

2 Modelo

A economia consiste de dois países de igual tamanho com dois tipos de firmas, produtoras de dois tipos de bens: transacionáveis e não transacionáveis. Cada uma das firmas produz uma variedade do seu tipo de bem, indexada por $h \in [0; 1]$ no país doméstico (bens transacionáveis), $f \in [0; 1]$ no país estrangeiro (bens transacionáveis), $n \in [0; 1]$ no país doméstico (bens não transacionáveis) e $n^* \in [0; 1]$ no país estrangeiro (bens não transacionáveis). Todos os bens são consumidos. Cada firma produz somente a sua variedade de bens e utiliza somente trabalho (que é perfeitamente móvel entre setores). Não há mobilidade internacional de trabalho, só de bens. Preços são rígidos à la Calvo (1983). Mercados são completos. Preços marcados com asterisco são denotados na moeda estrangeira, outras variáveis e parâmetros marcados com asterisco também representam variáveis e parâmetros da economia estrangeira. Tanto a solução do modelo apresentado como os detalhes sobre o procedimento de solução utilizado estão no apêndice.

2.1 Problema do Consumidor

O consumidor representativo maximiza o valor esperado da sua utilidade ao longo da vida escolhendo uma sequência de ativos financeiros contingentes a cada realização da natureza $\{B_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty}$ e uma sequência de oferta de trabalho contingente $\{L_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}$ a um fator de desconto β e sujeito a uma restrição orçamentária. O problema do consumidor da economia doméstica é dado por 2-1.

$$\max_{\{\{B_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty}, \{L_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}, \{C_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t | s^{t-1}} \beta^t \pi(s^t | s^{t-1}) \left[\frac{C_t(s^t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t(s^t)^{1+\psi}}{1+\psi} \right]$$

s. a.

$$W_t(s^t)L_t(s^t) + B_t(s^t) + \Pi_t(s^t) \geq P_t(s^t)C_t(s^t) + \sum_{s^{t+1}} Q_t(s^{t+1}|s^t)B_{t+1}(s^{t+1})$$

para todo t, s^t

(2-1)

Esse consumidor recebe um salário perfeitamente flexível $W_t(s^t)$ por cada unidade de trabalho e a soma dos lucros $\Pi_t(s^t)$ das firmas domésticas. Por cada unidade de consumo ele paga $P_t(s^t)$ e com o restante de seus recursos ele ainda pode comprar ativos contingentes aos estados da natureza do período seguinte (na quantidade $B_{t+1}(s^{t+1})$) ao preço $Q_t(s^{t+1}|s^t)$. Esses ativos pagam uma unidade da moeda doméstica na realização s^t e não pagam nada em qualquer outra realização (o consumidor recebe $B_t(s^t)$ porque comprou uma quantidade $B_t(s^t)$ de ativos que valeriam uma unidade de moeda na realização s^t). s^t é a história completa de ambas as economias até o instante t , que se realiza com probabilidade $\pi(s^t|s^{t-1})$. A economia doméstica e a economia estrangeira possuem mercados completos, mas só a economia doméstica consegue emitir títulos transacionáveis nos dois países (ainda que precificados na moeda da economia doméstica). A compra desses títulos pelo consumidor estrangeiro, portanto, exige a compra da moeda doméstica, à taxa de câmbio nominal $\frac{1}{S_t}$. Sendo assim, o problema do consumidor estrangeiro difere do problema do consumidor doméstico. Para o consumidor estrangeiro, o problema de maximização é dado por 2-2.

$$\begin{aligned} & \max_{\{B_{t+1}^*(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty}, \{B_{t+1}^F(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty}, \{L_t^*(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}, \{C_t^*(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t|s^{t-1}} \beta^{*t} \pi(s^t|s^{t-1}) \\ & \quad \left[\frac{C_t^*(s^t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{L_t^*(s^t)^{1+\mu}}{1+\mu} \right] \\ & \quad \text{s.a.} \\ & W_t^*(s^t)L_t^*(s^t) + \frac{B_t^*(s^t)}{S_t} + B_t^F(s^t) + \Pi_t^*(s^t) \geq P_t^*(s^t)C_t^*(s^t) + \\ & \quad \sum_{s^{t+1}} Q_t^*(s^{t+1}|s^t)B_{t+1}^F(s^{t+1}) + \sum_{s^{t+1}} \frac{Q(s^{t+1}|s^t)B_{t+1}^*(s^{t+1})}{S_t} \\ & \quad \text{para todo } t, s^t \end{aligned} \tag{2-2}$$

A aversão a risco do consumidor doméstico é dada por σ e o seu inverso da elasticidade da oferta de trabalho de Frisch é dado por ψ . Vale notar que γ e μ são os análogos a σ e ψ na economia estrangeira, respectivamente. Os consumidores domésticos consomem os bens não transacionáveis produzidos na sua economia e os bens transacionáveis produzidos em ambas as economias. Cada firma produz um bem que é substituto imperfeito dos bens produzidos pelas outras firmas do mesmo tipo (com elasticidade de substituição $\theta_H, \theta_H^*, \theta_F, \theta_F^*, \theta_N$, e θ_N^* para os mercados de bens transacionáveis domésticos, transacionáveis estrangeiros e não transacionáveis, no doméstico e no estrangeiro,

respectivamente). Seja $C_t(i)$ o consumo da variedade i no país doméstico no instante t . O consumo de cada tipo de bem é dado por 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 2-7 e 2-8.

$$C_t^H = \left[\int_0^1 C_t(h) \frac{(\theta_H-1)}{\theta_H} dh \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \quad (2-3)$$

$$C_t^{*H} = \left[\int_0^1 C_t^*(h) \frac{(\theta_H^*-1)}{\theta_H^*} dh \right]^{\frac{\theta_H^*}{\theta_H^*-1}} \quad (2-4)$$

$$C_t^F = \left[\int_0^1 C_t(f) \frac{(\theta_F-1)}{\theta_F} df \right]^{\frac{\theta_F}{\theta_F-1}} \quad (2-5)$$

$$C_t^{*F} = \left[\int_0^1 C_t^*(f) \frac{(\theta_F^*-1)}{\theta_F^*} df \right]^{\frac{\theta_F^*}{\theta_F^*-1}} \quad (2-6)$$

$$C_t^N = \left[\int_0^1 C_t(n) \frac{(\theta_N-1)}{\theta_N} dn \right]^{\frac{\theta_N}{\theta_N-1}} \quad (2-7)$$

$$C_t^{*N} = \left[\int_0^1 C_t^*(n^*) \frac{(\theta_N^*-1)}{\theta_N^*} dn^* \right]^{\frac{\theta_N^*}{\theta_N^*-1}} \quad (2-8)$$

A elasticidade de substituição entre bens transacionáveis e não transacionáveis é dada por θ para a economia doméstica e ν para a economia estrangeira enquanto que a elasticidade de substituição entre bens transacionáveis domésticos e estrangeiros é dada por λ na economia doméstica e χ na economia estrangeira. α é um parâmetro de preferências associado à existência de *home bias* no modelo. Portanto, as cestas de consumo são definidas pelos agregadores 2-9, 2-10, 2-11 e 2-12.

$$C_t = \left[C_t^T \frac{(\theta-1)}{\theta} + C_t^N \frac{(\theta-1)}{\theta} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (2-9)$$

$$C_t^T = \left[\alpha^{\frac{1}{\lambda}} C_t^H \frac{(\lambda-1)}{\lambda} + (1-\alpha)^{\frac{1}{\lambda}} C_t^F \frac{(\lambda-1)}{\lambda} \right]^{\frac{\lambda}{\lambda-1}} \quad (2-10)$$

$$C_t^* = \left[C_t^{*T \frac{(\nu-1)}{\nu}} + C_t^{*N \frac{(\nu-1)}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \quad (2-11)$$

$$C_t^{*T} = \left[\alpha^* \frac{1}{\chi} C_t^H \frac{(\chi-1)}{\chi} + (1 - \alpha^*) \frac{1}{\chi} C_t^F \frac{(\chi-1)}{\chi} \right]^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad (2-12)$$

A partir dos agregadores de consumo, ficamos com os agregadores de preço 2-13, 2-14, 2-15 e 2-16.

$$P_t = \left[P_t^{T^{1-\theta}} + P_t^{N^{1-\theta}} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (2-13)$$

$$P_t^T = \left[\alpha P_t^{H^{1-\lambda}} + (1 - \alpha) P_t^{F^{1-\lambda}} \right]^{\frac{1}{1-\lambda}} \quad (2-14)$$

$$P_t^* = \left[P_t^{*T^{1-\nu}} + P_t^{*N^{1-\nu}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \quad (2-15)$$

$$P_t^{*T} = \left[\alpha^* P_t^{*H^{1-\chi}} + (1 - \alpha^*) P_t^{*F^{1-\chi}} \right]^{\frac{1}{1-\chi}} \quad (2-16)$$

2.2

Problema das Firmas

As firmas operam em concorrência monopolística com a possibilidade de praticar discriminação de preços por país (PTM). Todos os preços são rígidos na moeda do importador (LCP). A probabilidade de o preço permanecer constante entre dois períodos é dada por δ_i^1 . A firma de bens transacionáveis domésticos resolve 2-17.

$$\max_{P_t^{H,i}, P_t^{*H,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^j \delta_H^j \pi(s^{t+j}|s^t) \left[D_{i,t+j}^H \left(P_t^{H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) + \frac{\delta_H^{*j}}{\delta_H^j} D_{i,t+j}^{*H} \left(S_{t+j} P_t^{*H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) \right] \quad (2-17)$$

Ou seja, a empresa doméstica cobra preços diferentes no mercado

¹ $i \in \{H, F, N\}$, representando o setor de bens domésticos e estrangeiros transacionáveis e o setor de bens não transacionáveis, respectivamente.

doméstico ($P_t^{H,i}$) e estrangeiro ($P_t^{*H,i}$) com vistas a maximizar o seu lucro total. As demandas interna ($D_{i,t+j}^H$) e externa ($D_{i,t+j}^{*H}$) pelo bem produzido por essa firma são dadas por 2-18 e 2-19.

$$D_{i,t+j}^H = \alpha C_{t+j} \left(\frac{P_t^{H,i}}{P_{t+j}^H} \right)^{-\theta_H} \left(\frac{P_{t+j}^H}{P_{t+j}^T} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^T}{P_{t+j}} \right)^{-\theta} \quad (2-18)$$

$$D_{i,t+j}^{*H} = \alpha^* C_{t+j}^* \left(\frac{P_t^{*H,i}}{P_{t+j}^{*H}} \right)^{-\theta_H^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*H}}{P_{t+j}^{*T}} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P_{t+j}^*} \right)^{-\nu} \quad (2-19)$$

Para a firma estrangeira, o problema de maximização é 2-20.

$$\max_{P_t^{F,i}, P_t^{*F,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^{*j} \delta_F^j \pi(s^{t+j}|s^t) \left[D_{i,t+j}^F \left(\frac{P_t^{F,i}}{S_{t+j}} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F} \right) + \frac{\delta_F^{*j}}{\delta_F^j} D_{i,t+j}^{*F} \left(P_t^{*F,i} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F} \right) \right] \quad (2-20)$$

Analogamente, as demandas dessa firma são dadas por 2-21 e por 2-22.

$$D_{i,t+j}^F = (1 - \alpha) C_{t+j} \left(\frac{P_t^{F,i}}{P_{t+j}^F} \right)^{-\theta_F} \left(\frac{P_{t+j}^F}{P_{t+j}^T} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^T}{P_{t+j}} \right)^{-\theta} \quad (2-21)$$

$$D_{i,t+j}^{*F} = (1 - \alpha^*) C_{t+j}^* \left(\frac{P_t^{*F,i}}{P_{t+j}^{*F}} \right)^{-\theta_F^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*F}}{P_{t+j}^{*T}} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P_{t+j}^*} \right)^{-\nu} \quad (2-22)$$

Já as firmas de bens não transacionáveis maximizam 2-23 e 2-24.

$$\max_{P_t^{N,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^j \delta_N^j \pi(s^{t+j}|s^t) C_{t+j} \left(\frac{P_t^{N,i}}{P_{t+j}^N} \right)^{-\theta_N} \left(\frac{P_{t+j}^N}{P_{t+j}} \right)^{-\theta} \left(P_t^{N,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^N} \right) \quad (2-23)$$

$$\max_{P_t^{*N,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^{*j} \delta_N^{*j} \pi(s^{t+j}|s^t) C_{t+j}^* \left(\frac{P_t^{*N,i}}{P_{t+j}^{*N}} \right)^{-\theta_N^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*N}}{P_{t+j}^*} \right)^{-\nu} \left(P_t^{*N,i} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^{*N}} \right) \quad (2-24)$$

As funções de produção das firmas dependem somente de trabalho (L_t^H , L_t^F , L_t^N e L_t^{*N}) para os setores de bens transacionáveis domésticos, transa-

cionáveis estrangeiros, não transacionáveis domésticos e não transacionáveis estrangeiros, respectivamente), como mostram as equações 2-25, 2-26, 2-27 e 2-28.

$$Y_t^H = Z_t^H L_t^H \quad (2-25)$$

$$Y_t^F = Z_t^F L_t^F \quad (2-26)$$

$$Y_t^N = Z_t^N L_t^N \quad (2-27)$$

$$Y_t^{*N} = Z_t^{*N} L_t^{*N} \quad (2-28)$$

2.3 Produtividades

As produtividades por trabalhador (Z_t^H para o setor de bens transacionáveis domésticos, Z_t^F para o setor de bens transacionáveis estrangeiros, Z_t^N para o setor de bens não transacionáveis domésticos e Z_t^{*N} para o setor não transacionáveis estrangeiros) seguem os processos estocásticos 2-29, 2-30, 2-31 e 2-32.

$$\begin{aligned} Z_t^H &= \xi^H(1 - \rho^H) + \rho^H Z_{t-1}^H + u_t^H \\ u_t^H &\sim NID(0, \sigma_H^2) \end{aligned} \quad (2-29)$$

$$\begin{aligned} Z_t^F &= \xi^F(1 - \rho^F) + \rho^F Z_{t-1}^F + u_t^F \\ u_t^F &\sim NID(0, \sigma_F^2) \end{aligned} \quad (2-30)$$

$$\begin{aligned} Z_t^N &= \xi^N(1 - \rho^N) + \rho^N Z_{t-1}^N + u_t^N \\ u_t^N &\sim NID(0, \sigma_N^2) \end{aligned} \quad (2-31)$$

$$\begin{aligned} Z_t^{*N} &= \xi^{*N}(1 - \rho^{*N}) + \rho^{*N} Z_{t-1}^{*N} + u_t^{*N} \\ u_t^{*N} &\sim NID(0, \sigma_{*N}^2) \end{aligned} \quad (2-32)$$

Os choques de produtividade (u_t^H para a produtividade de bens transacionáveis domésticos, u_t^F para a produtividade de bens transacionáveis estrangeiros, u_t^N para a produtividade de bens não transacionáveis domésticos e u_t^{*N} para a produtividade de bens não transacionáveis estrangeiros) são setoriais e não correlacionados nem entre si e nem serialmente. ξ^H e ξ^N são as produtividades estacionárias de bens transacionáveis e não transacionáveis na economia doméstica e ξ^F e ξ^{*N} na economia estrangeira, respectivamente. σ_i^2 é a variância do choque do setor i .

2.4 Condições de Market Clearing

O trabalho é livre para alocação entre setores (famílias indexadas por $i \in [0; 1]$), como é possível ver nas equações 2-33 e 2-34.

$$\int_0^1 L_t(i), di = L_t^N + L_t^H \quad (2-33)$$

$$\int_0^1 L_t^*(i^*), di^* = L_t^{*N} + L_t^{*F} \quad (2-34)$$

Ofertas por bens devem igualar as demandas por bens, como mostram as equações 2-35, 2-36, 2-37 e 2-38.

$$Y_t^H = C_t^H + C_t^{*H} \quad (2-35)$$

$$Y_t^F = C_t^F + C_t^{*F} \quad (2-36)$$

$$Y_t^N = C_t^N \quad (2-37)$$

$$Y_t^{*N} = C_t^{*N} \quad (2-38)$$

Os produtos agregados das economias são dados pelas equações 2-39 e 2-40.

$$Y_t = Y_t^H + Y_t^N \quad (2-39)$$

$$Y_t^* = Y_t^F + Y_t^{*N} \quad (2-40)$$

2.5 Política Monetária

A política monetária é definida por uma Regra de Taylor padrão em que a autoridade monetária altera a taxa de juros de acordo com desvios na inflação em relação à meta (π^M) e com o hiato do produto (Y_t^G , dado por 2-42). O produto natural (Y_t^P) é calculado a partir da replicação da economia aqui proposta (com os mesmos choques) sem rigidez de preços. O modelo foi resolvido para uma meta de inflação nula, mas os resultados continuam válidos para metas de inflação pequenas e positivas. Sendo assim, a regra de política monetária é dada pela equação 2-41.

$$i_t = i_{t-1}^{\beta_1} \left(\frac{1}{\beta} \right)^{1-\beta_1} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi^M} \right)^{\beta_2} (Y_t^G)^{\beta_3} \right]^{1-\beta_1} \quad (2-41)$$

$$Y_t^G = Y_t / Y_t^P \quad (2-42)$$