

## 4 Resultados

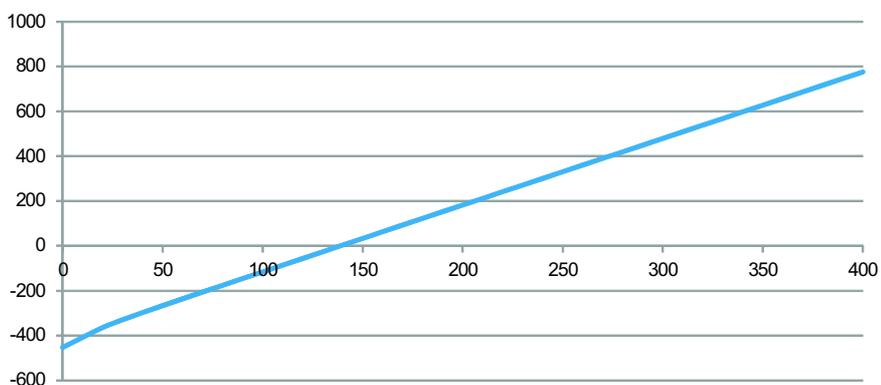
### 4.1 Preço do Petróleo como Movimento Geométrico Browniano

#### 4.1.1 Fórmula de Black, Scholes e Merton

Antes de aplicar esse modelo no apreamento de uma reserva não-desenvolvida, algumas ressalvas sobre seus “inputs” devem ser feitas.

**Valor do ativo objeto (reserva desenvolvida):**  $V_t = qBP_t$

O parâmetro “ $q$ ” foi determinado, como já comentado, por uma aproximação da derivada da curva “VPL(reserva não-desenvolvida)  $\times P$ ”, conforme abaixo:



**Figura 5:** Gráfico VPL (US\$10<sup>6</sup>)  $\times$  Preço do Petróleo (US\$bbl)

Com isso, “ $q$ ” foi calculado como 0,0240 (valor esse que será empregado nas modelagens subsequentes) a partir de uma projeção de fluxo de caixa em termos reais baseada nos dados de relatório da D&M empregando uma taxa de desconto de 10% em dólar.

Foi considerando o seguinte valor esperado para o potencial da reserva  $B = 264,0 \times 10^6$ .bbl

O preço do um barril de petróleo considerando foi será  $P_t = US\$92,01$  (Cushing, OK WTI Spot Price de 08/03/2013, disponível em [http://www.eia.gov/dnav/pet/pet\\_pri\\_spt\\_s1.d.htm](http://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1.d.htm)).

Assim será empregado na fórmula de BSM  $\tilde{V}_t$  tal que:

$$\tilde{V}_t = qBP_t \quad (4-1)$$

$$\tilde{V}_t \simeq 0,024 \times 264,0 \times 10^6 \times 92,01 \simeq US\$582,0 \times 10^6 \quad (4-2)$$

#### **Custo de desenvolvimento:** $I_D + D$

Conforme comentado anteriormente, o presente trabalho emprega o "modelo de negócios" para a reserva desenvolvida com uma adaptação no strike ou custo de desenvolvimento que é considerar conjuntamente tanto o valor presente dos custos de capital quanto o valor presente dos custos operacionais, totalizando  $I_t + D = US\$452,6 \times 10^6$ .

#### **Volatilidade de** $V_t : \sigma_p$

Segundo o modelo paramétrico adotado, a única fonte de incerteza é o preço do barril de petróleo. Assim, usar-se-á 23%aa, em linha com Dias&Rocha (1999)

#### **Taxa livre de risco:** $r$

Foi considerado o valor da Treasury real em 08/03/2013 disponível no site do Tesouro Americano segundo a série "Daily Treasury Real Long-Term Rates":  $r = 0,20\%aa$ .

#### **Tempo de maturidade da opção:** $T$

Segundo o relatório da D&M, a fase de exploração do prospecto seria de 6 a 7 anos. Assim foi considerado o valor de  $T = 6$ .

#### **Dividend yield:** $\delta$

De forma a ser coerente com as premissas a ser empregadas no modelo de regressão à média com saltos - isto é, para facilitar a comparação entre os resultados dos dois modelos - foi adotado um dividend yield  $\delta = 10\%$ , equivalente à taxa de desconto ajustada ao risco do projeto ( $\rho$ ). Isso porque  $\delta = \rho - \eta(\bar{P} - P)$  e será adotado  $\bar{P} = P$ .

Assim, para  $t = 0$

$$d_1 = \frac{\ln(174,6 \times 10^6 / 452,6 \times 10^6)}{0,23\sqrt{(6-0)}} + (0,002 - 0,10 + \frac{1}{2}0,23^2) \frac{\sqrt{6-0}}{0,23} \quad (4-3)$$

$$d_1 = -0,32 \quad (4-4)$$

$$d_2 = -0,32 - 0,23\sqrt{(6-0)} = -0,88 \quad (4-5)$$

Para determinar o valor da reserva, será necessário fazer um ajuste em seu valor para o fator de chance de existência de petróleo ( $p_g = 0,3$ ):

$$Y_{BSM} = 582,0 \times 10^6 \times e^{-0,10(6-0)} \times 0,38 - 452,6 \times 10^6 \times e^{-0,002(6-0)} \times 0,19 \quad (4-6)$$

$$Y_{BSM} = US\$35,3 \times 10^6. \quad (4-7)$$

$$BE_{BSM} = p_g \times Y_{BSM} \quad (4-8)$$

$$BE_{BSM} = 0,3 \times 35,3 \times 10^6 \quad (4-9)$$

$$BE_{BSM} = US\$10,6 \times 10^6 \quad (4-10)$$

#### 4.1.2

##### Simulação de Monte Carlo

As premissas para a simulação de Monte Carlo para o caso de um processo geométrico Browniano foram semelhantes àquelas da seção anterior com exceção dos parâmetros  $p_g$  e  $B_t$ . Mais especificamente, a simulação foi empregada para avaliar o bloco exploratório em dois modelos distintos, um sem incerteza em relação aos parâmetros citados e outro com incerteza. O primeiro caso é análogo à avaliação por BSM com os parâmetros  $p_g$  e  $B_t$  mantidos constantes. No outro caso, a ocorrência de condições geológicas para a existência de petróleo foi modelada como uma variável aleatória de Bernoulli assumindo valor “1” (um) em caso de sucesso - com probabilidade  $p_g = 0,300$  - e “0” (zero) - com probabilidade  $1 - p_g$ . Além disso, o potencial da reserva  $B_t$  foi modelado como uma variável aleatória no início de cada simulação a partir de uma interpolação das estimativas baixa, melhor e alta, conforme abaixo:

$$B = \begin{cases} \geq 78 \times 10^6 & \text{barris com probabilidade } p = 0,90 & \text{estimativa baixa} \\ \geq 180 \times 10^6 & \text{barris com probabilidade } p = 0,50 & \text{melhor estimativa} \\ \geq 414 \times 10^6 & \text{barris com probabilidade } p = 0,10 & \text{estimativa alta} \end{cases} \quad (4-11)$$

$$B = \begin{cases} < 78 \times 10^6 \text{ barris com probabilidade } p = 0,10 \\ < 180 \times 10^6 \text{ barris com probabilidade } p = 0,50 \\ < 414 \times 10^6 \text{ barris com probabilidade } p = 0,90 \end{cases} \quad (4-12)$$

$$B = \begin{cases} \frac{(180 \times 10^6 - 78 \times 10^6)}{(0,50 - 0,10)}(Z - 0,50) + 180 \times 10^6, & \text{se } Z < 0,50 \\ \frac{(414 \times 10^6 - 180 \times 10^6)}{(0,90 - 0,50)}(Z - 0,50) + 180 \times 10^6, & \text{se } Z \geq 0,50. \end{cases} \quad (4-13)$$

Conforme já comentado, foi empregado um algoritmo do tipo de Longstaff&Schwartz (2001) para o apreamento da reserva não-desenvolvida como uma opção americana.

As simulações foram alteradas para 10.000 iterações e 312 intervalos, resultando em um intervalo por semana durante o prazo para expiração da opção (6 anos). Os resultados obtidos foram:

Sem incerteza geológica:

$$BE_{MGB,Europeia} = US\$10,4 \times 10^6 \quad (4-14)$$

$$BE_{MGB,Americana} = US\$38,6 \times 10^6 \quad (4-15)$$

Com incerteza geológica

$$\dot{B}E_{MGB,Europeia} = US\$48,6 \times 10^6 \quad (4-16)$$

$$\dot{B}E_{MGB,Americana} = US\$49,4 \times 10^6. \quad (4-17)$$

O valor obtido para a opção europeia na simulação de MC sem incerteza geológica deveria ter sido igual àquele determinado pela fórmula BSM, quando na verdade foi obtido um valor 2,3% menor. Essa diferença pode indicar a necessidade de se empregar um maior número de iterações ou de intervalos na simulação. Outra forma de minimizar essa diferença seria o uso de técnicas de redução de variância no código implementado. Conforme esperado, o valor de  $BE_{Americana}$  foi superior a  $BE_{Europeia}$  e  $BE_{BSM}$ , tendo em visto que uma opção americana deve valer mais do que sua correspondente europeia para o caso de um ativo subjacente que “paga” dividendos.

Os valores obtidos no segundo caso - com incerteza geológica - foram consideravelmente maiores do que aquele obtido pela estimativa segundo a fórmula de BSM e do que no primeiro caso. Uma provável causa para isso é uma maior volatilidade no valor da reserva desenvolvida quando simulada considerando as incertezas mencionadas. Para a fórmula de BSM e para a

simulação sem incerteza geológica, uma vez que tanto o potencial da reserva quanto à existência de condições geológicas para ocorrência de petróleo foram considerados constantes, a volatilidade da reserva desenvolvida foi igual àquela do preço do barril de petróleo, isto é, 23%aa. Na outra simulação, por outro lado, ambos foram modelados como variáveis aleatórias distintas, o que no caso da modelagem segregada do potencial da reserva, “agregou volatilidade” ao processo estocástico que descreve o valor da reserva desenvolvida. Para que  $BE_{BSM} = X_{\text{Europeia com Incerteza Geológica}}$ , a volatilidade empregada na fórmula de BSM deveria ter sido  $\approx 54\%aa$ .

## 4.2

### Preço do Petróleo como Movimento de Reversão à Média com Saltos

#### 4.2.1

##### Simulação de Monte Carlo

As hipóteses para a modelagem do processo de preços do barril de petróleo como um movimento de reversão à média com saltos foram:

**Preço de Equilíbrio de Longo Prazo:** US\$ 92,01/barril

**Volatilidade:**  $\sigma_P = 22\%$  (Dias & Rocha, 1999)

Vale destacar que Dias & Rocha (1999) empregaram premissas diferentes para a volatilidade do preço do barril de petróleo para o caso de MGB (23%aa) e MRM com Saltos (22%aa).

**Taxa de desconto ajustada ao risco:**  $\rho = 10\%$

Essa foi a mesma premissa empregada na projeção de fluxo de caixa que determinou o valor da qualidade econômica da reserva e seu custo de desenvolvimento uma vez que essa taxa deve ser única para o projeto. Esse é também um valor padrão da indústria petrolífera nesse tipo de análise.

**Taxa de reversão à média:**  $\eta = 0,03$  (Dias&Rocha, 1999)

**Frequência de saltos:**  $\lambda = 0,15$  (Dias&Rocha, 1999)

**Valor médio de salto para cima:**  $\mu_{\text{Salto para Cima}} = \ln(2)$

**Valor médio de salto para baixo:**  $\mu_{Salto\ para\ Baixo} = -\ln(2)$

**Desvio-padrão dos saltos:**  $\sigma_{Salto} = 0,15$

Além disso, para determinar o valor de  $E[\phi^2]$  foi feita uma integração numérica da expressão  $E[\phi^2] = \int \phi^2 f(\phi) d\phi$  e foi obtida a seguinte estimativa  $E[\phi^2] \approx 0,1912$ . Esse procedimento foi feito a partir da expressão abaixo:

$$E[\phi^2] = \int \phi^2 f(\phi) d\phi \quad (4-18)$$

$$E[\phi^2] = \int_{-\infty}^0 \phi^2 f_{Salto\ para\ Baixo}(\phi) d\phi + \int_0^{\infty} \phi^2 f_{Salto\ para\ Cima}(\phi) d\phi \quad (4-19)$$

$$E[\phi^2] = \int_{-\infty}^0 \phi^2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\phi - \mu_{Salto\ para\ Baixo})^2}{2\sigma^2}} d\phi + \int_0^{\infty} \phi^2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\phi - \mu_{Salto\ para\ Cima})^2}{2\sigma^2}} d\phi. \quad (4-20)$$

Os resultados obtidos nessa simulação foram:

Sem incerteza geológica:

$$BE_{MRM,Europeia} = US\$24,7 \times 10^6 \quad (4-21)$$

$$BE_{MRM,Americana} = US\$43,3 \times 10^6. \quad (4-22)$$

Com incerteza geológica

$$\dot{B}E_{MRM,Europeia} = US\$34,8 \times 10^6 \quad (4-23)$$

$$\dot{B}E_{MRM,Americana} = US\$52,2 \times 10^6. \quad (4-24)$$

Como esperado, as estimativas por opção americana ( $BE_{MRM,Americana}$  e  $\dot{B}E_{MRM,Americana}$ ) foram superiores a suas estimativas correspondentes por opção europeia ( $BE_{MRM,Europeia}$  e  $\dot{B}E_{MRM,Europeia}$ ). Também era esperado que as estimativas para o caso que considera incertezas geológicas na modelagem ( $\dot{B}E_{MRM,Europeia}$  e  $\dot{B}E_{MRM,Americana}$ ) tivessem um valor superior às outras estimativas ( $BE_{MRM,Europeia}$  e  $BE_{MRM,Americana}$ ), por motivo explicitado anteriormente.

---

Sem Incerteza Geológica			
Processo de Preço	BSM	Simulação - Opção Europeia	Simulação - Opção Americana
MGB	$BE_{BSM} = US\$10,6 \times 10^6$	$BE_{MGB \text{ Europeia}} = US\$10,4 \times 10^6$	$BE_{MGB \text{ Americana}} = US\$36,6 \times 10^6$
MRM Saltos		$BE_{MGB \text{ Europeia}} = US\$24,7 \times 10^6$	$BE_{MRM \text{ Americana}} = US\$43,3 \times 10^6$

---

**Tabela 12:** Estimativas de Valores para a Reserva Sem Incerteza Geológica

---

Com Incerteza Geológica		
Processo de Preço	Simulação - Opção Europeia	Simulação - Opção Americana
MGB	$\dot{B}E_{MGB \text{ Europeia}} = US\$48,6 \times 10^6$	$\dot{B}E_{MGB \text{ Americana}} = US\$49,4 \times 10^6$
MRM Saltos	$\dot{B}E_{MRM \text{ Europeia}} = US\$34,8 \times 10^6$	$\dot{B}E_{MRM \text{ Americana}} = US\$52,2 \times 10^6$

---

**Tabela 13:** Estimativas de Valores para a Reserva Com Incerteza Geológica

## 4.3 Sensibilidade de resultados à premissa de volatilidade

### 4.3.1 Sensibilidade para o caso de MGB

---

Volatilidade	13%	18%	23%	28%	33%
BSM	$US\$2,7 \times 10^6$	$US\$6,3 \times 10^6$	$US\$10,6 \times 10^6$	$US\$15,1 \times 10^6$	$US\$19,8 \times 10^6$
Sem Incerteza Geológica					
- Opção Europeia	$US\$2,6 \times 10^6$	$US\$5,9 \times 10^6$	$US\$10,4 \times 10^6$	$US\$15,0 \times 10^6$	$US\$18,9 \times 10^6$
Sem Incerteza Geológica					
- Opção Americana	$US\$38,5 \times 10^6$	$US\$38,5 \times 10^6$	$US\$38,6 \times 10^6$	$US\$39,8 \times 10^6$	$US\$42,9 \times 10^6$
Com Incerteza Geológica					
- Opção Europeia	$US\$39,1 \times 10^6$	$US\$43,0 \times 10^6$	$US\$48,6 \times 10^6$	$US\$50,2 \times 10^6$	$US\$50,6 \times 10^6$
Com Incerteza Geológica					
- Opção Americana	$US\$42,6 \times 10^6$	$US\$47,6 \times 10^6$	$US\$49,4 \times 10^6$	$US\$54,4 \times 10^6$	$US\$58,0 \times 10^6$

---

**Tabela 14:** Sensibilidade à premissa de volatilidade para o caso de MGB

## 4.3.2

## Sensibilidade para o caso de MRM com Saltos

Volatilidade	12%	17%	22%	27%	32%
Sem Incerteza Geológica					
- Opção Europeia	US\$24,0 × 10 <sup>6</sup>	US\$36,3 × 10 <sup>6</sup>	US\$37,5 × 10 <sup>6</sup>	US\$43,7 × 10 <sup>6</sup>	US\$44,4 × 10 <sup>6</sup>
Sem Incerteza Geológica					
- Opção Americana	US\$40,5 × 10 <sup>6</sup>	US\$41,6 × 10 <sup>6</sup>	US\$43,2 × 10 <sup>6</sup>	US\$48,6 × 10 <sup>6</sup>	US\$49,9 × 10 <sup>6</sup>
Com Incerteza Geológica					
- Opção Europeia	US\$31,5 × 10 <sup>6</sup>	US\$36,8 × 10 <sup>6</sup>	US\$38,2 × 10 <sup>6</sup>	US\$46,3 × 10 <sup>6</sup>	US\$53,7 × 10 <sup>6</sup>
Com Incerteza Geológica					
- Opção Americana	US\$47,6 × 10 <sup>6</sup>	US\$50,9 × 10 <sup>6</sup>	US\$50,9 × 10 <sup>6</sup>	US\$52,4 × 10 <sup>6</sup>	US\$55,8 × 10 <sup>6</sup>

**Tabela 15:** Sensibilidade à premissa de volatilidade para o caso de MRM com Saltos

Comparando as estimativas obtidas sob a hipótese de um *MRM* com saltos com aquelas sob hipótese de um *MGB*, percebe-se de forma geral que os valores obtidos no primeiro caso (*MRM* com saltos) foram superiores aqueles obtidos no outro - com exceção da comparação  $X_{MRM,Europeia}$  com  $\dot{X}_{MRM,Europeia}$ . Uma possível explicação para essa diferença entre as estimativas sob hipótese de *MRM* com saltos e *MGB* é um “viés” da estimativa para cenários extremamente positivos para o preço de petróleo - como no caso de múltiplos “saltos para cima”. Tendo em vista que o custo de desenvolvimento é fixo e o valor da reserva desenvolvida é modelado como proporcional ao preço do petróleo, sucessivos saltos para cima elevam geometricamente o valor da reserva. Por outro lado, dada a assimetria inerente a uma opção, cenários extremamente negativos para o preço do petróleo não tem o mesmo efeito sobre o valor da reserva - limitada a ter o valor 0 (zero).