par quark-antiquark para hadronizar e manter a neutralidade em cor, motivo pelo qual é chamado de *suprimido em cor*. Já o diagrama pinguim envolve interação forte e considera *loops* de quarks virtuais nos quais o bóson  $W^\pm$  é reabsorvido na mesma linha de quark da qual foi emitido. Na figura 2.2, apresentam-se os diagramas básicos para árvore e pinguim; enquanto na figura 2.3 é mostrado o processo de loop para um quark  $c$  numa troca de sabor  $c \rightarrow u\bar{q}q$ , transição que apenas é possível por meio de um diagrama pinguim, emitindo um glúon que logo emite um par quark-antiquark. Estes tipos de processos são de grande interesse porque é sabido que podem ser especialmente sensíveis a efeitos de física nova. Como o Modelo Padrão prediz efeitos nulos ou muito pequenos de violação de CP, nova física poderia aumentar substantivamente efeitos de violação de CP em charme.

São nos chamados decaimentos suprimidos por Cabibbo que pode haver interferência entre árvore e pinguim formando o mesmo estado final. O diagrama pinguim, entretanto, teria amplitude muito menor. Na figura 2.4 exemplificamos o decaimento  $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$  (não ressonante) pelos dois processos e a diferença de fase fraca entre eles pode gerar no Modelo Padrão assimetrias menores ou da ordem de 0.1% [25]. Efeitos de 1% poderiam estar associados a nova física [26] [27].

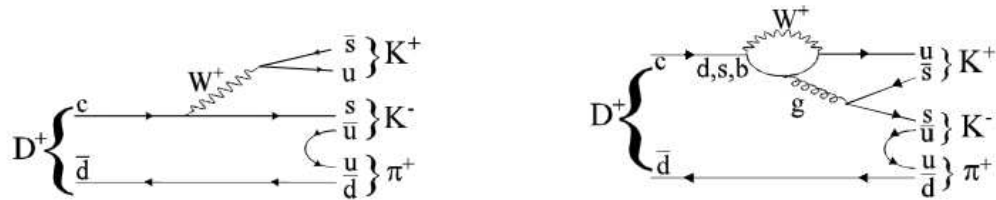
Em resumo, a Violação de CP no Modelo Padrão provém de uma fase fraca na matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), pode ser implementada pela interferência entre os diagramas *árvore* (emissão interna ou externa de um bóson  $W$ ) e *pinguim* (loop-emissão e reabsorção de um glúon  $g$ ), e é manifestada como uma assimetria entre as taxas de decaimento de uma partícula e sua anti-partícula. No capítulo 3 estudaremos a cinemática e dinâmica dos decaimentos, para logo entrarmos no estudo dos métodos de busca de violação de CP no setor de charme.



**Figura 2.2:** Diagramas de Feynman para o decaimento de mésons charmosos. (a) e (b) representam diagramas espectador externo e interno, respectivamente. (c) e (d) por sua vez mostram os diagramas de aniquilação  $c\bar{q}$  e troca de bóson. O caso do méson charmoso realizar uma transição por meio de um loop está representado em (e), e o diagrama de mistura de quarks está representado por (f).



**Figura 2.3:** Detalhe do diagramas pinguim para o decaimento do quark charm. As transições possíveis no loop são  $c \rightarrow d$ ,  $c \rightarrow s$  e  $c \rightarrow b$  cada uma delas com a correspondente amplitude de transição  $|V_{cq}|$ . Porém, a probabilidade de transição final está dada pela expressão  $|V_{cq}||V_{qu}|$ , o que faz com que esta grandeza seja desprezível em alguns casos. O glúon emitido do loop produz um par quark-antiquark que logo formam estados ligados com outros quarks.



**Figura 2.4:** Diagramas árvore e pinguim para o decaimento  $D^+ \rightarrow K^+K^-\pi^+$ . À esquerda, apresenta-se este decaimento como um diagrama árvore pela emissão externa do bóson  $W^+$  emitindo logo o par de quarks  $\bar{s}u$  para formar o méson  $K^+$ . Do lado direito temos o mesmo estado final dado pela contribuição pinguim no qual o quark  $c$  envolve um loop para chegar no estado final  $u$  e o glúon emitido do loop emite um par formado pelo quark  $s$  e o antiquark  $\bar{s}$  de maneira que este último forma o méson  $K^+$ .