

## 5

### Método Heurístico Proposto

A idéia do método a ser desenvolvido neste estudo é adaptar o método de Newton, proposto por Fliege *et al.* (2008) e aplicado para resolver problemas de otimização multiobjetivo não linear com variáveis contínuas, para resolver problemas de escalonamento em vários ambientes. Nessa adaptação, tem-se que considerar problemas com variáveis inteiras ou binárias, e ainda considerar um novo critério de parada. Observa-se que o método original utiliza como teste de parada a satisfação da condição necessária de otimalidade de primeira ordem, ou seja, gradiente da função objetivo nulo em um iterado, que agora não pode ser mais usado já que a noção de gradiente não se aplica em variáveis inteiras. A seguir, são apresentados as variações do método de Newton para problemas de escalonamento nos ambientes FSP, fJSP, iRS/OS e APS.

#### 5.1

##### Método proposto para o FSP

O algoritmo correspondente ao método proposto para FSP é iterativo. Ele visa melhorar a seqüência de tarefas a cada iteração, obtendo, por fim, um conjunto de soluções *não-dominadas* em relação às medidas de desempenho sendo consideradas simultaneamente.

##### 5.1.1

###### Estrutura principal

O algoritmo parte de uma solução inicial, quer dizer, uma seqüência  $s^*$  gerada em cada iteração. Esta solução melhora primeiro mediante a vizinhança gerada pelo método de inserção (descrita na seção 2.1.4-3) e depois a vizinhança gerada pelo método de troca de duas tarefas (descrita na seção 2.1.4-2). Quando possível, gera uma nova seqüência de operações em que pelo menos uma das funções objetivo é melhorada. Este enfoque de melhoria misturando os dois tipos de vizinhança foi proposto por Ho (1993). O algoritmo segue enquanto o

parâmetro “melhoria” for verdadeiro. O pseudocódigo da estrutura principal do algoritmo proposto é descrito a seguir.

---

**Procedimento:** Estrutura principal - FSP

**Input:**  $N_{iter}$ ;

**Output:**  $ND$ ;

**Início**

$S \leftarrow \emptyset, ND \leftarrow \emptyset$ ;

**para**  $i \leftarrow 1$  **até**  $N_{iter}$  **faça**

    Gere uma solução inicial  $s^*$ ;

    melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;

**enquanto** (melhoria = verdadeiro) **faça**

        Melhore a seqüência de tarefas  $s^*$  mediante o método de inserção;

$s' \leftarrow s^*$ ;

        Melhore a seqüência de tarefas  $s^*$  mediante o método de troca;

**se** ( $s' = s^*$ ) **então**

            melhoria  $\leftarrow$  falso;

**fim se**;

**fim enquanto**;

$S \leftarrow S \cup \{s^*\}$ ;

**fim para**;

$ND \leftarrow$  Soluções não dominadas de  $S$ ;

**Fim**

---

Na estrutura principal do algoritmo proposto para o FSP,  $N_{iter}$  é o número de iterações ou número de soluções geradas inicialmente e que serão melhoradas; se  $s^*$  não muda ( $s' = s^*$ ) significa que os objetivos não melhoraram;  $S$  é o conjunto de soluções melhoradas de todas as seqüências inicialmente geradas;  $ND$  é o conjunto de soluções *não-dominadas* do conjunto  $S$ . A seguir, são detalhados os componentes ou subrotinas do algoritmo proposto.

### 5.1.2 Melhorar seqüência de tarefas bi-objetivo

O procedimento parte de uma seqüência inicial de tarefas  $s_0 = s^*$ , para  $k = 0$ . Seu objetivo é melhorar em cada iteração pelo menos uma função objetivo sem piorar outra função. Para isso, em cada iteração  $k$  gera-se a vizinhança  $N(s_k)$  da seqüência  $s_k$  e testando o parâmetro  $\theta$  escolhe-se o melhor vizinho de  $N(s_k)$ , de modo que minimize pelo menos um objetivo. O melhor vizinho de  $N(s_k)$  será  $s_{k+1}$  e  $k$  passa a ser  $k + 1$ . O procedimento continuará enquanto for possível reduzir pelo menos uma função objetivo (caso em que descida=verdadeiro). Ao término do procedimento a melhor seqüência encontrada  $s_k$  será atribuída a  $s^*$ . O esquema geral do procedimento é descrito a seguir.

---

**Procedimento:** Newton adaptado para o FSP bi-objetivo

**Input:**  $s^*$ ;

**Output:**  $s^*$ ;

**Início**

$s_0 \leftarrow s^*, k \leftarrow 0, \text{descida} \leftarrow \text{verdadeiro};$

**enquanto** (descida = verdadeiro) **faça**

$df_1 \leftarrow \emptyset, df_2 \leftarrow \emptyset;$

$\theta \leftarrow \min_{s \in N(s_k)} \max_{j=1,2} (f_j(s) - f_j(s_k));$

**se** ( $\theta < 0$ ) **então**  $s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\operatorname{argmin}} \max_{j=1,2} (f_j(s) - f_j(s_k));$

**senão se** ( $\theta = 0$ ) **então**

**para cada**  $s \in N(s_k)$  **faça**

**se** ( $\max_{j=1,2} (f_j(s) - f_j(s_k)) = 0$ ) **então**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{f_1(s) - f_1(s_k)\}, df_2 \leftarrow df_2 \cup \{f_2(s) - f_2(s_k)\};$

**senão**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{0\}, df_2 \leftarrow df_2 \cup \{0\};$

**fim se;**

**fim para cada;**

**se** ( $\min_{s \in N(s_k)} \min_{j=1,2} (df_j(s)) = 0$ ) **então** descida  $\leftarrow$  falso;

**senão se** ( $\min_{s \in N(s_k)} df_1(s) = 0$ ) **então**  $s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\operatorname{argmin}} df_2(s);$

**senão se** (  $\min_{s \in N(s_k)} df_2(s) = 0$  ) **então**  $s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\operatorname{argmin}} df_1(s)$ ;  
**senão**  $s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\operatorname{argmin}} df_1(s)$ ;  
**fim se**;  
**senão** descida  $\leftarrow$  falso;  
**fim se**;  
**se** (descida=verdadeiro) **então**  $k \leftarrow k + 1$ ;  
**fim se**;  
**fim enquanto**;  
 $s^* \leftarrow s_k$ ;  
**Fim**

---

No procedimento,  $s$  denota cada vizinho de  $s_k \in N(s_k)$  na iteração  $k$ ;  $f_1$  e  $f_2$  são as funções objetivo a minimizar;  $\theta$  mede a variação de  $f_1$  e  $f_2$  na solução corrente  $s_k$  e nas soluções vizinhas  $s$ . Se  $\theta$  for negativo, significa que é possível reduzir simultaneamente  $f_1$  e  $f_2$ . Se  $\theta$  for positivo, então, pelo menos uma função objetivo piora, fazendo com que o procedimento termine. Se  $\theta$  for zero, então, é possível melhorar no máximo um dos objetivos sem piorar o outro ou simplesmente nenhum objetivo melhora.

Aqui,  $df_1$  e  $df_2$  são os conjuntos das variações não positivas de  $f_1$  e  $f_2$  respectivamente.

Após a determinação de  $df_1$  e  $df_2$ , verifica-se se  $\min_{s \in N(s_k)} \min_{j=1,2} df_j(s)$  é zero, ou seja, verifica-se a situação em que, para todo  $s \in N(s_k)$ , não é possível continuar melhorando nenhum objetivo. No caso em que o valor mínimo é diferente de zero, tem-se a situação em que é possível melhorar um ou dois objetivos sem piorar o outro objetivo.

Se  $\min_{s \in N(s_k)} df_1(s)$  for zero, então,  $f_2$  pode ser melhorado e  $f_1$  é inalterável.

Se  $\min_{s \in N(s_k)} df_2(s)$  for zero, então,  $f_1$  pode ser melhorado e  $f_2$  é inalterável. Senão, é possível melhorar qualquer objetivo sem piorar o outro (existem duas direções de busca). Nesse caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados; em nosso caso optamos por melhorar  $f_1$ .

## 5.2 Método proposto para o fJSP, iRS/OS e APS

O algoritmo correspondente ao método proposto para fJSP, iRS/OS e APS é iterativo. Ele visa melhorar a alocação de máquinas em primeiro lugar, depois a seqüência de operações, obtendo, por fim, um conjunto de soluções *não-dominadas* em relação às medidas de desempenho sendo consideradas simultaneamente.

### 5.2.1 Estrutura principal

O algoritmo parte uma solução inicial, quer dizer, uma seqüência de operações e uma alocação de máquinas ( $s^*$ ,  $v^*$ ) gerada em cada iteração, que seja factível em relação à precedência das operações e à capacidade disponível das máquinas, no caso dos problemas iRS/OS e APS (ZHANG *ET AL.*, 2006a). O algoritmo segue enquanto o parâmetro “melhoria” for verdadeiro. O pseudocódigo da estrutura principal do algoritmo proposto é descrito a seguir.

---

**Procedimento:** Estrutura principal – fJSP, iRS/OS e APS

**Input:**  $N_{iter}$ ;

**Output:**  $ND$ ;

**Início**

$S \leftarrow \emptyset, ND \leftarrow \emptyset$ ;

**para**  $i \leftarrow 1$  **até**  $N_{iter}$  **faça**

    Gere uma solução inicial ( $s^*$ ,  $v^*$ );

    melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;

**enquanto** (melhoria = verdadeiro) **faça**

$v' \leftarrow v^*$ ;

        Melhore a alocação de máquinas  $v^*$ ;

**se** ( $v' = v^*$ ) **então**

            melhoria  $\leftarrow$  falso;

**senão**

            Melhore a seqüência  $s^*$ ;

**fim se;**  
**fim enquanto;**  
 $S \leftarrow S \cup \{s^*, v^*\};$   
**fim para;**  
 $ND \leftarrow$  Soluções não dominadas de  $S$ ;  
**Fim**

---

Na estrutura principal do algoritmo proposto para problemas fJSP, iRS/OS e APS,  $N_{iter}$  é o número de iterações ou número de soluções geradas inicialmente e que serão melhoradas; se  $v^*$  não muda ( $v' = v^*$ ), significa que os objetivos não melhoraram;  $S$  é o conjunto de soluções melhoradas de todas as soluções inicialmente geradas;  $ND$  é o conjunto de soluções *não-dominadas* do conjunto  $S$ . A seguir, são detalhados os componentes ou subrotinas do algoritmo proposto.

### 5.2.2 Melhorar alocação de máquinas

Considerando  $s^*$  fixa, o procedimento parte de uma alocação inicial de máquinas  $v_0 = v^*$ , para  $k = 0$ . Seu objetivo é melhorar em cada iteração pelo menos uma função objetivo sem piorar outra função. Para isso, em cada iteração  $k$  gera-se a vizinhança  $M(v_k)$  da alocação  $v_k$  e testando o parâmetro  $\theta$  escolhe-se o melhor vizinho de  $M(v_k)$  de modo que minimize pelo menos um objetivo. O melhor vizinho de  $M(v_k)$  será  $v_{k+1}$  e  $k$  passa a ser  $k + 1$ . O procedimento continuará enquanto for possível reduzir pelo menos uma função objetivo (caso em que descida=verdadeiro). Ao término do procedimento a melhor alocação encontrada  $v_k$  será atribuída a  $v^*$ . A vizinhança  $M(v_k)$  é gerada pelo método descrito na seção 2.2.4 para o fJSP e pelo mesmo método descrito nas seções 2.3.4 – 2.4.4 no caso dos problemas iRS/OS e APS respectivamente.

### 5.2.2.1

#### Melhorar alocação de máquinas bi-objetivo

O esquema geral do procedimento para melhorar alocação de máquinas para os problemas fJSP, iRS/OS e APS, quando se considera simultaneamente duas medidas de desempenho, é apresentado a seguir.

---

**Procedimento:** Newton adaptado para o fJSP, iRS/OS e APS bi-objetivo

**Input:**  $s^*, v^*$ ;

**Output:**  $v^*$ ;

**Início**

$v_0 \leftarrow v^*, k \leftarrow 0$ , descida  $\leftarrow$  verdadeiro;

**enquanto** (descida = verdadeiro) **faça**

$df_1 \leftarrow \emptyset, df_2 \leftarrow \emptyset$ ;

$\theta \leftarrow \min_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k))$ ;

**se** ( $\theta < 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k))$ ;

**senão se** ( $\theta = 0$ ) **então**

**para cada**  $v \in M(v_k)$  **faça**

**se** ( $\max_{j=1,2} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k)) = 0$ ) **então**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{f_1(s^*, v) - f_1(s^*, v_k)\}$ ;

$df_2 \leftarrow df_2 \cup \{f_2(s^*, v) - f_2(s^*, v_k)\}$ ;

**senão**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{0\}, df_2 \leftarrow df_2 \cup \{0\}$ ;

**fim se**;

**fim para cada**;

**se** ( $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2} (df_j(v)) = 0$ ) **então** descida  $\leftarrow$  falso;

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} df_1(v) = 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_2(v)$ ;

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} df_2(v) = 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v)$ ;

**senão**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v)$ ;

**fim se**;

**senão** descida  $\leftarrow$  falso;

**fim se;**

se (descida=verdadeiro) **então**  $k \leftarrow k + 1$ ;

**fim se;**

**fim enquanto;**

$v^* \leftarrow v_k$ ;

**Fim**

---

No procedimento,  $v$  denota cada vizinho de  $v_k \in M(v_k)$  na iteração  $k$ ;  $f_1$  e  $f_2$  são as funções objetivo a minimizar;  $\theta$  mede a variação de  $f_1$  e  $f_2$  da solução corrente  $(s^*, v_k)$  e as soluções vizinhas  $(s^*, v)$ . Se  $\theta$  for negativo, significa que é possível reduzir simultaneamente  $f_1$  e  $f_2$ . Se  $\theta$  for positivo, então, pelo menos uma função objetivo piora, o qual faz que o procedimento termine. Se  $\theta$  for zero, então é possível melhorar no máximo um dos objetivos sem piorar o outro ou simplesmente nenhum objetivo melhora.

Aqui,  $df_1$  e  $df_2$  são os conjuntos das variações não positivas de  $f_1$  e  $f_2$  respectivamente.

Após a determinação de  $df_1$  e  $df_2$ , verifica-se se  $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2} df_j(v)$  é zero, ou seja, verifica-se a situação em que, para todo  $v_k \in M(v_k)$ , não é possível continuar melhorando nenhum objetivo, fazendo com que o procedimento termine. No caso em que o valor mínimo é diferente de zero, tem-se a situação em que é possível melhorar um objetivo sem piorar o outro objetivo.

Se  $\min_{v \in M(v_k)} df_1(v)$  for zero, então  $f_2$  pode ser melhorado e  $f_1$  é inalterável. Se  $\min_{v \in M(v_k)} df_2(v)$  for zero, então  $f_1$  pode ser melhorado e  $f_2$  é inalterável. Senão, é possível melhorar qualquer objetivo sem piorar o outro (existem duas direções de busca). Nesse caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados; em nosso caso optamos por melhorar  $f_1$ .

### 5.2.2.2

#### Melhorar alocação de máquinas tri-objetivo

O esquema geral do procedimento para melhorar alocação de máquinas para os problemas fJSP, iRS/OS e APS, quando se considera simultaneamente três medidas de desempenho, é apresentado a seguir.



---

**Procedimento:** Newton adaptado para o fJSP, iRS/OS e APS tri-objetivo

**Input:**  $s^*, v^*$ ;

**Output:**  $v^*$ ;

**Início**

$v_0 \leftarrow v^*, k \leftarrow 0, \text{descida} \leftarrow \text{verdadeiro};$

**enquanto** (descida = verdadeiro) **faça**

$df_1 \leftarrow \emptyset, df_2 \leftarrow \emptyset, df_3 \leftarrow \emptyset;$

$\theta \leftarrow \min_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2,3} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k));$

**se** ( $\theta < 0$ ) **então**

$v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2,3} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k));$

**senão se** ( $\theta = 0$ ) **então**

**para cada**  $v \in M(v_k)$  **faça**

**se** ( $\max_{j=1,2,3} (f_j(s^*, v) - f_j(s^*, v_k)) = 0$ ) **então**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{f_1(s^*, v) - f_1(s^*, v_k)\};$

$df_2 \leftarrow df_2 \cup \{f_2(s^*, v) - f_2(s^*, v_k)\};$

$df_3 \leftarrow df_3 \cup \{f_3(s^*, v) - f_3(s^*, v_k)\};$

**senão**

$df_1 \leftarrow df_1 \cup \{0\}, df_2 \leftarrow df_2 \cup \{0\}, df_3 \leftarrow df_3 \cup \{0\};$

**fim se;**

**fim para cada;**

**se** ( $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2,3} (df_j(v)) = 0$ ) **então** descida  $\leftarrow$  falso;

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2} (df_j(v)) = 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_3(v);$

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,3} (df_j(v)) = 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_2(v);$

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=2,3} (df_j(v)) = 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v);$

**senão se** ( $\min_{v \in M(v_k)} df_1(v) = 0$ ) **então**

$\theta_{23} \leftarrow \min_{v \in M(v_k)} \max_{j=2,3} (df_j(v));$

**se** ( $\theta_{23} < 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} \max_{j=2,3} (df_j(v));$

**senão**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_2(v);$

**fim se;**

**senão se** (  $\min_{v \in M(v_k)} df_2(v) = 0$  ) **então**

$$\theta_{13} \leftarrow \min_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,3} (df_j(v));$$

**se** ( $\theta_{13} < 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,3} (df_j(v));$

**senão**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v);$

**fim se;**

**senão se** (  $\min_{v \in M(v_k)} df_3(v) = 0$  ) **então**

$$\theta_{12} \leftarrow \min_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2} (df_j(v));$$

**se** ( $\theta_{12} < 0$ ) **então**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} \max_{j=1,2} (df_j(v));$

**senão**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v);$

**fim se;**

**senão**  $v_{k+1} \leftarrow \operatorname{argmin}_{v \in M(v_k)} df_1(v);$

**fim se;**

**senão** descida  $\leftarrow$  falso;

**fim se;**

**se** (descida = verdadeiro) **então**  $k \leftarrow k + 1;$

**fim se;**

**fim enquanto;**

$v^* \leftarrow v_k;$

**Fim**

No procedimento,  $v$  denota cada vizinho de  $v_k \in M(v_k)$  na iteração  $k$ ;  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  são as funções objetivo a minimizar;  $\theta$  mede a variação de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  entre a solução corrente  $(s^*, v_k)$  e as soluções vizinhas  $(s^*, v)$ . Se  $\theta$  for negativo, significa que é possível reduzir simultaneamente  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Se  $\theta$  for positivo, então, pelo menos uma função objetivo piora. Se  $\theta$  for zero, então, é possível melhorar no máximo dois objetivos ou simplesmente nenhum objetivo melhora.

Aqui,  $\theta_{23}$  mede a variação de  $f_2$  e  $f_3$  entre a solução corrente  $(s^*, v_k)$  e as soluções vizinhas  $(s^*, v)$ , quando  $f_1$  não pode melhorar;  $\theta_{13}$  mede a variação de

$f_1$  e  $f_3$  entre a solução corrente  $(s^*, v_k)$  e as soluções vizinhas  $(s^*, v)$ , quando  $f_2$  não pode melhorar e  $\theta_{12}$  mede a variação de  $f_1$  e  $f_2$  entre a solução corrente  $(s^*, v_k)$  e as soluções vizinhas  $(s^*, v)$ , quando  $f_3$  não pode melhorar.

Aqui,  $df_1$ ,  $df_2$  e  $df_3$  são os conjuntos das variações não positivas de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  respectivamente.

Após a determinação de  $df_1$ ,  $df_2$  e  $df_3$ , verifica-se se  $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2,3} df_j(v)$  é zero, ou seja, verifica-se a situação em que, para todo  $v_k \in M(v_k)$ , não é possível continuar melhorando nenhum objetivo, fazendo com que o procedimento termine. No caso em que o valor mínimo é diferente de zero, tem-se a situação em que é possível melhorar um ou dois objetivos sem piora os demais objetivos.

Se  $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,2} df_j(v)$  for zero, então  $f_3$  pode ser melhorado, e  $f_1$  e  $f_2$  são inalteráveis. Se  $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=1,3} df_j(v)$  for zero, então  $f_2$  pode ser melhorado, e  $f_1$  e  $f_3$  são inalteráveis. Se  $\min_{v \in M(v_k)} \min_{j=2,3} df_j(v)$  for zero, então  $f_1$  pode ser melhorado, e  $f_2$  e  $f_3$  são inalteráveis.

Se  $\min_{v \in M(v_k)} df_1(v)$  for zero, então  $f_2$  e  $f_3$  podem ser melhorados e  $f_1$  é inalterável. Agora, deve-se calcular  $\theta_{23}$ . Se  $\theta_{23}$  for negativo, então  $f_2$  e  $f_3$  podem ser melhorados simultaneamente. Se  $\theta_{23}$  for zero, então  $f_2$  pode ser melhorado mantendo  $f_3$  inalterado ou  $f_3$  pode ser melhorado mantendo  $f_2$  inalterado. Nesse caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados; em nosso caso optamos por melhorar  $f_2$ .

Se  $\min_{v \in M(v_k)} df_2(v)$  for zero, então  $f_1$  e  $f_3$  podem ser melhorados e  $f_2$  é inalterável. Agora, deve-se calcular  $\theta_{13}$ . Se  $\theta_{13}$  for negativo, então  $f_1$  e  $f_3$  podem ser melhorados simultaneamente. Se  $\theta_{13}$  for zero, então  $f_1$  pode ser melhorado mantendo  $f_3$  inalterado ou  $f_3$  pode ser melhorado mantendo  $f_1$  inalterado. Nesse caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados, em nosso caso optamos por melhorar  $f_1$ .

Se  $\min_{v \in M(v_k)} df_3(v)$  for zero, então  $f_1$  e  $f_2$  podem ser melhorados e  $f_3$  é inalterável. Agora, deve-se calcular  $\theta_{12}$ . Se  $\theta_{12}$  for negativo, então  $f_1$  e  $f_2$  podem ser melhorados simultaneamente. Se  $\theta_{12}$  for zero, então  $f_1$  pode ser melhorado mantendo  $f_2$  inalterado ou  $f_2$  pode ser melhorado mantendo  $f_1$  inalterado. Nesse

caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados; em nosso caso optamos melhorar  $f_1$ .

A última situação assegura que é possível melhorar qualquer objetivo e que é possível melhorar no máximo um dos demais objetivos. Nesse caso, deve-se optar por seguir uma das direções com a qual se obtém melhores resultados; em nosso caso optamos por melhorar  $f_1$ .

### 5.2.3

#### Melhorar seqüência de operações – Procedimento proposto auxiliar

O procedimento proposto resolve um problema auxiliar bi-objetivo, onde o primeiro objetivo  $f_1$  é equivalente ao objetivo original do problema de minimização e o segundo objetivo  $f_4$  é um objetivo auxiliar não conflitante com  $f_1$ . A idéia do procedimento proposto é minimizar primeiramente  $f_1$  e depois minimizar  $f_4$  sem piorar  $f_1$ .

Considerando  $v^*$  fixa, o procedimento parte de uma seqüência inicial de operações  $s_0 = s^*$ , para  $k = 0$ . Em cada iteração  $k$  gera-se a vizinhança  $N(s_k)$  da seqüência  $s_k$  e testando o parâmetro  $\theta$  escolhe-se o melhor vizinho de  $N(s_k)$  de modo que minimize  $f_1$  (neste caso  $f_4$  pode piorar), na situação que não seja possível melhorar  $f_1$ , escolhe-se o melhor vizinho de  $N(s_k)$  que minimize  $f_4$  sem piorar  $f_1$ . O melhor vizinho de  $N(s_k)$  será  $s_{k+1}$  e  $k$  passa a ser  $k + 1$ . O procedimento continuará enquanto for possível reduzir  $f_1$  ou reduzir  $f_4$  sem piorar  $f_1$  (caso em que descida=verdadeiro). Finalmente, ao término do procedimento a melhor seqüência  $s_k$  será atribuída a  $s^*$ . A vizinhança  $N(s_k)$  é gerada pelo mesmo método descrito nas seções 2.2.5 – 2.3.5 – 2.4.5 para o fJSP, iRS/OS e APS respectivamente. O esquema geral do procedimento é descrito a seguir.

---

**Procedimento:** Melhorar seqüência de operações para o fJSP, iRS/OS e APS

**Input:**  $s^*, v^*$ ;

**Output:**  $s^*$ ;

**Início**

$s_0 \leftarrow s^*, k \leftarrow 0, \text{descida} \leftarrow \text{verdadeiro};$

**enquanto** ( $\text{descida} = \text{verdadeiro}$ ) **faça**

$df_4 \leftarrow \emptyset;$

$\theta \leftarrow \min_{s \in N(s_k)} (f_1(s, v^*) - f_1(s_k, v^*));$

**se** ( $\theta < 0$ ) **então**

$s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\text{argmin}} (f_1(s, v^*) - f_1(s_k, v^*));$

**senão se** ( $\theta = 0$ ) **então**

**para cada**  $s \in N(s_k)$  **faça**

**se** ( $\max_{j=1,4} (f_j(s, v^*) - f_j(s_k, v^*)) = 0$ ) **então**

$df_4 \leftarrow df_4 \cup \{f_4(s, v^*) - f_4(s_k, v^*)\};$

**senão**

$df_4 \leftarrow df_4 \cup \{0\};$

**fim se;**

**fim para cada;**

**se** ( $\min_{s \in N(s_k)} df_4(s) = 0$ ) **então**  $\text{descida} \leftarrow \text{falso};$

**senão**  $s_{k+1} \leftarrow \underset{s \in N(s_k)}{\text{argmin}} df_4(s);$

**fim se;**

**senão**  $\text{descida} \leftarrow \text{falso};$

**fim se;**

**se** ( $\text{descida} = \text{verdadeiro}$ ) **então**  $k \leftarrow k + 1;$

**fim se;**

**fim enquanto;**

$s^* \leftarrow s_k;$

**Fim**

---

No procedimento,  $s$  denota cada vizinho de  $s_k \in N(s_k)$  na iteração  $k$ ;  $\theta$  mede a variação de  $f_1$  entre a solução corrente  $(s_k, v^*)$  e as soluções vizinhas

$(s, v^*)$ . Se  $\theta$  for negativo, então, é possível reduzir  $f_1$ . Se  $\theta$  for positivo, então  $f_1$  piora. Se  $\theta$  for zero, então, é possível melhorar  $f_4$  sem piorar  $f_1$  ou simplesmente nenhum objetivo melhora.

Aqui,  $df_4$  é o conjunto das variações não positivas de  $f_4$ .

Após a determinação de  $df_4$ , verifica-se se  $\min_{s \in N(s_k)} df_4(s)$  é zero, ou seja, verifica-se a situação em que para todo  $s \in N(s_k)$ , não é possível continuar melhorando  $f_4$ . No caso em que o valor mínimo é diferente de zero, tem-se a situação em que é possível melhorar  $f_4$  sem piorar  $f_1$ .